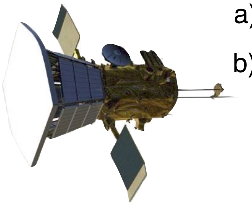
Nombre y apellidos: ____

1. **Órbitas**: La sonda Solar Parker de la NASA, con una masa de $685\ kg$, gira en torno al Sol, muy cerca, describiendo una órbita circular de 7 **millones de km** de **radio orbital**. $v = 1{,}39 \cdot 10^5\ m/s$, $T = 87{,}9\ h$



   a) Calcula la **velocidad orbital** de la sonda **en el SI** y el **período orbital en horas**. (1 pt.)

   b) Calcula la **energía necesaria** para **transferir** su órbita desde 7 **millones de km** hasta otra órbita con un radio orbital de 58 **millones de km**. (**Justifica** las fórmulas). (1,5 pt.)

   Datos: $R_{Sol} = 700.000\ km$, $g_{0-Sol} = 28 \cdot g_{0T}$, $g_{0T} = 9{,}81 m/s^2$ $E_{necesaria} = 5{,}79 \cdot 10^{12}\ J$

2. **Cargas puntuales**: Tres partículas A, B y C igualmente cargadas con carga Q, poseen las siguientes coordenadas: $A(2/3\ ,\ 0)$, $B(0{,}0)$ y $C(0{,}1)$. C ejerce sobre B una fuerza de módulo $4{,}0 \cdot 10^{-5}\ N$. Distancias en **centímetros**. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$. $Q = \frac{2}{3} \cdot 10^{-9}\ C$, $\vec{F}_{AB} = -9 \cdot 10^{-5}\ \vec{i}\ N$

   a) Calcula la **carga** Q (igual para las tres) y el **vector fuerza** que A ejerce sobre B. (1 pt.)

   b) Calcula el **vector campo y el potencial total** en el 4º vértice del cuadrado: $D(2/3\ ,\ 1)$. (1,5 pt.)

   $\vec{E}_T = 1{,}58 \cdot 10^5\ \vec{i} + 9{,}5 \cdot 10^4\ \vec{j}\ \frac{N}{C}$, $V_T = 2 \cdot 10^3\ V$

3. **Péndulo eléctrico**: Una esferita que porta una carga de $5\ \mu C$ está sostenida por un hilo de $12\ cm$ entre dos placas paralelas verticales que se encuentran a $10{,}0\ cm$ de distancia entre sí. Cuando la diferencia de potencial entre las placas es de $6000\ V$, el hilo forma un ángulo de $15°$ con la vertical. Dato: $g_0 = 9{,}81 m/s^2$

   $E = 6 \cdot 10^4\ \frac{N}{C}$
   $m = 114\ g$
   $v = 0{,}283\ \frac{m}{s}$

   a) Calcula el módulo del **campo elétrico** entre las placas. (0,25 pt.)

   b) Calcula la **masa en gramos** de la esferita. Dibuja un **esquema**. (1,25 pt.)

   c) Si las placas se descargan , ¿cuál será la **velocidad** de la esferita al pasar por la vertical (punto más bajo de la oscilación)? (0,5 pt.)

4. **Tubo de rayos catódicos**: Un **electrón** penetra en un campo eléctrico **uniforme** de intensidad $2 \cdot 10^4\ \vec{j}\ \dfrac{N}{C}$ con una velocidad de $8{,}4 \cdot 10^6\ \vec{i}\ m/s$ (dirección perpendicular a las líneas del campo). Dibuja el diagrama. $\vec{a} = -3{,}52 \cdot 10^{15}\ \vec{j}\ m/s^2$, $\vec{v} = 8{,}4 \cdot 10^6\ \vec{i} - 4{,}2 \cdot 10^6\ \vec{j}\ \frac{m}{s}$

   a) Calcula el **vector aceleración** que experimenta el electrón. (0,5 pt.)

   b) Calcula el **vector velocidad** cuando el electrón haya recorrido $1\ cm$ en **horizontal**. (1 pt.)

   c) Calcula **cuánto se ha desviado verticalmente en milímetros.** $r_y = 2{,}5\ mm$ (0,5 pt.)

   Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg$

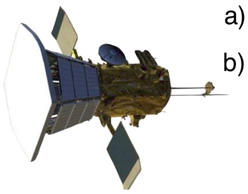
5. **CUESTIÓN** **(Justifica la respuesta)**. Si se libera un **protón** (carga positiva) desde el reposo en un **campo eléctrico uniforme**:

   a) Su potencial eléctrico aumenta y su energía potencial disminuye.

   b) Su potencial eléctrico disminuye y su energía potencial aumenta.

   c) Su potencial eléctrico disminuye y su energía potencial disminuye. (1 pt.)

1. **Órbitas**: La sonda Solar Parker de la NASA, con una masa de $685\ kg$, gira en torno al Sol, muy cerca, describiendo una órbita circular de 7 **millones de km** de **radio orbital**.



a) Calcula la **velocidad orbital** de la sonda **en el SI** y el **período orbital en horas**. (1 pt.)

b) Calcula la **energía necesaria** para **transferir** su órbita desde 7 **millones de km** hasta otra órbita con un radio orbital de 58 **millones de km**. (**Justifica** las fórmulas). (1,5 pt.)

Datos: $R_{Sol} = 700.000\ km$, $g_{0-Sol} = 28 \cdot g_{0T}$, $g_{0T} = 9{,}81 m/s^2$

a) Condición de órbita: $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$ ← Datos del Sol

No conozco ni G ni M, pero a partir de los datos: $g_0 = G\frac{M}{R_S^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_S^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_S^2}{r}}$

El radio orbital $r = 7\cdot 10^9\ m$, $R_S = 7\cdot 10^8\ m$, $g_0 = 28\cdot 9{,}81 = 274{,}68\ m/s^2$ (g en la superficie del Sol)

$$v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_S^2}{r}} = \sqrt{\frac{274{,}68\cdot(7\cdot 10^8)^2}{7\cdot 10^9}} \approx 138663.621761\ m/s \simeq 1{,}39\cdot 10^5\ m/s$$

b) $$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\cdot\pi\cdot 7\cdot 10^9}{1{,}39\cdot 10^5} \approx 316419.403959\ s \cdot \frac{1\ h}{3600\ s} \simeq 87{,}9\ h$$

$\simeq 3{,}16\cdot 10^5\ s$

c) $\boxed{E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}}$ Energía de transferencia orbital [J]

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 - G\frac{Mm}{r_B}\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 - G\frac{Mm}{r_A}\right)$$

$F_{c_B} = F_{g_B} \Rightarrow G\frac{M}{r_B} = v_B^2$ $\quad F_{c_A} = F_{g_A} \Rightarrow G\frac{M}{r_A} = v_A^2$

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_B} - G\frac{Mm}{r_B}\right) - \left(\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_A} - G\frac{Mm}{r_A}\right)$$

$$E_{necesaria} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_B} + \frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_A} \Rightarrow E_{necesaria} = \frac{GMm}{2}\cdot\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$\boxed{E_{necesaria} = \frac{g_0\cdot R_S^2\cdot m}{2}\cdot\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$ Energía de transferencia orbital [J]

$r_A = 7\cdot 10^9\ m$, $r_B = 5{,}8\cdot 10^{10}\ m$

$$E_{necesaria} = \frac{274{,}68\cdot(7\cdot 10^8)^2\cdot 685}{2}\cdot\left(\frac{1}{7\cdot 10^9} - \frac{1}{5{,}8\cdot 10^{10}}\right) \approx 5.790660\times 10^{12}\ J \simeq 5{,}79\cdot 10^{12}\ J$$

Como es lógico, la energía de transferencia orbital es positiva.

2. **Cargas puntuales**: Tres partículas A, B y C igualmente cargadas con carga Q, poseen las siguientes coordenadas: $A(2/3\ ,\ 0)$, $B(0{,}0)$ y $C(0{,}1)$. C ejerce sobre B una fuerza de módulo $4{,}0 \cdot 10^{-5}\ N$. Distancias en **centímetros**. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$.

a) Calcula la **carga** Q (igual para las tres) y el **vector fuerza** que A ejerce sobre B. (1 pt.)

b) Calcula el **vector campo y el potencial total** en el 4° vértice del cuadrado: $D(2/3\ ,\ 1)$. (1,5 pt.)

