Nombre y apellidos: ____

1. Se pretende situar un satélite artificial de $50\ kg$ de masa, en una órbita circular a $500\ km$ de altura sobre la superficie de la Tierra. **Justifica** las fórmulas que utilices. Calcula:

   a. La **velocidad** que ha de poseer el satélite para girar en esa órbita. (0,75 pt.)

   b. La **velocidad de escape** desde esa órbita. (0,75 pt.)

   Datos: $R_T = 6370\ km$, $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$

2. Un **péndulo electrostático** está formado por una esfera pequeña de $0{,}5\ g$ que cuelga de un **hilo** de $1\ m$ de **longitud** dentro de un **campo eléctrico** de intensidad $\vec{E} = 800\,\vec{i}\ N/C$. La esfera es **repelida** por el campo hasta formar un ángulo de $30°$ con la vertical. Dato: $g = 9{,}81\ m/s^2$

   a. Calcula el valor de la **carga** para que se mantenga en **equilibrio** estático. (1 pt.)

   b. Si desconectamos las placas:
   ¿Con qué **velocidad** llegará el péndulo al **punto más bajo de la oscilación**? (0,5 pt.)

3. Dos hilos conductores rectilíneos A y B, paralelos y muy largos están situados en el plano XY. Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 5\ A$ e $I_B = 3\ A$. La **distancia** entre ambos conductores es de $20\ cm$. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ TmA^{-1}$

   a. Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. (1 pt.)

   b. Calcula a qué **distancia** de la corriente A está el **punto de equilibrio** donde el **campo total es nulo**. (0,5 pt.)

4. La **elongación** (en metros) de los puntos de una **onda armónica** unidimensional es:

$$y\,(x,t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\left[\pi \cdot (300 \cdot t - 4 \cdot x)\right]$$

   a. Calcula la **longitud de onda** y la **velocidad de propagación**. (0,5 pt.)

   b. Calcula el **instante** en que $v = 30\pi\ m/s$ en un punto situado a $2m$ del foco emisor. (0,75 pt.)

   c. Calcula **distancia** entre **dos puntos** cuya diferencia **de fase** en un instante es $\pi/3$. (0,25 pt.)

💡**CUESTIONES JUSTIFICADAS:**

I. Dos **cargas** puntuales de **igual magnitud** q, pero de **signo opuesto,** están separadas por una **distancia** a . En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:

a. El módulo del **campo** total es $E = 0$ y el **potencial** total $V = 0$.

b. El módulo del **campo** total es $E = \dfrac{8Kq}{a^2}$ y el **potencial** total $V = 0$.

c. El módulo del **campo** total es $E = 0$ y el **potencial** total $V = \dfrac{4Kq}{a}$. (1 pt.)

Justifica los **dos resultados** de la respuesta correcta.

II. Una **espira circular** de radio r se encuentra en el seno de un **campo magnético** de dirección normal al plano de la espira y de **intensidad variable** en el tiempo $B(t) = 4 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ medida en *Teslas*. Deduce la expresión de la **fuerza electromotriz inducida** en la espira en función del tiempo:

a. $\varepsilon = 12 \cdot \pi r^2 \cdot \text{sen}(3 \cdot t + \pi/2)\ \ V$

b. $\varepsilon = -\,12 \cdot \pi r^2 \cdot \text{sen}(3 \cdot t + \pi/2)\ \ V$

c. $\varepsilon = 12 \cdot \text{sen}(3 \cdot t + \pi/2)\ \ V$ (1 pt.)

III. Un altavoz emite con una **potencia** de $40\ W$. Calcula la **intensidad** de la onda sonora esférica a $5\ m$ de distancia y la **sensación sonora** (en **decibelios**) sabiendo que la umbral es $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{W}{m^2}$:

a. $0{,}637\ \dfrac{W}{m^2}$, $111\ dB$

b. $0{,}127\ \dfrac{W}{m^2}$, $91\ dB$

c. $0{,}127\ \dfrac{W}{m^2}$, $111\ dB$ (1 pt.)

IV. Un **haz de luz** láser pasa desde un **diamante** de índice de refracción $n = 2{,}4$ al **aire** de índice $n = 1$ e incide con un ángulo de 20° . Calcula el **ángulo de refracción** en el aire y el **ángulo límite**:

a. Ángulo de refracción: $15{,}17^\circ$, Ángulo límite: $24{,}62^\circ$

b. Ángulo de refracción: $55{,}17^\circ$, Ángulo límite: $24{,}62^\circ$

c. Ángulo de refracción: $55{,}17^\circ$, Ángulo límite: $0{,}43^\circ$ (1 pt.)

