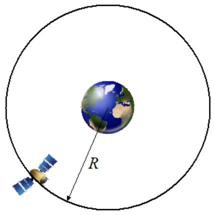
Nombre y apellidos: ____

1. Se pretende situar un **satélite artificial** de **100 kg** en una **órbita** circular a **300 km** de **altura** sobre la **superficie** terrestre. **Calcula**:



a) La **velocidad** que ha de poseer el satélite para girar en esa **órbita**.

Justifica la fórmula de la **velocidad orbital.** $v = 7{,}73 \cdot 10^3\ m/s$ (0,5 pt.)

b) La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo a esa **altura**.

Justifica la fórmula de la **energía.** $E_n = 3{,}27 \cdot 10^9\ J$ (1 pt.)

c) El **período de rotación** que posee el satélite en **órbita**. (0,5 pt.)

$T = 5421\ s$

Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,81 m/s²

2. Situamos **dos cargas puntuales** de **+10 μC** en los puntos **A(-1,0)** y **B(3,0)**.

$\vec{E}_T = 2290\vec{i} + 19940\vec{j}\ \frac{N}{C}$ $\quad V_C \simeq 6{,}52 \cdot 10^4\ V$

a) Calcula el **campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(0,2)**. (1,5 pt.)

b) Calcula el **trabajo** para llevar una carga negativa de **-5 μC** desde **(0,2)** hasta **(0,0)**. (1 pt.)

$W_{CO} = 0{,}27\ J$

Dato: K = 9·10⁹ N·m²/C²

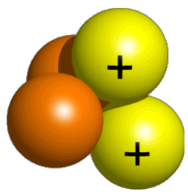
3. Una esfera metálica de masa **m = 8 g** y carga **q = +7μC**, cuelga de un **hilo** de **10 cm** de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Calcular:

a) El **ángulo** que forma el hilo con la **vertical** si entre las láminas existe un **campo electrostático uniforme E = 2,5·10³ N/C**. $\alpha \simeq 12{,}57^\circ$ (1 pt.)

b) Si las láminas **se descargan**, ¿cuál será la **velocidad** de la esfera al pasar por la **vertical**? (1 pt.)

Dato: g = 9,81 m/s² $\quad v \simeq 0{,}217\ \frac{m}{s}$

4. **CUESTIÓN JUSTIFICADA:** Un **protón** y una **partícula alfa** ($q_{alfa} = 2 \cdot q_{protón}$; $m_{alfa} = 4 \cdot m_{protón}$) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. **Justifica** cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:



a) Las partículas **atraviesan** el campo **sin desviarse**.

b) El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.

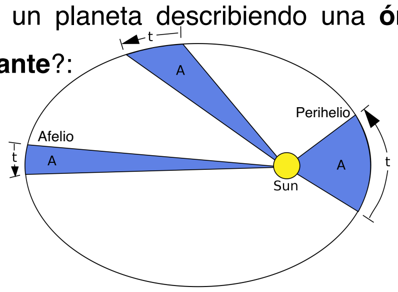
c) La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.

(1,5 pt.)

💡 CUESTIONES RÁPIDAS (Sin justificación)

$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}}$ momento de la fuerza

I. Un **satélite gira** alrededor de un planeta describiendo una **órbita elíptica** ¿Cuál de las siguientes **magnitudes** permanece **constante**?:



a) **Momento angular**.
b) **Momento lineal**.
c) **Energía potencial**.

$\vec{r} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{r} \parallel \vec{F} \Rightarrow \alpha = 0$

$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte$

$\Rightarrow |\vec{r} \times \vec{p}| = cte$ (0,5 pt.)

II. Dentro de un campo eléctrico, las **cargas positivas** se **mueven**:
a) En el **sentido** de los **potenciales crecientes**.
b) En el **sentido** de los **potenciales decrecientes**.
c) **Depende** del **signo** de la **carga** que crea el **campo eléctrico**. (0,5 pt.)