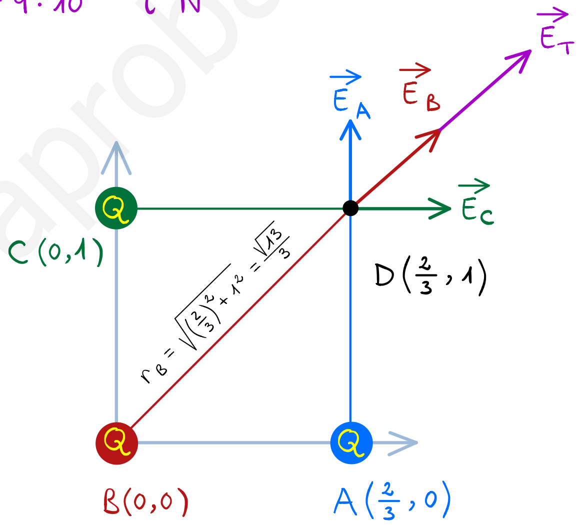
a) $\boxed{\vec{F} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u}_r}$ Ley de Coulomb (forma vectorial) $[N]$ $\left[K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right]$

En este problema, las cargas son iguales. C y B están separadas por $1\,cm = 10^{-2}\,m$

En módulo $F_{CB} = K \cdot \frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{F_{CB} \cdot r^2}{K}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^9}} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-9}\ C \simeq 6{,}7 \cdot 10^{-10}\ C$

$$\vec{F}_{AB} = K \cdot \frac{Q^2}{r^2} \cdot (-\vec{\imath}) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-9}\right)^2}{\left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-2}\right)^2} \cdot (-\vec{\imath}) = -9 \cdot 10^{-5}\ \vec{\imath}\ N$$

b) Calculamos los vectores unitarios



$\vec{u}_A = \vec{\jmath}$, $\vec{u}_C = \vec{\imath}$, $r_B = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

$$\vec{u}_B = \frac{\left(\frac{2}{3}, 1\right) - (0,0)}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2}} = \frac{\left(\frac{2}{3}, 1\right)}{\frac{\sqrt{13}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{13}}\ \vec{\imath} + \frac{3}{\sqrt{13}}\ \vec{\jmath}$$

$$\vec{E}_A = K \frac{Q}{r_A^2} \vec{u}_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-4}}\ \vec{\jmath} = 6 \cdot 10^4\ \vec{\jmath}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_B = K \frac{Q}{r_B^2} \vec{u}_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot 10^{-9}}{\frac{13}{9} \cdot 10^{-4}} \left(\frac{2}{\sqrt{13}}\ \vec{\imath} + \frac{3}{\sqrt{13}}\ \vec{\jmath}\right) \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_B = 2{,}3 \cdot 10^4\ \vec{\imath} + 3{,}5 \cdot 10^4\ \vec{\jmath}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_C = K \frac{Q}{r_C^2} \vec{u}_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot 10^{-9}}{\left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-2}\right)^2}\ \vec{\imath} = 1{,}35 \cdot 10^5\ \vec{\imath}\ \frac{N}{C}$$

$\vec{E}_T = 1{,}58 \cdot 10^5\ \vec{\imath} + 9{,}5 \cdot 10^4\ \vec{\jmath}\ \frac{N}{C}$,

(hacia arriba y hacia la derecha)

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = KQ\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right)$$

$$V_T = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{-9} \cdot \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{\frac{\sqrt{13}}{3}} + \frac{1}{\frac{2}{3}}\right) \cdot \underbrace{\frac{1}{10^{-2}}}_{\text{cambio de unidades}} \simeq 2 \cdot 10^3\ V$$

