Nombre y apellidos: ____________________________________________________________

1. Un satélite artificial de navegación de la serie europea *Galileo*, de $300\ kg$ de **masa**, gira alrededor de la Tierra en una órbita circular media (MEO) de $30.000\ km$ de **altura** sobre la superficie. **Justifica** las fórmulas. Datos: $R_T = 6370\ km$ , $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$

   a) Calcula la **velocidad** del satélite en la órbita. (1,25 pt.)

   b) Calcula la **energía mecánica total** del satélite en dicha órbita. (1,25 pt.)

2. Dos **cargas** puntuales iguales y de magnitud $q = +1\ \mu C$ están situadas en los puntos $A(-5{,}0)$ y $B(5{,}0)$. Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$ . Dibuja un **diagrama**.

   a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto $C(0{,}12)$. (2 pt.)

   b) Calcula el **trabajo** necesario para trasladar una carga $q = -1\ \mu C$ desde el infinito hasta $C(0{,}12)$. ¿Qué **significado físico** tiene el **signo del trabajo** que has calculado? (1 pt.)

   c) ¿Qué **velocidad** alcanzaría la carga del apartado anterior al llegar al punto $C$ si tiene una **masa** de $10^{-6}\ kg$ y cuando está en el infinito parte del reposo? (0,5 pt.)

3. Un **electroscopio** está constituido por una esfera metálica de masa $m = 8\ g$ y una carga eléctrica positiva, pero desconocida, que deseamos medir. Cuelga de un hilo de $10\ cm$ de longitud que forma un ángulo de $12{,}57°$ con la vertical cuando se somete a un campo eléctrico horizontal de magnitud $E = 2{,}5 \cdot 10^3\ N/C$.
   Dibuja un **diagrama** y calcula la **carga** de la esfera metálica.
   Finalmente, calcula también la **tensión** del hilo. (1,5 pt.)
   Dato: $g = 9{,}81\ m/s^2$

4. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta)**. Una carga $Q_1$ de $2\ mC$ y otra carga de signo opuesto $Q_2$ de valor desconocido, están separadas por una distancia de $2\ m$. El campo eléctrico total es nulo a $40\ cm$ de la carga $Q_1$. ¿Cuál es el **valor** de $Q_2$? **Indica si el punto de equilibrio está entre las cargas o bien fuera de las cargas (puedes dibujar un diagrama).**

   a) $Q_2 = -12\ mC$  b) $Q_2 = -48\ mC$  c) $Q_2 = -72\ mC$ (1,5 pt.)

5. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta)**. Si el **flujo** del campo eléctrico a través de una superficie *gaussiana* que rodea a una esfera conductora cargada y en **equilibrio electrostático** es $Q/\varepsilon_0$ , entonces el **campo eléctrico en el exterior** de la esfera a una distancia $r$ es:

   a) Cero  b) $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$  c) Constante: $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (1 pt.)

*Carl Friedrich Gauss*

www.yoquieroaprobar.es

1. Un satélite artificial de navegación de la serie europea *Galileo*, de $300\ kg$ de **masa**, gira alrededor de la Tierra en una órbita circular media (MEO) de $30.000\ km$ de **altura** sobre la superficie. **Justifica** las fórmulas. Datos: $R_T = 6370\ km$ , $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$

   a) Calcula la **velocidad** del satélite en la órbita. (1,25 pt.)

   b) Calcula la **energía mecánica total** del satélite en dicha órbita. (1,25 pt.)

a) Condición de órbita: $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M, pero a partir de los datos: $g_0 = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_T^2$ , luego: $v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{r}}$

$h = 30.000\ km = 3\cdot 10^7\ m$ , $R_T = 6{,}37\cdot 10^6\ m \Rightarrow$ El radio orbital $r = R_T + h = 3{,}637\cdot 10^7\ m$

$$v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot 10^6)^2}{3{,}637\cdot 10^7}} \simeq 3308\ m/s \simeq 3{,}308\cdot 10^3\ m/s$$

b) La energía mecánica total $\boxed{E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\cdot\frac{M\cdot m}{r}}$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 300\ kg\cdot(3{,}308\cdot 10^3\ m/s)^2 \simeq 1{,}64\cdot 10^9\ J$$

$$E_p = -G\cdot\frac{M\cdot m}{r} = -\frac{g_0\cdot R_T^2\cdot m}{r} = -\frac{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot 10^6)^2}{3{,}637\cdot 10^7}\cdot 300\ kg \simeq -3{,}28\cdot 10^9\ J$$

