Nombre y apellidos: ____

1. Sabemos que la Tierra gira en torno al Sol describiendo una **órbita** con un **radio medio** de **150 millones de kilómetros** y que da una vuelta alrededor del Sol cada **365 días**. Calcula:

   a. La **masa** del Sol. **Justifica** la fórmula que utilices. $M \simeq 2 \cdot 10^{30}$ kg (0,75 pt.)

   b. La **velocidad de escape** desde **la superficie del Sol** sabiendo que su **radio** es de **700.000 kilómetros**. **Justifica** la fórmula de la **velocidad de escape.** (0,75 pt.)

   Dato: G = 6,67·10^{-11} N· m^2 / kg^2 $V_e \simeq 6{,}2 \cdot 10^5$ m/s

2. **Dos** esferas iguales de **masa 0,2 g** cada una, cuelgan de un mismo punto mediante hilos de **50 cm** de **longitud**. Si a las esferas anteriores se las electriza con igual **carga** eléctrica **q** , los hilos se separan hasta formar un **ángulo de 40°** entre sí (20° con la vertical). Dibuja un esquema y calcula:

   $q \simeq 9{,}6 \cdot 10^{-8}$ C

   a. La **carga q** de cada esfera. Datos: K = 9·10^9 N·m^2/C^2, g = 9,8 m/s^2 (1,25 pt.)

   b. La **tensión de los hilos.** $T = 2{,}1 \cdot 10^{-3}$ N (0,25 pt.)

3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje X**. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 4{,}0 \cdot 10^4\ \vec{j}\ \mathrm{V/m}$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0{,}50\ \vec{k}\ T$.

   Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético $\vec{B}_0 = 1{,}25\ \vec{k}\ T$ para desviar la trayectoria de las cargas.

   a. Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

   $v = \frac{E}{B} = 8 \cdot 10^4$ m/s

   b. Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

   $r_p = 6{,}7 \cdot 10^{-4}$ m hacia abajo

   Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg$, $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$

4. Se hace vibrar un extremo de una cuerda larga con un **período** de **2,0 s** y una amplitud de **4,0 cm**. **Condiciones iniciales**: la elongación para $t = 0, x = 0$ es $y = 4{,}0\,cm$.

   La velocidad de propagación de la onda es de **0,50 m/s en el sentido del eje X**. Calcula:

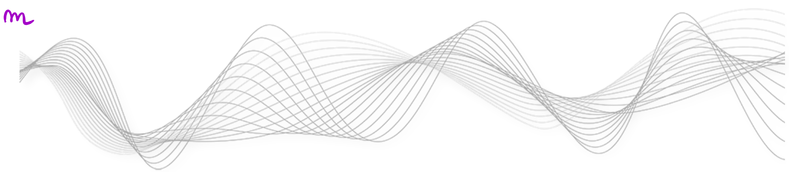
   a. La **ecuación** general de la **onda** $y(x,t) = 0{,}04 \cdot \mathrm{sen}\left(\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)$ (0,75 pt.)

   b. La **velocidad de oscilación** para **t = 2 s** de un punto situado a **2,6 m** del foco emisor. (0,5 pt.)

   $v(x,t) = -7{,}4 \cdot 10^{-2}$ m/s

   c. La **distancia** entre **dos puntos** cuya **diferencia** de **fase** en un **instante dado** es $3\pi / 2$. (0,25 pt.)

   $|\Delta x| = \frac{3}{4}$ m



CUESTIONES JUSTIFICADAS:

I. Deduce la relación que hay entre la **energía mecánica gravitatoria** y la **energía potencial gravitatoria** de un satélite en una órbita circular:

a. $E_m = -\frac{1}{2} E_p$

b. $E_m = 2E_p$

c. $E_m = \frac{1}{2} E_p$ (1 pt.)

II. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una **distancia** a. En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:

a. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = 0$.

b. El módulo del campo total es $E = \frac{8Kq}{a^2}$ y el potencial total $V = 0$.

c. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = \frac{4Kq}{a}$. (1 pt.)

III. Una **espira** está inmersa en un **campo magnético uniforme**. Para que el **flujo magnético** sea **nulo**, el **vector superficie** debe cumplir que:

a. Es **perpendicular** al campo magnético.

b. Es **paralelo** al campo magnético.

c. Forma un **ángulo** de **45º** con el campo magnético. (1 pt.)