III. El **potencial** y la **intensidad** de **campo eléctrico** de una **esfera** conductora de radio **R** y carga **Q** son, respectivamente:
a) **Potencial nulo** y **campo constante** en el **interior** de la esfera.
b) **Potencial constante** en el **exterior** y **potencial nulo** en el **interior**.
c) **Potencial constante** y **campo nulo** en el **interior** de la esfera. $\boxed{\Delta V = -E \cdot d}$ (0,5 pt.)

IV. **Un campo magnético constante B** ejerce una fuerza sobre una carga eléctrica:
a) Si la **carga** está en **reposo**.
b) Si la **carga** se mueve **perpendicularmente** a **B**.
c) Si la **carga** se mueve **paralelamente** a **B**. (0,5 pt.)

$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \text{sen}\,\alpha = 1 \Rightarrow F_m = |q| \cdot v \cdot B$

COMPLEMENTARIOS

C1 Tres **condensadores** A, B y C, de **2 μF, 4 μF** y **6 μF** respectivamente, se montan: los dos primeros **A y B, en paralelo**, y este **conjunto** en **serie** con el condensador **C**. En los extremos de la asociación, se establece una diferencia de **potencial** de **1000 V**. Calcular:

a) La **capacidad equivalente** de la **asociación**. $C_T = 3\,\mu F$ (0,5 pt.)
b) La **carga total** almacenada. $Q_T = 3 \cdot 10^{-3}\,C$ (0,25 pt.)
c) La **carga** y el **potencial** de **cada condensador**. $Q_A = 1 \cdot 10^{-3}\,C$ (0,5 pt.)
d) La **energía total** de la **asociación** de condensadores. $Q_B = 2 \cdot 10^{-3}\,C$ (0,25 pt.)

$E_p = 1{,}5\,J$ $\quad V_A = V_B = V_C = 500\,V$ $\quad Q_C = 3 \cdot 10^{-3}\,C$

C2 Una **carga** positiva de **5 μC** se mueve con una **velocidad** dada por la expresión: $\vec{v} = 5\vec{i} - 5\vec{k}\ \ m/s$ en el interior de un **campo magnético** dado por $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}\ \ T$.
Calcula el **vector fuerza** que actúa sobre esa carga. (0,5 pt.)

$\vec{F}_m = 5 \cdot 10^{-5}\,\vec{i} + 5 \cdot 10^{-5}\,\vec{j}\ \ N$

1. Se pretende situar un **satélite artificial** de **100 kg** en una **órbita** circular a **300 km** de **altura** sobre la **superficie** terrestre.

Datos: RT = 6370 km, g_0= 9,81 m/s²

Calcula:

a. La **velocidad** que ha de poseer el **satélite** para girar en esa **órbita. Justifica** la fórmula de la **velocidad orbital.**

En órbita $\boxed{F_g = F_c}$ Condición de órbita

$r = (6370 + 300)$ km

$r = 6670$ km $= 6{,}67 \cdot 10^6$ m

$$G\frac{M_T \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M_T}{r} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$$

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = g_0 \cdot R_T^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r}}}$$ velocidad orbital

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81\times(6370\times10^3)^2}{(6370+300)\times10^3}} \approx 7725.222897 \ \frac{m}{s} \simeq 7725 \ m/s = 7{,}73 \cdot 10^3 \ m/s$$

b. La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo a esa **altura. Justifica** la **fórmula** de la **energía.**

$$E_{m_A} + E_{necesaria} = E_{m_B}$$

$$\boxed{E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}}$$ Energía de satelización

$$-G\frac{Mm}{R_T} + E_{necesaria} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 \quad , \ r = R_T + h$$, A partir de ahora $M = M_T$

