

Nombre y apellidos: _____

PROBLEMAS

1. Si la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra y su radio es 0,27 veces el terrestre, halla:

- a) El campo gravitatorio en la Luna. (0,75 pt.)
b) La velocidad de escape en la Luna (desde la superficie). Justifica la fórmula. (0,75 pt.)

Datos: $g_{0Tierra} = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $R_{Luna} = 1,7\cdot 10^3 \text{ km}$

2. Dos cargas eléctricas puntuales de $+1\cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentran situadas en los puntos A(5,0) y B(-5,0) respectivamente. Las distancias están en metros. Dato: $K = 9\cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

- a) Calcula el campo eléctrico y el potencial en los puntos C(8,0) y D(0,4). (1 pt.)
b) Calcula el trabajo realizado al trasladar una carga de $-1\cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto C(8,0) hasta el punto D(0,4). Explica el signo del trabajo. (0,5 pt.)

3. Un electrón que es acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V entra en una zona donde hay un campo magnético B perpendicular a su trayectoria (aquí ya no hay campo eléctrico) y describe una órbita circular en un tiempo $T = 2\cdot 10^{-11} \text{ s}$. Datos: $q_e = -1,6\cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1\cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Calcula:

- a) La velocidad del electrón. (0,75 pt.)
b) El módulo del campo magnético. (0,75 pt.)

4. La longitud de onda máxima capaz de producir el efecto fotoeléctrico en un metal, es 4500 Å.

Datos: $q_e = -1,6\cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$, $c = 3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- a) Calcula el trabajo de extracción en Julios y eV. (0,75 pt.)
b) Calcula el potencial de frenado si la luz incidente es de $\lambda = 4000 \text{ Å}$. (0,75 pt.)

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. La ecuación de una onda es $y = 0,02 \text{ sen } (50 t - 3 x)$; esto significa que:

- a) $\omega = 50 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ y $\lambda = 3 \text{ m}$ b) $v_p = 16,67 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y $f = 7,96 \text{ s}^{-1}$ c) $T = 50 \text{ s}$ y $k = 3 \text{ m}^{-1}$ (1,5 pt.)

II. En el interior de una esfera conductora cargada:

- a) El potencial no es nulo.
b) La carga no es nula.
c) El campo eléctrico no es nulo. (0,5 pt.)

III. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente. La distancia focal y el tamaño de la imagen son:

- a) $f' = -0,25 \text{ m}$, $y' = -1,5 \text{ cm}$
b) $f' = 0,25 \text{ m}$, $y' = -1,5 \text{ cm}$
c) $f' = 0,25 \text{ m}$, $y' = 1,5 \text{ cm}$ (1 pt.)

IV. El elemento radiactivo ${}_{90}^{232}\text{Th}$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:

- a) ${}_{88}^{227}\text{X}$ b) ${}_{89}^{228}\text{Y}$ c) ${}_{90}^{228}\text{Z}$ (1 pt.)

1. Si la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra y su radio es 0,27 veces el terrestre, halla:

a) El campo gravitatorio en la Luna. (0,75 pt.)

b) La velocidad de escape en la Luna (desde la superficie). Justifica la fórmula. (0,75 pt.)

Datos: $g_{\text{Tierra}} = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $R_{\text{Luna}} = 1,7\cdot 10^3 \text{ km}$

a) El campo gravitatorio de la Luna: $g_{\text{ol}} = G \frac{M_L}{R_L^2}$

El campo gravitatorio de la Tierra: $g_{\text{ot}} = G \frac{M_T}{R_T^2}$

La razón: $\frac{g_{\text{ol}}}{g_{\text{ot}}} = \frac{G \frac{M_L}{R_L^2}}{G \frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_L}{R_L^2} \cdot \frac{R_T^2}{M_T}$, Datos: $M_L = 0,012 \cdot M_T$, $R_L = 0,27 \cdot R_T$