1. Se pretende situar un satélite artificial de $50\ kg$ de masa, en una órbita circular a $500\ km$ de altura sobre la superficie de la Tierra. **Justifica** las fórmulas que utilices. Calcula:

a. La **velocidad** que ha de poseer el satélite para girar en esa órbita. (0,75 pt.)

b. La **velocidad de escape** desde esa órbita. (0,75 pt.)

Datos: $R_T = 6370\ km$, $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$

a) Condición de órbita : $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M , pero a partir de los datos : $g_0 = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_T^2$, luego: $\boxed{v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{r}}}$

$R_T = 6{,}37\cdot 10^6\ m$. El radio orbital $r = R_T + h = 6{,}37\cdot 10^6\ m + 5\cdot 10^5\ m = 6{,}87\cdot 10^6\ m$

$$v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot 10^6)^2}{6{,}87\cdot 10^6}} \approx 7611{,}943700\ m/s \simeq 7612\ m/s \simeq 7{,}612\cdot 10^3\ m/s$$

c) $E_c + E_p = E_{c\infty} + E_{p\infty}$ (no tenemos en cuenta la Ec)

$$\frac{1}{2}m v_e^2 - G\frac{Mm}{r} = \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot 0^2}_{0} - \underbrace{G\frac{Mm}{\infty}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_e^2 = G\frac{M\cdot\cancel{m}}{r} \Rightarrow v_e^2 = \frac{2\cdot G\cdot M}{r}$$

$$g_0 = G\cdot\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_T^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{2 g_0\cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\cdot(6{,}37\cdot 10^6)^2}{6{,}87\cdot 10^6}} \approx 10764{,}914017\ \frac{m}{s}$$

radio orbital

Velocidad de escape $v_e \simeq 1{,}077\cdot 10^4\ m/s$

2. Un **péndulo electrostático** está formado por una esfera pequeña de $0{,}5\ g$ que cuelga de un **hilo** de $1\ m$ de **longitud** dentro de un **campo eléctrico** de intensidad $\vec{E} = 800\,\vec{i}\ N/C$. La esfera es **repelida** por el campo hasta formar un ángulo de $30°$ con la vertical. Dato: $g = 9{,}81\ m/s^2$

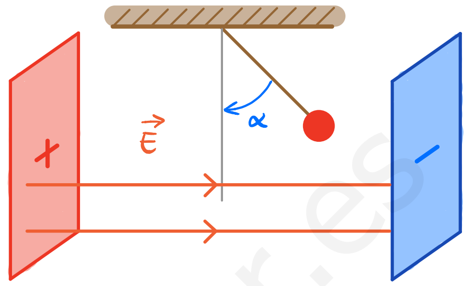
   a. Calcula el valor de la **carga** para que se mantenga en **equilibrio** estático. (1 pt.)

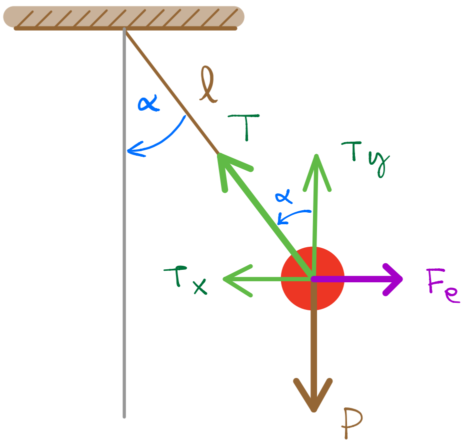
   b. Si desconectamos las placas:
   ¿Con qué **velocidad** llegará el péndulo al **punto más bajo de la oscilación**? (0,5 pt.)

Datos: $m = 0{,}5\,g$ | $E = 800\,\vec{i}\ \frac{N}{C}$

$l = 1\,m$ | $\alpha = 30°$

$g = 9{,}81\ m/s^2$





a) Calcula q.

2ª ley Newton : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Eje } x: & F_e - T_x = 0 \\ \text{Eje } y: & P - T_y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} |q| \cdot E = T \cdot \operatorname{sen} \alpha \\ m \cdot g = T \cdot \cos \alpha \end{array}\right\} \div$$

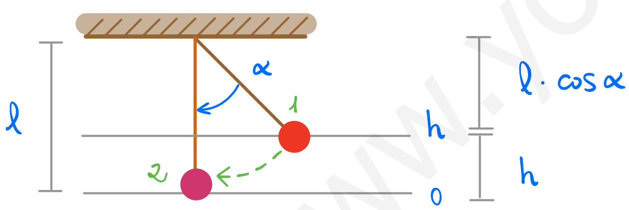
Dividiendo

$$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \frac{\cancel{T} \cdot \operatorname{sen} \alpha}{\cancel{T} \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$|q| = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha}{E}$$

$$|q| = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot \operatorname{tg} 30°}{800\ N/C}$$

$$|q| \simeq 3{,}54 \cdot 10^{-6}\ C = 3{,}54\ \mu C$$



$l = 1\,m$

$h + l \cdot \cos 30° = l$

$h = l - l \cdot \cos 30°$

$h = 1\,m \cdot (1 - \cos 30°) \simeq 0{,}134\,m$

b) Desconectamos las placas. Calcula V final.