$E_m = E_c + E_p = 1{,}64\cdot 10^9\ J - 3{,}28\cdot 10^9\ J = -1{,}64\cdot 10^9\ J < 0$ (energía de enlace)

<u>Método II</u>: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\cdot\frac{M\cdot m}{r} = \frac{1}{2}G\cdot\frac{M\cdot m}{r} - G\cdot\frac{M\cdot m}{r}$

$\boxed{E_m = -G\cdot\frac{M\cdot m}{2r}}$ Energía de enlace orbital ; $E_m < 0$

Como se puede apreciar: $E_p = -G\frac{M\cdot m}{r} \Longrightarrow \boxed{E_m = \frac{1}{2}E_p}$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow \boxed{E_c = -\frac{1}{2}E_p}$

Cuando se generaliza este resultado para muchas partículas, se denomina Teorema del virial

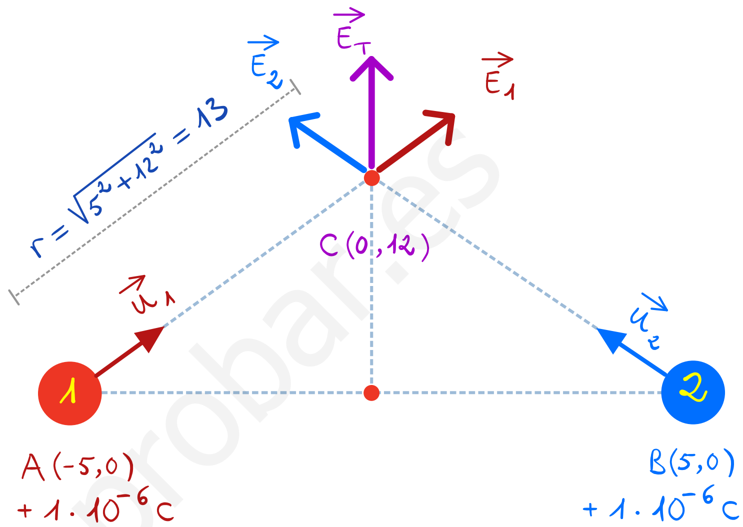
www.yoquieroaprobar.es

2. Dos **cargas** puntuales iguales y de magnitud $q = +1\ \mu C$ están situadas en los puntos $A(-5{,}0)$ y $B(5{,}0)$. Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$ . Dibuja un **diagrama**.

   a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto $C(0{,}12)$. (2 pt.)

   b) Calcula el **trabajo** necesario para trasladar una carga $q = -1\ \mu C$ desde el infinito hasta $C(0{,}12)$. ¿Qué **significado físico** tiene el **signo del trabajo** que has calculado? (1 pt.)

   c) ¿Qué **velocidad** alcanzaría la carga del apartado anterior al llegar al punto $C$ si tiene una **masa** de $10^{-6}\ kg$ y cuando está en el infinito parte del reposo? (0,5 pt.)




a) Por la simetría del problema, se cancelan las componentes horizontales del campo total en C.

Calculamos los vectores unitarios:

$$r_1 = r_2 = r = \sqrt{5^2+12^2} = 13$$

$$\vec{u}_1 = \frac{(0,12)-(-5,0)}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{(5,12)}{13} = \frac{5}{13}\vec{i} + \frac{12}{13}\vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,12)-(5,0)}{\sqrt{2^2+2^2}} = \frac{(-5,12)}{13} = -\frac{5}{13}\vec{i} + \frac{12}{13}\vec{j}$$

Calculamos el campo:

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}}{13^2}\cdot\left(\frac{5}{13}\vec{i} + \frac{12}{13}\vec{j}\right) \simeq 20{,}5\,\vec{i} + 49{,}2\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}}{13^2}\cdot\left(-\frac{5}{13}\vec{i} + \frac{12}{13}\vec{j}\right) \simeq -20{,}5\,\vec{i} + 49{,}2\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = +49{,}2\,\vec{j}\ \frac{N}{C} + 49{,}2\,\vec{j}\ \frac{N}{C} = 9{,}84\cdot 10\,\vec{j}\ \frac{N}{C}\ ,\ (\text{hacia arriba})$$