En B, está en órbita: $G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$

$$E_n = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 + G\frac{Mm}{R_T} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}m\,G\frac{M}{r} + G\frac{Mm}{R_T}$$

$$E_n = GMm\left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{R_T}\right) = GMm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right) \quad , \ r = R_T + h \ , \quad GM = g_0 \cdot R_T^2$$

$$\boxed{E_n = g_0 R_T^2 m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right)}$$ Energía de satelización

$$E_n = 9{,}81\times(6370\times10^3)^2\times100\times\left(\frac{1}{6370\times10^3} - \frac{1}{2\times(6370+300)\times10^3}\right) = 3265016559.22039 \ J \simeq 3{,}27 \cdot 10^9 \ J$$

c. El **periodo de rotación** que posee el satélite en **órbita.**

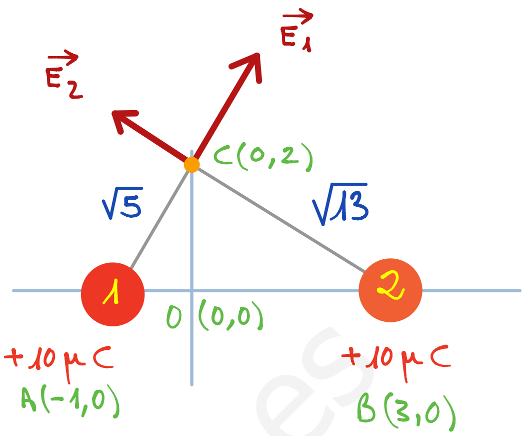
$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\times\pi\times(6370+300)\times10^3}{7{,}73\times10^3} \approx 5421.584217 \ s \simeq 5421 \ s = 5{,}421 \cdot 10^3 \ s$$

2. Situamos dos **cargas puntuales** de **+10 µC** en los puntos **A(-1,0)** y **B(3,0)**.

a) Calcula el **campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(0,2)**.

$$\vec{AC} = \frac{(0,2)-(-1,0)}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}$$

$$\vec{BC} = \frac{(0,2)-(3,0)}{\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{13}}\vec{j}$$



$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\cdot\vec{u}_1 = 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-6}}{5}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_1}{r_2^2}\cdot\vec{u}_2 = 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-6}}{13}\cdot\left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{13}}\vec{j}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{E}_1 &= 8050\vec{i} + 16100\vec{j}\\ \vec{E}_2 &= -5760\vec{i} + 3840\vec{j}\end{aligned}\right\} \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2290\vec{i} + 19940\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

Hacia arriba y hacia la derecha ya que la carga en A está más cerca y su repulsión es mayor.

$$V_C = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} + 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} = 9\times 10^9\times 10\times 10^{-6}\times\left(\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{13}}\right)\approx 65210.732425\ V$$

$$V_C \simeq 65211\ V \simeq 6{,}52\cdot 10^4\ V$$

b) Calcula el **trabajo** para llevar una **carga** negativa de **-5 µC** desde **(0,2)** hasta **(0,0)**.

$$V_0 = 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-6}}{1} + 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-6}}{3} = 9\cdot 10^5\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right) = 120000\ V$$

$$\boxed{W_{CO} = -q\,(V_0 - V_C)}$$

$$W_{CO} = -(-5\cdot 10^{-6}\ C)\cdot(120000 - 65211)\,V \simeq 0{,}27\ J$$

$W_{CO} = 0{,}27\ J > 0$ porque lo realizan espontáneamente las fuerzas del campo.

3. Una esfera metálica de masa **m = 8** g y carga **q = +7μC**, cuelga de un **hilo** de **10 cm** de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Dato: g = 9,81 m/s². Calcular:

a) El **ángulo** que forma el **hilo** con la **vertical** si entre las láminas existe un **campo electrostático uniforme E = 2,5·10³ N/C.**

