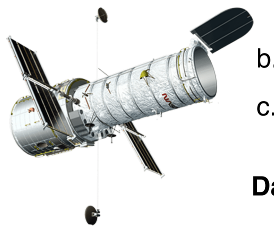
Nombre y apellidos: ____

1. El telescopio espacial **Hubble** describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un **radio orbital r = 6,98·10⁶ m**.

$v = 7552 \frac{m}{s} \simeq 27187 \frac{km}{h}$



   a. Calcula la **velocidad orbital** (velocidad lineal) del **Hubble** en el **S.I.** y en **km/h**. **Justifica** la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)
   b. Calcula su **período orbital** en **horas**. $T = 5807\ s \simeq 1,61\ h$ (0,5 pt.)
   c. Compara el valor de su **aceleración centrípeta** con el **valor de g** a esa distancia de la Tierra. ¿**Qué significa** el resultado? (1 pt.)

   Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^3$ km ; $g_0 = 9,81$ m/s²

$g = a_c = 8,17\ m/s^2$ condición de órbita.

2. Dos partículas de masas $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2 = 4 \cdot m_1}$ están separadas por una **distancia d = 3,0 m**. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa $\mathbf{m_1}$. (2 pt.)

$x = 1\ m$ (distancia de m_1 a P)

3. Nos encontramos en la superficie de la **Luna**. Ponemos una piedra sobre una báscula en reposo y ésta indica **1,58 N**. Determina razonadamente la intensidad de campo gravitatorio en la superficie lunar y la masa de la piedra, sabiendo que el **radio de la Luna** es **0,25** veces el **radio de la Tierra** y que su **masa** es **1/81** de la masa de la **Tierra**.

$g_L = \frac{16}{81} \cdot g_0 \simeq 0,2 \cdot g_0$ $\quad m = \frac{7,9}{g_0}$ [kg]

(2 pt.)

o bien $g_0 = 5 \cdot g_L$

4. **CUESTIÓN:** Si $\mathbf{g_0}$ es la intensidad de **campo** gravitatorio en la **superficie** terrestre, **determina**, en función del **radio** de la Tierra $\mathbf{R_T}$, la **altura h** sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad del campo gravitatorio es la mitad, es decir, $\mathbf{g_0 / 2}$.

   a) $h = \left(\sqrt{2} + 1\right) \cdot R_T$ b) $h = \sqrt{2} \cdot R_T$ c) $h = \left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot R_T$

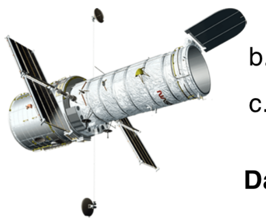
   Justifica bien la respuesta. (2 pt.)

5. **CUESTIÓN:** Si la Tierra sufriese un colapso gravitatorio y su **radio** se redujese a la **mitad**, ¿cómo sería su **período** de revolución alrededor del Sol?

   a) **Igual (1 año)** b) **2 años** c) **4 años**

   Razona bien la respuesta. ¿Qué **ley** has utilizado? 3ª ley de Kepler y/o condición de órbita (1 pt.)

1. El telescopio espacial **Hubble** describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un **radio orbital r = 6,98·10⁶ m**.



   a. Calcula la **velocidad orbital** (velocidad lineal) del **Hubble** en el **S.I.** y en **km/h**. **Justifica** la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)

   b. Calcula su **período orbital** en **horas**. (0,5 pt.)

   c. Compara el valor de su **aceleración centrípeta** con el **valor de g** a esa distancia de la Tierra. ¿**Qué significa** el resultado? (1 pt.)

Datos: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^3$ km ; $g_0 = 9{,}81$ m/s²

a) Condición de órbita : $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M, pero a partir de los datos: $g_0 = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}}$

El radio orbital $r = 6{,}98 \cdot 10^6$ m . $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81 (6{,}37 \cdot 10^6)^2}{6{,}98 \cdot 10^6}} \approx 7551.726012 \text{ m/s} \simeq 7552 \frac{m}{s} \cdot \frac{3600 s}{1 h} \cdot \frac{1 Km}{10^3 m} \simeq 27187 \frac{Km}{h}$$

b) $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6{,}98 \cdot 10^6}{7552} \approx 5807.287267 \text{ s} \simeq 5807 \text{ s} \cdot \frac{1 h}{3600 s} \simeq 1{,}61 h$

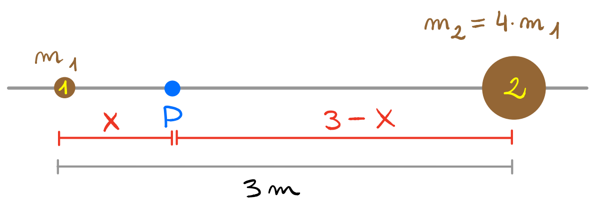
c) La aceleración centrípeta $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{7552^2}{6{,}98 \cdot 10^6} \approx 8.170874 \text{ m/s}^2 \simeq 8{,}17 \text{ m/s}^2$

El campo gravitatorio $g = G\frac{M}{r^2} = \frac{g_0 \cdot R_T^2}{r^2} = \frac{9{,}81 (6{,}37 \cdot 10^6)^2}{(6{,}98 \cdot 10^6)^2} \approx 8.170282 \text{ m/s}^2 \simeq 8{,}17 \text{ m/s}^2$

Son iguales : $g = a_c$ porque es la condición de órbita.