Ahora calculamos el potencial:

$$V_T = V_1 + V_2 = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2} = 2K\frac{Q}{r}$$ ; Ambos potenciales son iguales

$$V_T = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}}{13} + 9\cdot 10^9 \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}}{13} \simeq 1385\ V$$

b) $\boxed{W_{\infty\to c} = -q\,(V_c - V_\infty)}$ Trabajo eléctrico $\quad V_\infty = K\frac{Q}{\infty} = 0\ V$

$$W_{\infty\to c} = -q(V_c - V_\infty) = -(-1\cdot 10^{-6}\,C)(1385\,V - 0) = 1{,}385\cdot 10^{-3}\ J$$

El trabajo es positivo porque lo realiza el campo.

c) $m = 10^{-6}\ kg$ ; $W_{\infty\to c} = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \underset{\text{reposo}}{0} \Longrightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}}$

$$v = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}385\cdot 10^{-3}\ J}{10^{-6}\ kg}} \simeq 52{,}6\ m/s = 5{,}26\cdot 10\ m/s$$

Principio de superposición

$$\boxed{\vec{E}_T = K\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\cdot\vec{u}_{ri}}$$

$$\boxed{\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots}$$

Campo eléctrico

$$\left[K = 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]$$

$$\boxed{V_T = K\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}}$$

$$\boxed{V_T = V_1 + V_2 + \ldots}$$

Potencial eléctrico

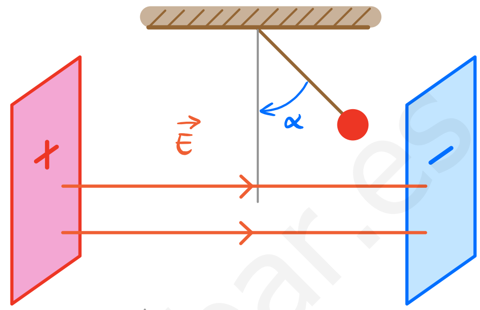
www.yoquieroaprobar.es

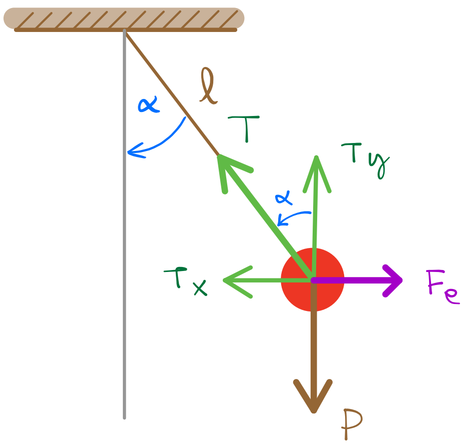
3. Un **electroscopio** está constituido por una esfera metálica de masa $m = 8\ g$ y una carga eléctrica positiva, pero desconocida, que deseamos medir. Cuelga de un hilo de $10\ cm$ de longitud que forma un ángulo de $12{,}57°$ con la vertical cuando se somete a un campo eléctrico horizontal de magnitud $E = 2{,}5 \cdot 10^3\ N/C$.
Dibuja un **diagrama** y calcula la **carga** de la esfera metálica.
Finalmente, calcula también la **tensión** del hilo. (1,5 pt.)
Dato: $g = 9{,}81\ m/s^2$

Datos: $m = 8\ g$ | $E = 2{,}5 \cdot 10^3\ \vec{i}\ \frac{N}{C}$

$l = 0{,}1\ m$ | $\alpha = 12{,}57°$

$g = 9{,}81\ m/s^2$




a) Calcula q.

