

Nombre y apellidos: _____

1. **Tritón** es uno de los satélites de **Neptuno**. Describe una **órbita** circular de **radio $3,55 \cdot 10^5$ km** y tarda **5 días y 21 horas** en completar una vuelta alrededor de Neptuno. Determina:

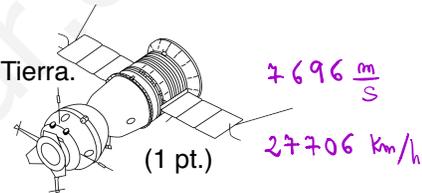


- a. La **masa de Neptuno**. $M_N \approx 1,028 \cdot 10^{26}$ kg (1 pt.)
b. La **aceleración de la gravedad** en la **superficie de Neptuno**. $g_0 \approx 11,9 \text{ m/s}^2$ (1 pt.)
c. **Demuestra la ley física** que has utilizado. 3^{a} ley de Kepler (1 pt.)

Datos: Radio de Neptuno $R_N = 24000$ km ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m² / kg²

2. Una cápsula **Soyuz** está situada a una altura de **350 km** sobre la superficie de la Tierra.

- a. Calcula la **velocidad orbital** (velocidad lineal) de la nave espacial en el **S.I.** y en **km/h**. **Justifica la fórmula** de la velocidad orbital. (1 pt.)
b. Calcula su **período orbital** en **horas**. $T \approx 5486 \text{ s} \approx 1,52 \text{ h}$ (1 pt.)
c. Compara el valor de su **aceleración centrípeta** con el **valor de g** a esa distancia de la Tierra. **¿Qué significa** el resultado? $a_c = g \approx 8,8 \text{ m/s}^2$ (1 pt.)



Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m ; $g_0 = 9,81$ m/s²

3. La **masa de la Tierra** es **81 veces** la **masa de la Luna** y la **distancia** entre los **centros** de ambos cuerpos celestes es de **384.000 km**:



¿A qué **distancia** del centro de la Tierra se encuentra el **punto de equilibrio** donde se **anula el campo gravitatorio** de ambos cuerpos? (2 pt.)

$3,84 \cdot 10^7$ m desde la Luna $3,456 \cdot 10^8$ m desde la Tierra

4. **CUESTIÓN:** En torno al **Sol** giran dos **planetas** cuyos períodos de revolución son **$3,66 \cdot 10^2$ días** y **$4,32 \cdot 10^2$ días** respectivamente. Si el **radio de la órbita** del **primero** es **$1,49 \cdot 10^{11}$ m**, la órbita del segundo es:



- a) **La misma** b) **Menor** c) **Mayor** $r_2 \approx 1,66 \cdot 10^{11}$ m

Justifica bien la respuesta. (1 pt.)

5. **CUESTIÓN:** Si a una **altura de 500 metros** sobre la Tierra se colocan **dos objetos**, uno de **masa m** y otro de **masa 2 m**, y se dejan **caer libremente** (en ausencia de rozamientos y empujes), ¿cuál llegará antes al suelo?:



- a) **El de masa m** b) **El de masa 2 m** c) **Los dos al mismo tiempo**

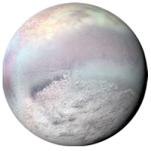
Justifica bien la respuesta.

$$g = G \frac{M_T}{r^2}$$

(1 pt.)

No depende de la masa

1. **Tritón** es uno de los satélites de **Neptuno**. Describe una **órbita** circular de **radio $3,55 \cdot 10^8$ km** y tarda **5 días y 21 horas** en completar una vuelta alrededor de Neptuno. Determina:



- La **masa de Neptuno**. (1 pt.)
- La **aceleración de la gravedad en la superficie de Neptuno**. (1 pt.)
- Demuestra la ley física** que has utilizado. (1 pt.)

Datos: Radio de Neptuno $R_N = 24000$ km ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m² / kg²

c) La condición de órbita es : $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \quad \left. \vphantom{G \frac{M}{r} = v^2} \right\} G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{cte} \quad (\text{3ª ley de Kepler})$$

$$a) \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times (3,55 \times 10^8)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 507600^2} \approx 1,027720 \times 10^{26} \text{ kg}, \quad M_N \approx 1,028 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

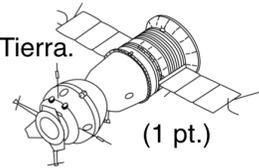
radio orbital

indicamos de dónde procede

$$T = 5 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ h}}{\text{día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} + 21 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = (5 \cdot 24 + 21) \cdot 3600 = 507600 \text{ s}$$

$$b) g_0 = G \frac{M}{R_N^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{1,028 \times 10^{26}}{(2,4 \times 10^7)^2} \approx 11,904097 \text{ m/s}^2, \quad g_0 \approx 11,9 \text{ m/s}^2$$

2. Una cápsula **Soyuz** está situada a una altura de **350 km** sobre la superficie de la Tierra.



- Calcula la **velocidad orbital** (velocidad lineal) de la nave espacial en el **S.I.** y en **km/h**. **Justifica** la fórmula de la velocidad orbital. (1 pt.)
- Calcula su **período orbital** en **horas**. (1 pt.)
- Compara el valor de su **aceleración centrípeta** con el **valor de g** a esa distancia de la Tierra. **¿Qué significa** el resultado? (1 pt.)

Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m ; $g_0 = 9,81$ m/s²

a) En órbita: $F_g = F_c$ $g = a_c$ Condición de órbita

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}} \quad \text{Velocidad orbital}$$

Como no conocemos G ni M , pero sí g_0 : $g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow GM = g_0 \cdot R_T^2$, $r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 + 3,5 \cdot 10^5$ m
 $r = 6,72 \cdot 10^6$ m

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,81 \times (6,37 \times 10^6)^2}{6,72 \times 10^6}} \approx 7696,429570 \text{ m/s} \approx 7696 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \approx 27706 \text{ km/h}$$

radio orbital \downarrow

$$b) \quad v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times \pi \times 6,72 \times 10^6}{7696} \approx 5486,357233 \text{ s}$$
$$\frac{2 \times \pi \times 6,72 \times 10^6}{7696} \times \frac{1}{3600} \approx 1,523988 \text{ h}$$

$$T \approx 5486 \text{ s} \approx 1,52 \text{ h}$$

$$c) \quad a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{7696^2}{6,72 \times 10^6} \approx 8,813752 \text{ m/s}^2$$

$$g = G \frac{M}{r^2} = \frac{g_0 R_T^2}{r^2} = \frac{9,8 \times (6,37 \times 10^6)^2}{(6,72 \times 10^6)^2} \approx 8,805751 \text{ m/s}^2$$

Se puede redondear 9,81 \approx 9,8

Se puede comprobar que $a_c = g \approx 8,8 \text{ m/s}^2$, es decir, se cumple la condición de órbita.

3. La **masa** de la **Tierra** es **81 veces** la **masa** de la **Luna** y la **distancia** entre los **centros** de ambos cuerpos celestes es de **384.000 km**:



¿A qué **distancia** del centro de la Tierra se encuentra el **punto de equilibrio** donde se **anula** el **campo gravitatorio** de ambos cuerpos?

(2 pt.)

Planteamiento En el punto de equilibrio $g_T - g_L = 0 \Rightarrow g_T = g_L$

$$G \frac{M_T}{(d-x)^2} = G \frac{M_L}{x^2} \quad ; \quad \text{Extraemos la raíz cuadrada en ambos términos para eliminar los cuadrados.}$$

Uso la relación: $M_T = 81 \cdot M_L$

$$\text{Resolución} \quad \frac{81 \cdot M_L}{(d-x)^2} = \frac{M_L}{x^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{81}{(d-x)^2}} = \sqrt{\frac{1}{x^2}} \Rightarrow \frac{9}{d-x} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 9x = d - x \Rightarrow 10x = d \quad x = 0,1d, \quad d - x = 0,9d \quad (\text{más cerca de la Luna})$$

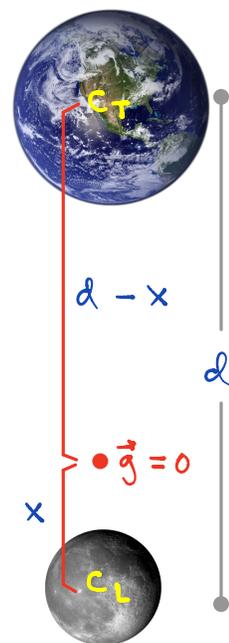
El resultado tiene sentido

$$d = 384000 \text{ km}$$

$$x = \frac{384000 \text{ km}}{10} = 38400 \text{ km} = 3,84 \cdot 10^4 \text{ km} \quad \text{desde la Luna}, \quad 3,84 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$d - x = 384000 \text{ km} - 38400 \text{ km} = 345600 \text{ km} = 3,456 \cdot 10^5 \text{ km} \quad \text{desde la Tierra}, \quad 3,456 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Gráfico de situación



4. **CUESTIÓN:** En torno al **Sol** giran dos **planetas** cuyos periodos de revolución son **$3,66 \cdot 10^2$ días** y **$4,32 \cdot 10^2$ días** respectivamente. Si el **radio de la órbita del primero** es **$1,49 \cdot 10^{11}$ m**, la órbita del segundo es:



- a) La misma b) Menor c) Mayor

Justifica bien la respuesta.

(1 pt.)

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{cte} \quad \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \Rightarrow r_2^3 = r_1^3 \frac{T_2^2}{T_1^2} \Rightarrow r_2 = \sqrt[3]{r_1^3 \frac{T_2^2}{T_1^2}} = r_1 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2}$$

$$r_2 = 1,49 \times 10^{11} \times \sqrt[3]{\left(\frac{4,32 \times 10^2}{3,66 \times 10^2}\right)^2} \approx 1,664130 \times 10^{11} \text{ m} > r_1, \quad r_2 \approx 1,66 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Se puede razonar con la proporcionalidad: $T_2 > T_1 \Rightarrow r_2 > r_1$ Respuesta ©

5. **CUESTIÓN:** Si a una **altura de 500 metros** sobre la Tierra se colocan **dos objetos**, uno de **masa m** y otro de **masa 2 m**, y se dejan **caer libremente** (en ausencia de rozamientos y empujes), ¿cuál llegará antes al suelo?:



- a) El de masa m b) El de masa 2 m c) Los dos al mismo tiempo

Justifica bien la respuesta.

(1 pt.)

El campo gravitatorio

$$g = G \frac{M_T}{r^2}$$

No depende de la masa del cuerpo que cae. Respuesta ©

En ausencia de rozamiento, todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

A medida que caen, el valor de g aumenta, pero sigue siendo el mismo para ambas masas.

Como $g \neq \text{cte}$, NO se pueden utilizar las ecuaciones de Galileo del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.