2. Dos partículas de masas m_1 y $m_2 = 4 \cdot m_1$ están separadas por una **distancia d = 3,0 m**. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa m_1. (2 pt.)

El campo gravitatorio $g = G\frac{M}{r^2}$



En el punto P se produce el equilibrio.

$\vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0$, En módulo $g_1 = g_2$

x ≡ distancia a m_1

$\cancel{G}\frac{\cancel{m_1}}{x^2} = \cancel{G}\frac{4 \cdot \cancel{m_1}}{(3-x)^2}$

$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(3-x)^2}$ Tomo raíces cuadradas

$\frac{1}{x} = \frac{2}{3-x}$

$3 - x = 2x$

$3 = 3x$

$x = 1$ m (distancia de m_1 a P)

3. Nos encontramos en la superficie de la **Luna**. Ponemos una piedra sobre una báscula en reposo y ésta indica **1,58 N**. Determina razonadamente la intensidad de campo gravitatorio en la superficie lunar y la masa de la piedra, sabiendo que el **radio de la Luna** es **0,25** veces el **radio de la Tierra** y que su **masa** es **1/81** de la masa de la **Tierra**. $0,25 = 1/4$

(2 pt.)

$g = G\dfrac{M}{r^2}$ en general: $g_L = G\dfrac{M_L}{R_L^2}$, $g_0 = G\dfrac{M_T}{R_T^2}$

$$\frac{g_L}{g_0} = \frac{\cancel{G}\dfrac{M_L}{R_L^2}}{\cancel{G}\dfrac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_L}{R_L^2}\cdot\frac{R_T^2}{M_T} = \frac{\frac{1}{81}M_T R_T^2}{\left(\frac{1}{4}R_T\right)^2 M_T} = \frac{16}{81} \Rightarrow g_L = \frac{16}{81}\cdot g_0 \simeq 0,2\cdot g_0$$

o bien $g_0 = 5\cdot g_L$

La masas en la Tierra y en la Luna son iguales; cambia el peso.

$$P_L = m\cdot g_L \Rightarrow m = \frac{P_L}{g_L} = \frac{1,58\,N}{0,2\cdot g_0} = \frac{7,9}{g_0}\ [kg]$$

Aunque no lo piden, podemos calcular el peso en la Tierra:

$$P_T = m\,g_0 = \frac{7,9}{g_0}\cdot g_0 = 7,9\,N$$

4. **CUESTIÓN:** Si $\mathbf{g_0}$ es la intensidad de **campo** gravitatorio en la **superficie** terrestre, **determina**, en función del **radio** de la Tierra $\mathbf{R_T}$, la **altura h** sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad del campo gravitatorio es la mitad, es decir, $\mathbf{g_0 / 2}$.

a) $h = \left(\sqrt{2}+1\right)\cdot R_T$ b) $h = \sqrt{2}\cdot R_T$ c) $h = \left(\sqrt{2}-1\right)\cdot R_T$

Justifica bien la respuesta. (2 pt.)

$g = G\dfrac{M_T}{r^2}$ en la Tierra. En la superficie $g_0 = G\dfrac{M_T}{R_T^2}$

A una altura h, $r = R_T + h$ y el campo $g = G\dfrac{M_T}{r^2}$, pero $g = \dfrac{g_0}{2}$

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = \frac{g_0}{2}$$

$$\cancel{G}\frac{\cancel{M_T}}{r^2} = \frac{1}{2}\cdot\cancel{G}\frac{\cancel{M_T}}{R_T^2}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{2\cdot R_T^2}$$

$2\cdot R_T^2 = r^2$ Tomo raíces cuadradas

$\sqrt{2}\cdot R_T = r$, Como $r = R_T + h \Rightarrow$

$\sqrt{2}\cdot R_T = R_T + h$

$h = \sqrt{2}\cdot R_T - R_T$

$h = (\sqrt{2}-1)\cdot R_T$ Opción c

5. **CUESTIÓN:** Si la Tierra sufriese un colapso gravitatorio y su **radio** se redujese a la **mitad**, ¿cómo sería su **período** de revolución alrededor del Sol?

a) **Igual (1 año)** b) **2 años** c) **4 años**

Razona bien la respuesta. ¿Qué **ley** has utilizado? (1 pt.)

$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = cte}$ 3ª ley de Kepler $\Rightarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$

El período depende del radio orbital, no del radio del planeta, luego el período se mantiene (1 año). Es la opción a

El radio orbital es la distancia del centro de la Tierra al Sol, y por lo tanto, no cambia aunque la Tierra encoja.

II° método

La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$\left.\right\} G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$

$G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte}$ 3ª ley de Kepler

Se deduce de la expresión que el período no depende del radio del planeta y tampoco de su masa. Sólo depende del radio orbital y de la masa del Sol.