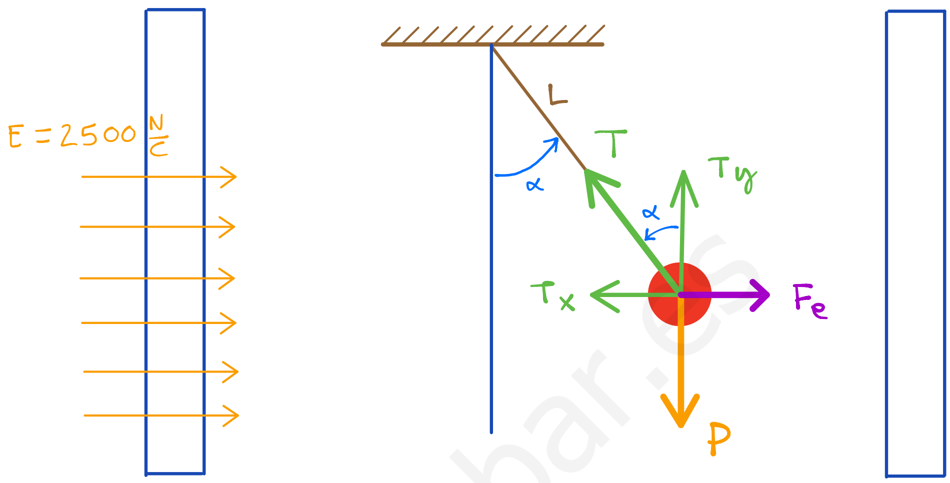
$m = 8\,g = 8 \cdot 10^{-3}\,kg$

$q = 7\,\mu C = 7 \cdot 10^{-6}\,C$

$l = 10\,cm = 0,1\,m$

$E = 2500\,\frac{N}{C}$

$g = 9,81\,m/s^2$

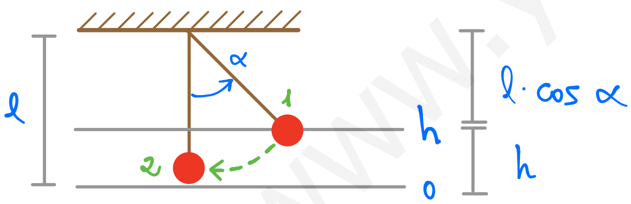


$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (2ª ley de Newton)

$$\left.\begin{array}{l} F_e - T_x = 0 \\ T_y - P = 0 \end{array}\right| \quad \left.\begin{array}{l} |q| \cdot E = T \cdot \text{sen}\,\alpha \\ m \cdot g = T \cdot \cos\alpha \end{array}\right\} \div \quad \frac{|q|E}{mg} = \frac{\cancel{T} \cdot \text{sen}\,\alpha}{\cancel{T} \cdot \cos\alpha} = tg\,\alpha$$

$$\alpha = \text{arc}\,tg\,\frac{|q|E}{mg} = \tan^{-1}\left(\frac{7\times10^{-6}\times2{,}5\times10^{3}}{8\times10^{-3}\times9{,}81}\right) \approx 12.570544^{\circ} \Rightarrow \alpha \simeq 12{,}57^{\circ}$$

b) Si las láminas se **descargan**, ¿cuál será la **velocidad** de la esfera al pasar por la **vertical**?



$$\cancel{E_{c_1}} + E_{p_1} = E_{c_2} + \cancel{E_{p_2}}$$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$E_p = mgh$

Podemos escoger donde $h = 0$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$$

h_1 $\quad$ v_2

$h + l \cdot \cos\alpha = l$

$h = l - l \cdot \cos\alpha$

$h = l(1 - \cos\alpha)$

$h = 0,1\,m\,(1 - 0,976) = 0,0024\,m$

$h = 2,4 \cdot 10^{-3}\,m$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times9{,}81\times2{,}4\times10^{-3}} \approx 0.216998\,\frac{m}{s}$$

$v \simeq 0,217\,\frac{m}{s}$

4. **CUESTIÓN JUSTIFICADA**: Un **protón** y una **partícula alfa** (**qalfa = 2·qprotón ; malfa = 4·mprotón**) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. Justifica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

a) Las partículas **atraviesan** el campo **sin desviarse.**
b) El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
c) La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio.**

$$\vec v \perp \vec B \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 1 \Rightarrow F_m = |q|\cdot v\cdot B$$

$$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q|\cdot \cancel{v}\cdot B = m\cdot\frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m\cdot v}{|q|\cdot B}}$$

$$r_p = \frac{m_p\cdot v}{q_p\cdot B}$$

$$r_\alpha = \frac{m_\alpha\cdot v}{q_\alpha\cdot B} = \frac{4\cdot m_p\cdot v}{2\cdot q_p\cdot B} = 2\cdot r_p$$

La partícula α describe una órbita circular con el doble de radio que el protón.