IV. Dos **focos** O1 y O2 emiten ondas en fase de la misma **amplitud** (A), **frecuencia** (f) y **longitud de onda** (λ) que se propagan a la **misma velocidad**, **interfiriendo** en un **punto P** que está a una distancia **λ m** de O1 y **3 λ m** de O2. Se puede afirmar que la **interferencia** en el punto P:

a. es **destructiva de amplitud nula**.

b. es **constructiva de amplitud A**.

c. es **constructiva de amplitud 2·A**. (1 pt.)

1. Sabemos que la Tierra gira en torno al Sol describiendo una **órbita** con un **radio medio** de **150 millones de kilómetros** y que da una vuelta alrededor del Sol cada **365 días**. Calcula:

a. La **masa** del Sol. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

b. La **velocidad de escape** desde **la superficie del Sol** sabiendo que su **radio** es de **700.000 kilómetros**. **Justifica** la fórmula de la **velocidad de escape.** (0,75 pt.)

Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$

a) La condición de órbita para la Tierra es : $\boxed{F_g = F_c}$

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$$

En el movimiento circular $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

$$G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

donde $\begin{cases} M = \text{masa del Sol} \\ m = \text{masa de la Tierra} \\ r = \text{radio orbital} \end{cases}$

$$G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

Antes de sustituir, pasamos las unidades al S.I.

$$T = 365\ \text{días} \cdot \frac{24\ h}{\text{día}} \cdot \frac{3600\ s}{1\ h} = 31.536.000\ s \quad , \quad r = 150\ \text{millones km} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ m$$

$$M = \frac{4\times\pi^2\times(1{,}5\times10^{11})^3}{6{,}67\times10^{-11}\times(31536000)^2} \approx 2.008610\times10^{30}\ kg \Rightarrow M \simeq 2\cdot 10^{30}\ kg$$

b)

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{R_s} = \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot 0^2}_{0} - \underbrace{G\frac{Mm}{\infty}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 = G\frac{M\cancel{m}}{R_s}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}}}$$ Velocidad de escape

$$R_s = 700.000\ km = 7\cdot 10^8\ m$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}} = \sqrt{\frac{2\times6{,}67\times10^{-11}\times2\times10^{30}}{7\times10^8}} \approx 617367.683915\ \frac{m}{s} \simeq 6{,}2\cdot 10^5\ m/s$$

2. **Dos** esferas iguales de **masa 0,2 g** cada una, cuelgan de un mismo punto mediante hilos de **50 cm** de **longitud**. Si a las esferas anteriores se las electriza con igual **carga** eléctrica **q** , los hilos se separan hasta formar un **ángulo de 40°** entre sí (20° con la vertical). Dibuja un esquema y calcula:

   a. La **carga q** de cada esfera. Datos: K = 9·10⁹ N·m²/C², g = 9,8 m/s² (1,25 pt.)

   b. La **tensión de los hilos.** (0,25 pt.)

Datos: $m = 0{,}2\ g = 2\cdot 10^{-4}\ kg$, $L = 50\ cm = 5\cdot 10^{-1}\ m$, $\alpha = \frac{40}{2} = 20°$

a) 2ª Ley de Newton $\boxed{\sum \vec{F} = m\cdot \vec{a}}$

Aplicamos la 2ª ley a los ejes x e y.

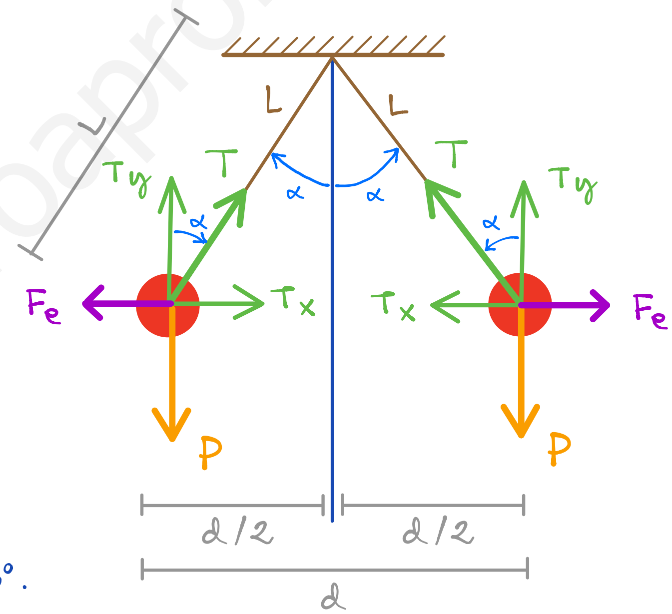
$$\left.\begin{array}{l}\sum F_x = 0\\ \sum F_y = 0\end{array}\right\} \text{Equilibrio estático}$$