$E_{c_1} + E_{p_1} = E_{c_2} + E_{p_2}$

$\cancel{E_{c_1}} + E_{p_1} = E_{c_2} + \cancel{E_{p_2}}$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \qquad E_p = mgh$

Podemos escoger donde $h = 0$.

$mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}134} \simeq 1{,}62\ \frac{m}{s}$

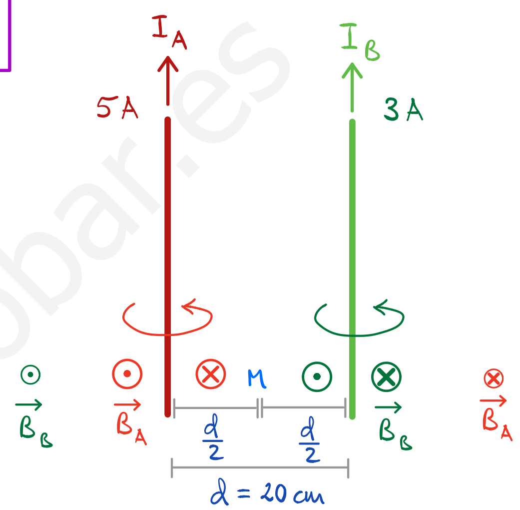
3. Dos hilos conductores rectilíneos A y B, paralelos y muy largos están situados en el plano XY. Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 5\ A$ e $I_B = 3\ A$. La **distancia** entre ambos conductores es de $20\ cm$. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T m A^{-1}$

a. Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. (1 pt.)

b. Calcula a qué **distancia** de la corriente A está el **punto de equilibrio** donde el **campo total es nulo**. (0,5 pt.)

a) Para calcular el campo en el punto medio M, sumamos vectorialmente los campos magnéticos creados por los dos hilos.

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}}$$



$$\vec{B}_M = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi \frac{d}{2}}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi \frac{d}{2}}\vec{k} = \frac{\mu_0}{2\pi \frac{d}{2}}(I_B - I_A)\vec{k}$$

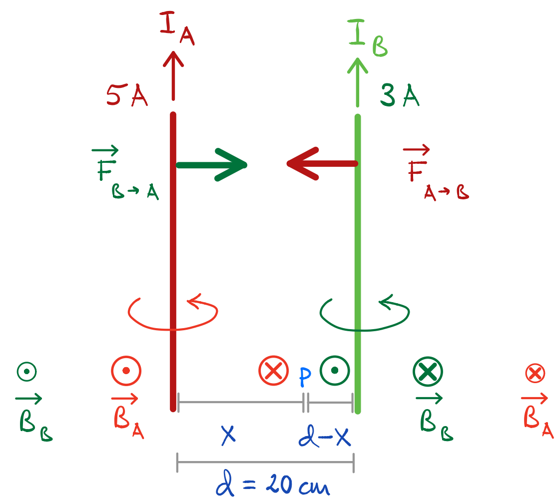
$\frac{d}{2} = 10 \cdot 10^{-2}\,m$ y $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot A \cdot m^{-1}$

$$\vec{B}_M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \cdot (3-5)\,10^{-3}\,\vec{k} = -4 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k}\ T$$

La corriente A es más fuerte y en la dirección $-\vec{k}$.

b) Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule entre los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto.

En el exterior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.



$$\vec{B}_P = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi (d-x)}\vec{k} = 0 \quad (\text{Equilibrio})$$

$$\frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d-x)}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x}\cancel{\vec{k}}$$

$$\frac{I_B}{(d-x)} = \frac{I_A}{x}$$

$$I_B x = I_A d - I_A x$$

$$I_A d = I_A x + I_B x$$

$$x = \frac{I_A d}{I_A + I_B} = \frac{5A \cdot 20 \cdot 10^{-2} m}{5A + 3A}$$

$x = \frac{1}{8}\,m = 0{,}125\,m = 1{,}25 \cdot 10^{-1}\,m$ del hilo A (12,5 cm)

Como $I_A > I_B$ el punto donde $\vec{B}_P = 0$ estará más cerca de I_B (la corriente débil).