$$\frac{g_{\text{ol}}}{g_{\text{ot}}} = \frac{M_L}{R_L^2} \cdot \frac{R_T^2}{M_T} = \frac{0,012 \cdot M_T / R_T^2}{0,27^2 \cdot R_T^2 / M_T} = \frac{0,012}{0,27^2} \Rightarrow g_{\text{ol}} = g_{\text{ot}} \cdot \frac{0,012}{0,27^2} = 9,81 \cdot \frac{0,012}{0,27^2} \approx 1,61 \text{ m/s}^2$$

$$g_{\text{ol}} \approx \frac{1}{6} g_{\text{ot}}$$

b) $\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{Mm}{r} &= \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{Mm}{\infty} \\ \frac{1}{2} m v_e^2 &= G \frac{Mm}{r} \end{aligned} \right\} v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}$

Como $g_{\text{ol}} = G \frac{M_L}{R_L^2} \Rightarrow G \cdot M_L = g_{\text{ol}} \cdot R_L^2$, luego $v_e = \sqrt{\frac{2g_{\text{ol}} R_L^2}{R_L}} = \sqrt{2g_{\text{ol}} R_L}$ Velocidad de escape

$$v_e = \sqrt{2 \times 1,61 \times 1,7 \times 10^6} \approx 2339,658095 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,34 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2,34 \text{ km/s}$$

↑
Radio en metros

2. Dos cargas eléctricas puntuales de $+1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentran situadas en los puntos A(5,0) y B(-5,0) respectivamente. Las distancias están en metros. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

a) Calcula el campo eléctrico y el potencial en los puntos C(8,0) y D(0,4). (1 pt.)

b) Calcula el trabajo realizado al trasladar una carga de $-1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto C(8,0) hasta el punto D(0,4). Explica el signo del trabajo. (0,5 pt.)

Calculamos primero los vectores unitarios. Punto D(0,4):

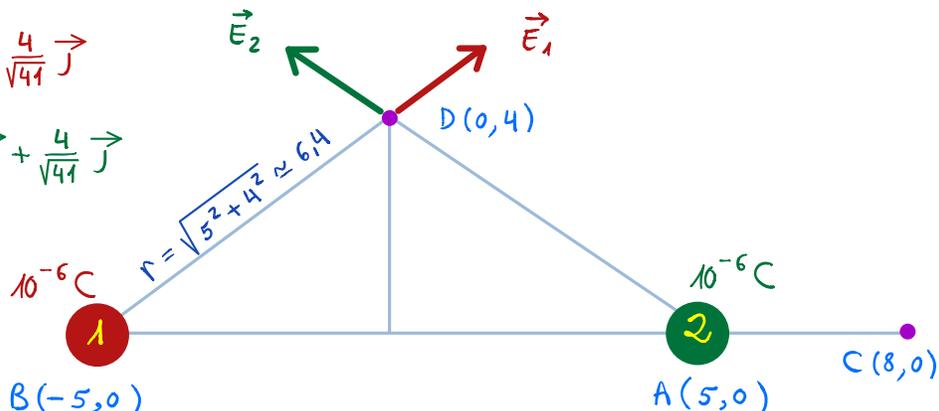
$$\vec{u}_1 = \frac{(0,4) - (-5,0)}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = \left(\frac{5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}} \right) = \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,4) - (5,0)}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = \left(\frac{-5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}} \right) = -\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j}$$

Punto C(8,0):

$$\vec{u}_1 = \vec{i}, \quad r_1 = 8 - (-5) = 13$$

$$\vec{u}_2 = \vec{i}, \quad r_2 = 8 - 5 = 3$$



a) Según el principio de superposición $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ donde $\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$ Campo eléctrico

Punto C(8,0):