C2 Una carga positiva de **5 μC** se mueve con una **velocidad** dada por la expresión: $\vec v = 5\vec i - 5\vec k$ m/s

en el interior de un **campo magnético** dado por: $\vec B = \vec i + 2\vec j - \vec k$ T

Calcula el vector **fuerza** que actúa sobre esa **carga.**

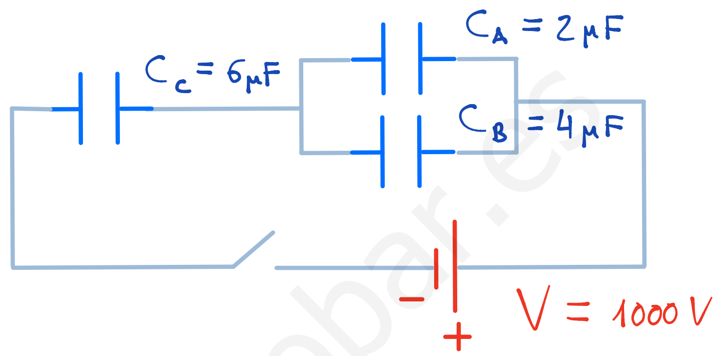
$$\vec F_m = q\cdot(\vec v \times \vec B)$$

$$\vec v \times \vec B = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 5 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -\vec j\cdot\begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 2\cdot\begin{vmatrix} \vec i & \vec k \\ 5 & -5 \end{vmatrix} = 10\vec i + 10\vec k$$

$$\vec F_m = 5\cdot 10^{-6}\cdot(10\vec i + 10\vec k) = 5\cdot 10^{-5}\vec i + 5\cdot 10^{-5}\vec j \text{ N}$$

C1 Tres **condensadores** A, B y C, de **2 µF, 4 µF y 6 µF** respectivamente, se montan: los dos primeros **A y B**, en **paralelo**, y este conjunto en **serie** con el condensador **C.** En los extremos de la asociación, se establece una diferencia de potencial de **1000 V.** Calcular:

La **capacidad equivalente** de la asociación.
La **carga total** almacenada.
La **carga y el potencial** de cada **condensador**.
La **energía total** de la asociación de condensadores.



$$C_p = C_A + C_B = 2\mu F + 4\mu F$$
$$C_p = 6\mu F$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_C} + \frac{1}{C_p} = \frac{1}{6\mu F} + \frac{1}{6\mu F}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{2}{6\mu F} \Rightarrow C_T = 3\mu F$$

$$C_T = \frac{Q_T}{V_T} \Rightarrow Q_T = C_T \cdot V_T = 3 \cdot 10^{-6} F \cdot 10^3 V = 3 \cdot 10^{-3} C$$

$$Q_T = Q_C = Q_p = 3 \cdot 10^{-3} C$$

$$V_c = \frac{Q_c}{C_c} = \frac{3 \cdot 10^{-3} C}{6\mu F} = 500\,V$$

$$V_p = \frac{Q_p}{C_p} = \frac{3 \cdot 10^{-3} C}{6\mu F} = 500\,V$$

$$500V + 500V = 1000V$$
$$V_c + V_p = V_T$$

$$V_A = V_B = V_p = 500V$$
$$V_A = V_B = V_C = 500\,V$$

$$Q_A = C_A \cdot V_A = 2 \cdot 10^{-6} F \cdot 500\,V = 1 \cdot 10^{-3} C$$
$$Q_B = C_B \cdot V_B = 4 \cdot 10^{-6} F \cdot 500\,V = 2 \cdot 10^{-3} C$$

$$Q_A + Q_B = Q_p$$
$$1 \cdot 10^{-3} C + 2 \cdot 10^{-3} C = 3 \cdot 10^{-3} C$$

$$\boxed{E_p = \frac{Q^2}{2C} = \frac{V^2 C}{2} = \frac{VQ}{2}}$$

Energía de un Condensador

$$E_p = \frac{V \cdot Q}{2} = \frac{10^3 V \cdot 3 \cdot 10^{-3} C}{2} = 1,5\,J$$