$2^a$ ley Newton : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Eje } x: & F_e - T_x = 0 \\ \text{Eje } y: & P - T_y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} |q| \cdot E = T \cdot \text{sen}\ \alpha \\ m \cdot g = T \cdot \cos \alpha \end{array}\right\} \div$$

Dividiendo

$$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \frac{\cancel{T} \cdot \text{sen}\ \alpha}{\cancel{T} \cdot \cos\ \alpha} = tg\ \alpha$$

$$|q| = \frac{m \cdot g \cdot tg\ \alpha}{E}$$

$$|q| = \frac{8 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot tg\ 12{,}57°}{2{,}5 \cdot 10^3\ N/C}$$

$$|q| \simeq 7 \cdot 10^{-6}\ C = 7\ \mu C$$

La tensión $T = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} = \frac{8 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}}{\cos 12{,}57°} = 0{,}08\ N = 8 \cdot 10^{-2}\ N$

Nota: los resultados son independientes de la longitud del hilo.

www.yoquieroaprobar.es

4. **CUESTIÓN** 💡 **(Justifica la respuesta)**. Una carga $Q_1$ de $2\ mC$ y otra carga de signo opuesto $Q_2$ de valor desconocido, están separadas por una distancia de $2\ m$. El campo eléctrico total es nulo a $40\ cm$ de la carga $Q_1$. ¿Cuál es el **valor** de $Q_2$? **Indica si el punto de equilibro está entre las cargas o bien fuera de las cargas (puedes dibujar un diagrama).**

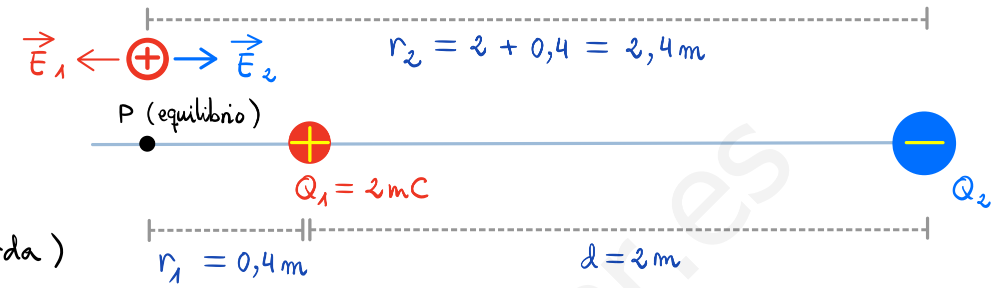
a) $Q_2 = -12\ mC$ b) $Q_2 = -48\ mC$ c) $Q_2 = -72\ mC$ (1,5 pt.)

$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0\ \frac{N}{C}$

Distinto signo

Cargas distintas (magnitud)

Equilibrio: cerca de la carga pequeña (exterior a la izquierda)




Los campos en el punto de equilibrio P son opuestos, pero de la misma magnitud (módulo).

$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$

$|\vec{E}_1|(-\vec{i}) + |\vec{E}_2|\vec{i} = 0$

$|\vec{E}_1|\cancel{\vec{i}} = |\vec{E}_2|\cancel{\vec{i}}$

$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$

$\cancel{K}\frac{|Q_1|}{r_1^2} = \cancel{K}\frac{|Q_2|}{r_2^2}$

$|Q_2| = r_2^2 \frac{|Q_1|}{r_1^2}$

$|Q_2| = 2,4^2 \cdot \frac{2\ mC}{0,4^2} = 72\ mC$

Luego $Q_2 = -72\ mC$

La opción correcta es la c

5. **CUESTIÓN** 💡 **(Justifica la respuesta)**. Si el **flujo** del campo eléctrico a través de una superficie *gaussiana* que rodea a una esfera conductora cargada y en **equilibrio electrostático** es $Q/\varepsilon_0$, entonces el **campo eléctrico en el exterior** de la esfera a una distancia $r$ es:

a) Cero b) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ c) Constante: $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ (1 pt.)

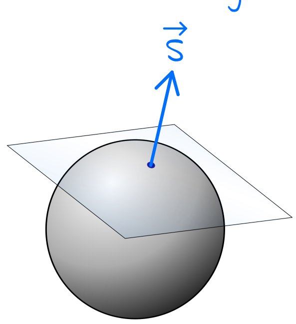
*Carl Friedrich Gauss*

Calculemos el campo creado por una esfera conductora.

$\boxed{\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}}$ Flujo de campo $\left[\frac{N \cdot m^2}{C} = V \cdot m\right]$

$\boxed{\Phi = \frac{\sum Q}{\varepsilon}}$ Teorema de Ostrogradski - Gauss

$\boxed{K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}}$




Por el teorema de Gauss

$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \vec{E} \cdot \vec{S}_{esfera} = E \cdot 4\pi r^2 \cdot \cos 0^\circ$

$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Longrightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

La opción correcta es la b