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= k \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13^2} \cdot \vec{i} \approx 53,25 \vec{i} \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 &= k \frac{Q_1}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \vec{i} = 10^3 \vec{i} \frac{N}{C} \end{aligned} \right\} \text{No hay componente vertical}$$

$$\vec{E}_{TC} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 53,25 \vec{i} \frac{N}{C} + 10^3 \vec{i} \frac{N}{C} = 1053,25 \vec{i} \frac{N}{C} \approx 1,05 \cdot 10^3 \vec{i} \frac{N}{C}$$

El potencial $V_T = V_1 + V_2$ donde $V = k \cdot \frac{Q}{r}$ Potencial eléctrico

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} \approx 692 V \\ V_2 &= k \frac{Q_1}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3} = 3000 V \end{aligned} \right\} V_{TC} = V_1 + V_2 = 692 V + 3000 V = 3692 V \approx 3,7 \cdot 10^3 V$$

Punto D(0,4):

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= k \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{41} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j} \right) \approx 171,4 \vec{i} + 137,1 \vec{j} \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 &= k \frac{Q_1}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{41} \cdot \left(-\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j} \right) \approx -171,4 \vec{i} + 137,1 \vec{j} \frac{N}{C} \end{aligned} \right\} \text{Se cancelan las componentes horizontales}$$

$$\vec{E}_{TD} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 137,1 \vec{j} \frac{N}{C} + 137,1 \vec{j} \frac{N}{C} = 274,2 \vec{j} \frac{N}{C} \approx 2,74 \cdot 10^2 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{41}} \approx 1405,6 V \\ V_2 &= k \frac{Q_1}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{41}} \approx 1405,6 V \end{aligned} \right\}$$

$$V_{TD} = V_1 + V_2 = 2 \cdot 1405,6 V = 2811,2 V \approx 2,8 \cdot 10^3 V$$

b) $W_e = -q \cdot \Delta V$ Trabajo eléctrico. Trasladamos una carga $q = -1 \cdot 10^{-6} C$ de C \rightarrow D.

$$W_{C \rightarrow D} = -q (V_D - V_C) = -(-1 \cdot 10^{-6} C) \cdot (2,8 \cdot 10^3 - 3,7 \cdot 10^3) = -9 \cdot 10^{-4} J$$

$W_e < 0$ El trabajo lo realizamos en contra del campo eléctrico.

Tiene sentido porque las cargas eléctricas negativas se mueven en el sentido de los potenciales crecientes y en este caso va al revés.

3. Un electrón que es acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V entra en una zona donde hay un campo magnético B perpendicular a su trayectoria (aquí ya no hay campo eléctrico) y describe una órbita circular en un tiempo $T = 2 \cdot 10^{-11}$ s. Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Calcula:

- a) La velocidad del electrón. (0,75 pt.)
 b) El módulo del campo magnético. (0,75 pt.)

a) $W_e = -q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$, Suponemos que parte del reposo: $v_0 = 0$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot |q| \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^3 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 1,88 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

b) Como $\vec{v} \perp \vec{B}$, $F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow$

$$|q| \cdot B = m \frac{v}{r} \Rightarrow B = \frac{m \cdot v}{r \cdot |q|},$$

Como no tenemos el radio, utilizamos su relación con el período: $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$B = \frac{m \cdot 2\pi r}{r \cdot |q| \cdot T} = \frac{m \cdot 2\pi}{|q| \cdot T} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2\pi}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^{-11} \text{ s}} \approx 1,79 \text{ T}$$

4. La longitud de onda máxima capaz de producir el efecto fotoeléctrico en un metal, es 4500 Å.

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- a) Calcula el trabajo de extracción en Julios y eV. (0,75 pt.)
 b) Calcula el potencial de frenado si la luz incidente es de $\lambda = 4000 \text{ Å}$. (0,75 pt.)

a) La longitud de onda máxima se corresponde con la frecuencia umbral.

Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico: $h\nu = h\nu_0 + E_{c_e}$, $\lambda_{\text{máx}} = \lambda_0 \Rightarrow \nu_0$

$$W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4500 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 2,76 \text{ eV}$$

b) Nos piden $W_0 = h\nu - E_{c_{\text{máx}}}$ donde $E_{c_{\text{máx}}} = -q \cdot \Delta V = eV_0$

$$eV_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4000 \cdot 10^{-10} \text{ m}} - 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 5,53 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$V_0 = \frac{5,53 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 0,345 \text{ V} \approx 0,35 \text{ V}$$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

1. La ecuación de una onda es $y = 0,02 \text{ sen}(50t - 3x)$; esto significa que: $y = A \text{ sen}(\omega t - kx)$

- a) $\omega = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ y $\lambda = 3 \text{ m}$ b) $v_p = 16,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y $f = 7,96 \text{ s}^{-1}$ c) $T = 50 \text{ s}$ y $k = 3 \text{ m}^{-1}$ (1,5 pt.)

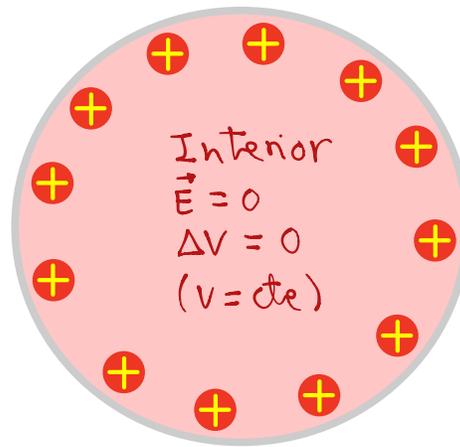
$$\omega = 50 \text{ rad/s}, \quad k = 3 \text{ m}^{-1} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3} \text{ m} \neq 3 \text{ m}. \text{ Descarto (a)}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{50}{3} \approx 16,67 \text{ m/s}, \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50}{2\pi} \approx 7,96 \text{ Hz}. \text{ Opción (b)}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} \approx 0,126 \text{ s}. \text{ Descarto (c)}$$

II. En el interior de una esfera conductora cargada:

- a) El potencial no es nulo.
- b) La carga no es nula.
- c) El campo eléctrico no es nulo.



(0,5 pt.)

Se produce un equilibrio electrostático por lo que se cancela el campo, pero el potencial es constante (no nulo).

$$|\Delta V| = |E \cdot r| = 0 \Rightarrow |\Delta V| = 0$$

$$\Rightarrow V = cte \neq 0$$

Esfera en equilibrio electrostático

La carga se distribuye por la superficie (en el interior no queda carga).

III. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente. La distancia focal y el tamaño de la imagen son:

a) $f' = -0,25 \text{ m}$, $y' = -1,5 \text{ cm}$

b) $f' = 0,25 \text{ m}$, $y' = -1,5 \text{ cm}$

c) $f' = 0,25 \text{ m}$, $y' = 1,5 \text{ cm}$

$$f = -f' \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \text{Ec. de Gauss para lentes delgadas}$$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \text{Aumento lateral en lentes delgadas}$$

(1 pt.)

En una lente convergente $f' > 0$. Descarto @.

Datos: $y = 3 \text{ cm}$, $s = -75 \text{ cm}$, $s' = 37,5 \text{ cm}$.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{37,5} - \frac{1}{-75} = \frac{1}{25} \Rightarrow f' = 25 \text{ cm}$$

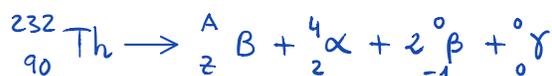
$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y = \frac{37,5}{-75} \cdot 3 \text{ cm} = -1,5 \text{ cm} , \text{ Opción } \textcircled{b}$$

Es lógico porque el objeto está lejos del punto focal y la imagen que se forma está invertida.

IV. El elemento radiactivo ${}^{232}_{90}\text{Th}$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:



(1 pt.)



$$232 = A + 4 \Rightarrow A = 232 - 4 = 228$$

$$90 = Z + 2 - 2 \Rightarrow Z = 90 , \text{ Opción } \textcircled{c}$$