$$\left.\begin{array}{l}F_e - T_x = 0\\ T_y - P = 0\end{array}\right\} \quad F_e = K\frac{q^2}{d^2} \quad y \quad P = mg$$

$$\left.\begin{array}{r}F_e - T\cdot \operatorname{sen}\alpha = 0\\ T\cdot\cos\alpha - mg = 0\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r}K\frac{q^2}{d^2} = T\cdot \operatorname{sen}\alpha\\ mg = T\cdot\cos\alpha\end{array}\right\} \div$$

$$\frac{Kq^2}{mgd^2} = tg\,\alpha \Rightarrow q = \sqrt{\frac{tg\,\alpha\cdot mgd^2}{K}}$$



La distancia $\frac{d}{2}$ es el cateto opuesto del triángulo de 20°.

$$\frac{d}{2} = L\cdot \operatorname{sen}\alpha = 5\cdot 10^{-1}\ m\cdot \operatorname{sen} 20°$$

$$d = 2\cdot 5\cdot 10^{-1}\ m\cdot \operatorname{sen} 20° = 0{,}342\ m \quad (\text{distancia entre las cargas})$$

$$q = \sqrt{\frac{tg\,\alpha\cdot mgd^2}{K}} = \sqrt{\frac{\tan 20\times 2\times 10^{-4}\times 9{,}8\times(0{,}342)^2}{9\times 10^9}} \approx 9.628660\times 10^{-8}\ C \ , \ q \simeq 9{,}6\cdot 10^{-8}\ C$$

grados

$$b)\ T\cdot\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T\cdot\cos\alpha = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{2\times 10^{-4}\times 9{,}8}{\cos 20} \approx 0.002086\ N \simeq 2{,}1\cdot 10^{-3}\ N$$

grados

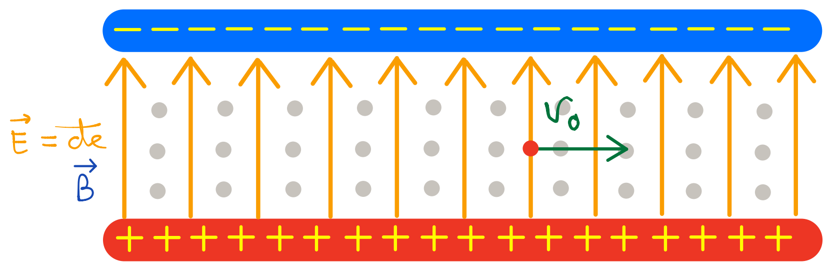
3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje X**. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 4{,}0 \cdot 10^4\ \vec{j}\ \mathrm{V/m}$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0{,}50\ \vec{k}\ T$.

Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético $\vec{B}_0 = 1{,}25\ \vec{k}\ T$ para desviar la trayectoria de las cargas.

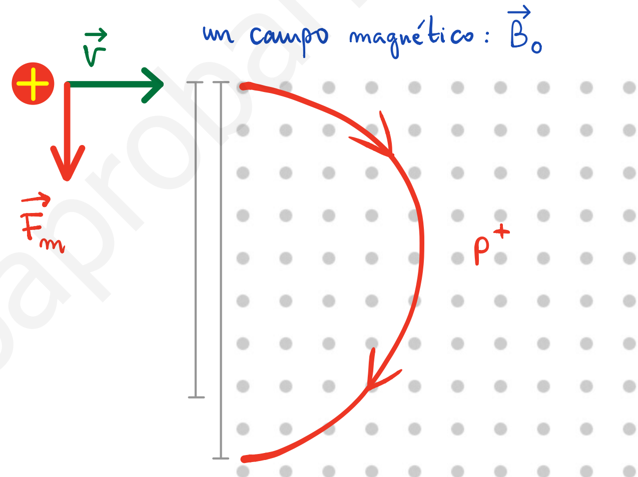
a. Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

b. Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg$, $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$