Principio de superposición

$\boxed{\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{ri}}$

$\boxed{\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots}$

Campo eléctrico

$\boxed{V_T = K \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}}$

$\boxed{V_T = V_1 + V_2 + \ldots}$

Potencial eléctrico

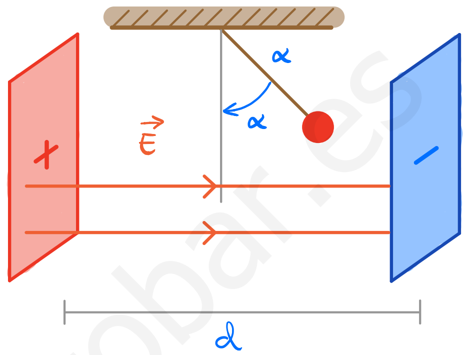
3. **Péndulo eléctrico**: Una esferita que porta una carga de $5\ \mu C$ está sostenida por un hilo de $12\ cm$ entre dos placas paralelas verticales que se encuentran a $10{,}0\ cm$ de distancia entre sí. Cuando la diferencia de potencial entre las placas es de $6000\ V$, el hilo forma un ángulo de $15°$ con la vertical.
Dato: $g_0 = 9{,}81 m/s^2$

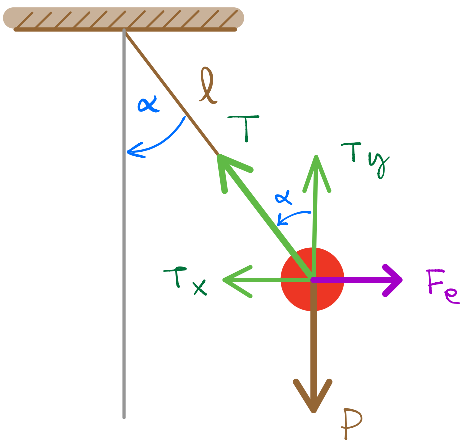
a) Calcula el módulo del **campo elétrico** entre las placas. (0,25 pt.)
b) Calcula la **masa en gramos** de la esferita. Dibuja un **esquema**. (1,25 pt.)
c) Si las placas se descargan , ¿cuál será la **velocidad** de la esferita al pasar por la vertical (punto más bajo de la oscilación)? (0,5 pt.)

a) $\boxed{|\Delta V| = E \cdot d}$ Relación campo – potencial

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{6000\,V}{10 \cdot 10^{-2}\,m} = 6 \cdot 10^4\ \frac{N}{C}$$

Datos: $l = 12 \cdot 10^{-2}\ m$ | $\alpha = 15^o$
$d = 10\ cm = 0{,}1\ m$ | $q = 5 \cdot 10^{-6}\ C$





b) Calcula E. $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Eje } x: & F_e - T_x = 0 \\ \text{Eje } y: & P - T_y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} |q| \cdot E = T \cdot \operatorname{sen} \alpha \\ m \cdot g = T \cdot \cos \alpha \end{array}\right\} \div$$

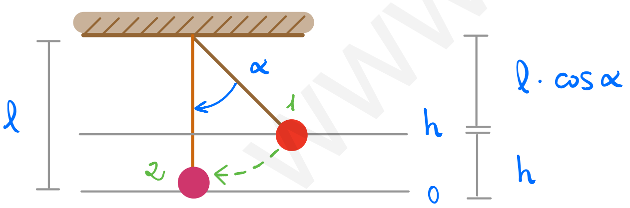
Dividiendo

$$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \frac{\cancel{T} \cdot \operatorname{sen} \alpha}{\cancel{T} \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$m = \frac{|q| \cdot E}{g \cdot \operatorname{tg} \alpha} =$$

$$= \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^4}{9{,}81 \cdot \tan 15} \approx 0.114130\ Kg$$

$m \simeq 114\ g$



$l = 12\ cm$

$h + l \cdot \cos 15° = l$

$h = l - l \cdot \cos 15°$

$h = 12\,cm \cdot (1 - \cos 15°) \simeq 0{,}41\ cm = 4{,}1 \cdot 10^{-3} m$

c) Desconectamos las placas. Calcula V final.

$E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$

$\cancel{E_{c_1}} + E_{p_1} = E_{c_2} + \cancel{E_{p_2}}$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_p = mgh$

Podemos escoger donde $h = 0$.

$mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 4{,}1 \cdot 10^{-3}} \simeq 0{,}283\ \frac{m}{s}$

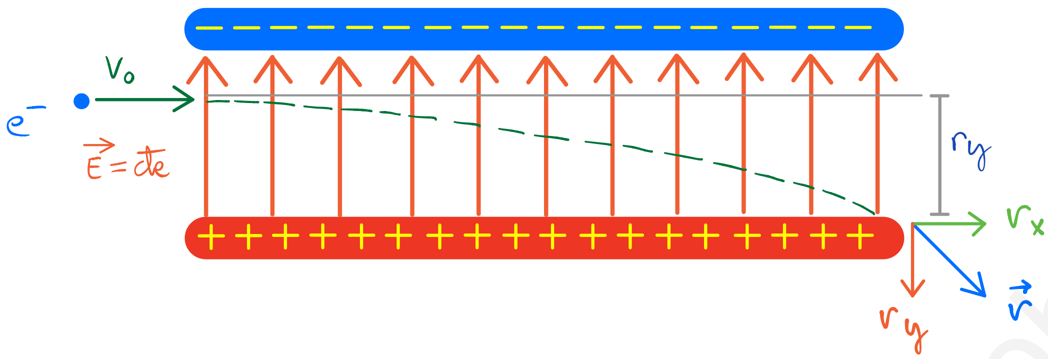
4. **Tubo de rayos catódicos**: Un **electrón** penetra en un campo eléctrico **uniforme** de intensidad $2 \cdot 10^4 \ \vec{j} \ \frac{N}{C}$ con una velocidad de $8{,}4 \cdot 10^6 \ \vec{i} \ m/s$ (dirección perpendicular a las líneas del campo). Dibuja el diagrama.

a) Calcula el **vector aceleración** que experimenta el electrón. (0,5 pt.)

b) Calcula el **vector velocidad** cuando el electrón haya recorrido $1 \ cm$ en **horizontal**. (1 pt.)

c) Calcula **cuánto se ha desviado verticalmente en milímetros.** (0,5 pt.)

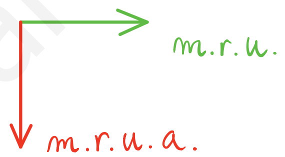
Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg$



• Datos:

$\vec{V}_0 = 8{,}4 \cdot 10^6 \ \vec{i} \ \frac{m}{s}$

$\vec{E} = 2 \cdot 10^4 \ \vec{j} \ \frac{N}{C}$



a) $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E}} = m \cdot \vec{a}$

$q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}$

$\boxed{\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}}$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 2 \cdot 10^4 \frac{N}{C}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} kg} \vec{j} = -3{,}52 \cdot 10^{15} \vec{j} \ m/s^2$$

b) La velocidad $\vec{V} = V_0 \vec{i} + a \cdot t \vec{j}$; calculemos el tiempo de «vuelo» del electrón.

$$V_0 = \frac{X}{t} \Rightarrow t = \frac{X}{V_0} = \frac{10^{-2} m}{8{,}4 \cdot 10^6 m/s} \simeq 1{,}19 \cdot 10^{-9} s \Rightarrow V_y = -4{,}2 \cdot 10^6 \vec{j} \ \frac{m}{s}$$

$$\vec{V} = 8{,}4 \cdot 10^6 \vec{i} - 4{,}2 \cdot 10^6 \vec{j} \ \frac{m}{s}$$

c) El desplazamiento lateral $r_y = \frac{1}{2} a t^2$ (MRUA: en vertical hacia abajo)

negativo negativo

$$r_y = \frac{1}{2} \cdot 3{,}52 \cdot 10^{15} (1{,}19 \cdot 10^{-9})^2 \simeq 0{,}002492 \ m \simeq 2{,}5 \ mm \ \text{(hacia abajo)}$$

5. **CUESTIÓN** 💡 **(Justifica la respuesta)**. Si se libera un **protón** (carga positiva) desde el reposo en un **campo eléctrico uniforme**:

a) Su potencial eléctrico aumenta y su energía potencial disminuye.
b) Su potencial eléctrico disminuye y su energía potencial aumenta.
c) Su potencial eléctrico disminuye y su energía potencial disminuye.

(1 pt.)

El trabajo lo realiza el campo y el protón se acelerará espontáneamente : $W_{A\to B} = \Delta E_c > 0$

$W_{A\to B} = \Delta E_c = -\Delta Ep_{AB} = -q \cdot \Delta V_{AB}$ [J] Trabajo eléctrico

Como q es positiva, para que $W > 0$ debe cumplirse que $\Delta V_{AB} < 0$ y $\Delta Ep_{AB} < 0$.

La respuesta correcta es la c) Tanto su potencial como su energía potencial disminuyen.