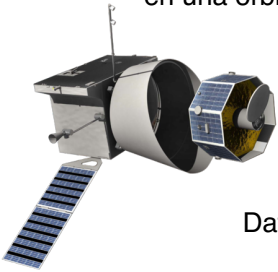


Nombre y apellidos: _____

1. La sonda espacial **BepiColombo** de la Agencia Espacial Europea (ESA) y la japonesa (JAXA) se situará en una órbita circular en torno al planeta **Mercurio** a una altura de 350 km sobre su superficie.



- a) Calcula la **velocidad orbital** de la **sonda** en el S.I. y en km/h .
Justifica la **fórmula** de la velocidad orbital. (2 pt.)
- b) Calcula su **período orbital** en el S.I. y en **minutos**. (1 pt.)

Datos de Mercurio: $g_{0M} = 3,7 \text{ m/s}^2$, $R_M = 2439 \text{ km}$

2. **Marte** tiene dos satélites, llamados **Fobos** y **Deimos**, cuyas órbitas tienen radios de 9400 y 23000 km , respectivamente. **Fobos** tarda $7,7 \text{ h}$ en dar una vuelta alrededor del planeta.



- a) Aplicando las **leyes de Kepler**, halla el **período** de **Deimos**. (1,5 pt.)
- b) Utilizando los datos de uno de los satélites, calcula la **masa** de **Marte**.
Demuestra la **fórmula** que has utilizado. Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ (1,5 pt.)

3. **CUESTIÓN Justificada:** La **masa** de la **Luna** es $1/81$ veces la **masa** de la **Tierra**, y su **radio** es $1/4$ veces el **radio terrestre**. ¿Qué **relación** hay entre los **campos gravitatorios** de la **Tierra** y de la **Luna**? (2 pt.)



a) $g_T = \frac{81}{4} \cdot g_L$

b) $g_T = \frac{81}{16} \cdot g_L$

c) $g_T = \frac{9}{4} \cdot g_L$

4. **CUESTIÓN Justificada:** Para un satélite terrestre, el **radio** de su **órbita** se obtiene mediante la expresión:

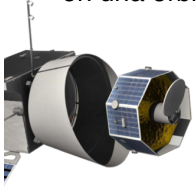
a) $r = \sqrt{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi}}$

b) $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi^2}}$

c) $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi^2}}$

donde g_0 es el campo gravitatorio en la superficie terrestre y R_T el **radio** de La **Tierra**. (2 pt.)

1. La sonda espacial **BepiColombo** de la Agencia Espacial Europea (ESA) y la japonesa (JAXA) se situará en una órbita circular en torno al planeta **Mercurio** a una altura de 350 km sobre su superficie.



- a) Calcula la **velocidad orbital** de la **sonda** en el S.I. y en km/h .

Justifica la **fórmula** de la velocidad orbital.

(2 pt.)

- b) Calcula su **período orbital** en el S.I. y en **minutos**.

(1 pt.)

Datos de Mercurio: $g_{0M} = 3,7 \text{ m/s}^2$, $R_M = 2439 \text{ km}$

a) Condición de órbita: $F_g = F_c \Rightarrow G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$ ← masa de Mercurio

No conozco ni G ni M , pero a partir de los datos: $g_{0M} = G \frac{M_M}{R_M^2} \Rightarrow G \cdot M_M = g_{0M} \cdot R_M^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_M}{r}} = \sqrt{\frac{g_{0M} \cdot R_M^2}{r}}$

El radio orbital $r = R_M + h = (2439 + 350) \text{ km} = 2789 \text{ km} = 2,789 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$v = \sqrt{\frac{g_{0M} \cdot R_M^2}{r}} = \sqrt{\frac{3,7 \cdot (2,439 \cdot 10^6)^2}{(2,439 + 0,350) \cdot 10^6}} \approx 2809,237164 \text{ m/s} \approx 2809 \text{ m/s} = 2,809 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 2,809 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \approx 10.112,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 1,01 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 2,789 \cdot 10^6 \text{ m}}{2809 \text{ m/s}} = 6238 \text{ s} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \approx 103,96 \text{ min} \approx 104 \text{ min}$

2. **Marte** tiene dos satélites, llamados **Fobos** y **Deimos**, cuyas órbitas tienen radios de 9400 y 23000 km , respectivamente. **Fobos** tarda $7,7 \text{ h}$ en dar una vuelta alrededor del planeta.



- a) Aplicando las **leyes de Kepler**, halla el **período** de **Deimos**.

(1,5 pt.)

- b) Utilizando los datos de uno de los satélites, calcula la **masa de Marte**.

Demuestra la **fórmula** que has utilizado. Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ (1,5 pt.)

a) $\frac{T^2}{r^3} = \text{cte}$ $\frac{T_F^2}{r_F^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3} \Rightarrow T_D^2 = \frac{r_D^3}{r_F^3} \cdot T_F^2 \Rightarrow T_D = \sqrt{\left(\frac{r_D}{r_F}\right)^3 \cdot T_F^2}$

3ª ley de Kepler

$$T_D = \sqrt{\left(\frac{23000}{9400}\right)^3 \cdot 7,7^2} \approx 29,470717 \text{ h} \approx 29,5 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s} = 106200 \text{ s}$$

- b) Demostramos la relación entre la 3ª ley de Kepler y la ley de gravitación universal de Newton.

La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \quad \left. \vphantom{G \frac{M}{r} = v^2} \right\} G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{cte} \quad \text{3ª ley de Kepler}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} \quad \text{Masa de Marte}$$

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (9,4 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (27720)^2} \approx 6,397800 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$T = 7,7 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s} = 27720 \text{ s} \quad (\text{usé los datos de Fobos})$$

$$M \approx 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

3. **CUESTIÓN Justificada:** La **masa** de la **Luna** es $1/81$ veces la **masa** de la **Tierra**, y su **radio** es $1/4$ veces el **radio terrestre**. ¿Qué **relación** hay entre los **campos gravitatorios** de la **Tierra** y de la **Luna**? (2 pt.)

a) $g_T = \frac{81}{4} \cdot g_L$

b) $g_T = \frac{81}{16} \cdot g_L$

c) $g_T = \frac{9}{4} \cdot g_L$

El problema se refiere a los campos gravitatorios en la superficie.

Relaciones $M_L = \frac{1}{81} M_T$, $R_L = \frac{1}{4} R_T$

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}{G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}} = \frac{M_T}{R_T^2} \cdot \frac{R_L^2}{M_L} = \frac{M_T}{R_T^2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{4} R_T\right)^2}{\frac{1}{81} M_T} = \frac{81}{16} \Rightarrow g_T = \frac{81}{16} g_L$$

La opción correcta es la (b)

4. **CUESTIÓN Justificada:** Para un satélite terrestre, el **radio** de su **órbita** se obtiene mediante la expresión:

a) $r = \sqrt{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi}}$

b) $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 R_T}{4\pi^2}}$

c) $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi^2}}$

donde g_0 es el campo gravitatorio en la superficie terrestre y R_T el **radio** de La **Tierra**.

(2 pt.)

La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \Rightarrow G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$r^3 = \frac{T^2 G M}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M}{4\pi^2}}$$

$$g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2, \text{ luego: } r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 \cdot R_T^2}{4\pi^2}}$$

La opción correcta es la (c)