En la zona de desviación sólo hay un campo magnético: $\vec{B}_0$



Campo magnético hacia fuera

a) $\left.\begin{array}{l} \vec{E} = E \cdot \vec{j} \\ \vec{B} = B \cdot \vec{k} \\ \vec{v} = v \cdot \vec{i} \end{array}\right\} \quad \vec{v} \times \vec{B} = vB(\vec{i} \times \vec{k}) = -vB\vec{j}$

La fuerza eléctrica $\vec{F}_e = +q \cdot E\,(\vec{j})$ hacia arriba

La fuerza magnética $\vec{F}_m = +q \cdot v \cdot B\,(-\vec{j})$ hacia abajo

La fuerza de Lorentz $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = +q\,(E - v \cdot B)\,\vec{j} = 0$

$E - v \cdot B = 0 \Rightarrow$ Si $\boxed{v = \dfrac{E}{B}}$ la fuerza total es nula $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$

La velocidad seleccionada por el selector $v = \dfrac{E}{B} = \dfrac{4 \cdot 10^4\ \mathrm{V/m}}{0{,}5\ \mathrm{T}} = 8 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}$

b) Fuera del selector $\vec{B}_0 \perp \vec{v} \Rightarrow \boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot \cancel{v} \cdot B_0 = m \cdot \dfrac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \dfrac{m \cdot v}{|q| \cdot B_0}}$ Radio de curvatura

$$r_p = \frac{m_p \cdot V}{|q| \cdot B_0} = \frac{1{,}67 \times 10^{-27} \times 8 \times 10^4}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 1{,}25} = 0.000668\,m \simeq 6{,}7 \cdot 10^{-4}\ m$$

De nuevo, la dirección de la fuerza magnética viene dada por

$\vec{V} \times \vec{B}_0 = V B_0\,(\vec{i} \times \vec{k}) = V B_0\,(-\vec{j})$ hacia abajo

4. Se hace vibrar un extremo de una cuerda larga con un **período** de **2,0 s** y una amplitud de **4,0 cm**. **Condiciones iniciales**: la elongación para $t=0, x=0$ es $y=4{,}0cm$.
La velocidad de propagación de la onda es de **0,50 m/s en el sentido del eje X**. Calcula:

a. La **ecuación** general de la **onda** $y(x,t)$. (0,75 pt.)

b. La **velocidad de oscilación** para **t = 2 s** de un punto situado a **2,6 m** del foco emisor. (0,5 pt.)

c. La **distancia** entre **dos puntos** cuya **diferencia** de **fase** en un **instante dado** es $3\pi/2$. (0,25 pt.)

a) $\boxed{y(x,t) = A \text{ sen } (\omega t - Kx + \varphi_0)}$ Ecuación de ondas armónicas unidimensionales

Se mueve hacia la derecha

$T = 2s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/S}$, $V_p = 0{,}5 \text{ m/s}$, $A = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0{,}04 \text{ m}$

$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi \text{ rad/S}}{0{,}5 \text{ m/s}} = 2\pi \text{ m}^{-1}$

Condiciones iniciales: $y = 4 \text{ cm} = 0{,}04 \text{ m}$ cuanto $t=0$ en $x=0$

$y(x,t) = A \text{ sen } (\omega t - Kx + \varphi_0)$

$y(0,0) = \cancel{0{,}04} \text{ sen } (\pi \cdot 0 - 2\pi \cdot 0 + \varphi_0) = \cancel{0{,}04} \Rightarrow \text{sen } (\varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$y(x,t) = 0{,}04 \cdot \text{sen } (\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \frac{\pi}{2})$

b) $v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cdot \cos(\omega t - Kx + \varphi_0) = 0{,}04 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \frac{\pi}{2})$

Para $t = 2s$ y $x = 2{,}6 m$, $v(x,t) = 0{,}04 \times \pi \times \cos\left(\pi \times 2 - 2 \times \pi \times 2{,}6 + \frac{\pi}{2}\right) \approx -0.073863 \frac{m}{s} \simeq -7{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

c) $\Delta\varphi_{\text{espacial}} = K \cdot |\Delta x| = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 2\cancel{\pi} \cdot |\Delta x| = \frac{3\cancel{\pi}}{2} \Rightarrow |\Delta x| = \frac{3}{4} \text{ m}$

💡 **CUESTIONES JUSTIFICADAS:**

I. Deduce la relación que hay entre la **energía mecánica gravitatoria** y la **energía potencial gravitatoria** de un satélite en una órbita circular:

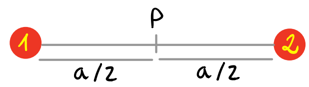
a. $E_m = -\frac{1}{2}E_p$ $\quad E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r}$

b. $E_m = 2E_p$ $\quad$ En órbita $F_g = F_c \Rightarrow G\frac{Mm}{r^{\cancel{2}}} = m\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow mv^2 = G\frac{Mm}{r}$

c. $E_m = \frac{1}{2}E_p$ $\quad E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{r} - G\frac{Mm}{r} = \boxed{-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}} = \frac{1}{2}E_p$ (1 pt.)

Respuesta c $\quad E_m = \frac{1}{2}E_p$

II. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una **distancia** a. En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:



Ambas cargas son iguales y positivas

a. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = 0$.

b. El módulo del campo total es $E = \dfrac{8Kq}{a^2}$ y el potencial total $V = 0$.

c. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = \dfrac{4Kq}{a}$. (1 pt.)

El campo total en P: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \cdot \dfrac{q}{(a/2)^2}\vec{i} + K \cdot \dfrac{q}{(a/2)^2}(-\vec{i}) = 0$

El potencial total en P: $V_T = V_1 + V_2 = K \cdot \dfrac{q}{a/2} + K \cdot \dfrac{q}{a/2} = 2 \cdot K \cdot \dfrac{q}{a/2} = 4 \cdot K \cdot \dfrac{q}{a}$ Respuesta c

III. Una **espira** está inmersa en un **campo magnético uniforme**. Para que el **flujo magnético** sea **nulo**, el **vector superficie** debe cumplir que:

$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$ (flujo magnético)

$\Phi_m = 0$ si $\alpha = 90^\circ$ (perpendiculares) Respuesta a

a. Es **perpendicular** al campo magnético.

b. Es **paralelo** al campo magnético.

c. Forma un **ángulo** de **45º** con el campo magnético. (1 pt.)

IV. Dos **focos** O1 y O2 emiten ondas en fase de la misma **amplitud** (A), **frecuencia** (f) y **longitud de onda** (λ) que se propagan a la **misma velocidad**, **interfiriendo** en un **punto P** que está a una distancia **λ m** de O1 y **3 λ m** de O2. Se puede afirmar que la **interferencia** en el punto P:

a. es **destructiva de amplitud nula**.

b. es **constructiva de amplitud A**.

c. es **constructiva de amplitud 2·A**. (1 pt.)

$$\boxed{A_r = 2A \cdot \cos\left(\frac{(x_1 - x_2)\cdot \pi}{\lambda}\right)}$$ Amplitud resultante

$\boxed{|x_2 - x_1| = n \cdot \lambda}$ $n \in \mathbb{N}$ Interferencia constructiva
Ondas en fase, $\Delta\varphi = n \cdot 2\pi$

$\boxed{|x_2 - x_1| = (2n+1) \cdot \dfrac{\lambda}{2}}$ $n \in \mathbb{N}$ Interferencia destructiva
Ondas en oposición de fase, $\Delta\varphi = (2n+1) \cdot \pi$

En nuestro caso $\dfrac{|x_2 - x_1|}{\lambda} = \dfrac{|3\lambda - \lambda|}{\lambda} = \dfrac{2 \cdot \lambda}{\lambda} = 2$ múltiplo entero de la longitud de onda

Luego la interferencia es constructiva. Las dos ondas se suman y la amplitud total es 2A.

Respuesta c