4. La **elongación** (en metros) de los puntos de una **onda armónica** unidimensional es:

$$y(x,t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\left[\pi \cdot (300 \cdot t - 4 \cdot x)\right]$$

a. Calcula la **longitud de onda** y la **velocidad de propagación**. (0,5 pt.)

b. Calcula el **instante** en que $v = 30\pi \ m/s$ en un punto situado a $2m$ del foco emisor. (0,75 pt.)

c. Calcula **distancia** entre **dos puntos** cuya diferencia **de fase** en un instante es $\pi/3$. (0,25 pt.)

a) $K = 4\pi \ m^{-1}$, $K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}} = 0{,}5 \ m$

$\omega = 300\pi \ rad/s$, $v_p = \frac{\omega}{K} = \frac{300\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}} = 75 \ m/s$

b) La velocidad de oscilación $v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0{,}2 \cdot 300\pi \cdot \cos(300\pi t - 4\pi x)$

$v(x,t) = 60\pi \cdot \cos(300\pi t - 4\pi x)$

Vemos que $v = 60\pi \ m/s$ es la velocidad máxima. $x = 2m$

$v = 3\cancel{0}\pi = 6\cancel{0}\pi \cdot \cos(300\pi t - 4\pi \cdot 2)$

$\cos\varphi = \cos(300\pi t - 4\pi \cdot 2) = \frac{1}{2}$, $\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3} \ rad$ (1ª solución, 60°)

luego $300\pi t - 4\pi \cdot 2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\frac{\cancel{\pi}}{3} + 8\cancel{\pi}}{300\cancel{\pi}} = \frac{25}{900} \simeq 0{,}028 \ s = 2{,}8 \cdot 10^{-2} s$ (tiempo positivo válido)

c) Oposición de fase: $\boxed{\Delta\varphi = K \cdot \Delta x}$ Diferencia de fase espacial

$K = 4\pi \ m^{-1}$, $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3} \ rad$

$\Delta x = \frac{\Delta\varphi}{K} = \frac{\frac{\cancel{\pi}}{3}}{4\cancel{\pi}} = \frac{1}{12} m \simeq 0{,}083 m = 8{,}3 \cdot 10^{-2} m$

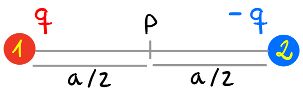
I. Dos **cargas** puntuales de **igual magnitud** q, pero de **signo opuesto,** están separadas por una **distancia** a. En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:

a. El módulo del **campo** total es $E = 0$ y el **potencial** total $V = 0$.

b. El módulo del **campo** total es $E = \dfrac{8Kq}{a^2}$ y el **potencial** total $V = 0$.

c. El módulo del **campo** total es $E = 0$ y el **potencial** total $V = \dfrac{4Kq}{a}$. (1 pt.)

Justifica los **dos resultados** de la respuesta correcta.



Ambas cargas son iguales en magnitud, pero de signo opuesto.

El potencial total en P: $V_T = V_1 + V_2 = K \cdot \dfrac{q}{a/2} + K \cdot \dfrac{-q}{a/2} = 2 \cdot K \cdot \dfrac{q-q}{a/2} = 0\,V$

El campo total en P: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \cdot \dfrac{q}{(a/2)^2}\vec{\imath} + K \cdot \dfrac{-q}{(a/2)^2}(-\vec{\imath})$

$\vec{E}_T = 2K \cdot \dfrac{q}{\frac{a^2}{4}}\,\vec{\imath} = \dfrac{8Kq}{a^2}\,\vec{\imath}\ \dfrac{N}{C}$; Respuesta b Tomando el módulo verdadera

II. Una **espira circular** de radio r se encuentra en el seno de un **campo magnético** de dirección normal al plano de la espira y de **intensidad variable** en el tiempo $B(t) = 4 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ medida en *Teslas*. Deduce la expresión de la **fuerza electromotriz inducida** en la espira en función del tiempo:

a. $\varepsilon = 12 \cdot \pi r^2 \cdot \operatorname{sen}(3 \cdot t + \pi/2)\ V$

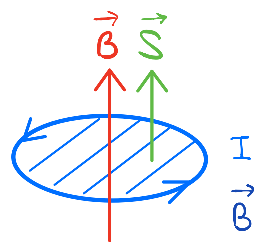
b. $\varepsilon = -12 \cdot \pi r^2 \cdot \operatorname{sen}(3 \cdot t + \pi/2)\ V$

c. $\varepsilon = 12 \cdot \operatorname{sen}(3 \cdot t + \pi/2)\ V$ (1 pt.)

Flujo magnético $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$

$\Phi_m = 4 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \pi r^2 \cdot \cos 0^\circ$

$\Phi_m = 4\pi r^2 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\ [T \cdot m^2]$



$\vec{B} \parallel \vec{S} \Rightarrow \alpha = 0^\circ$

$\boxed{\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}}$ Ley de Faraday - Henry

$\varepsilon = -\dfrac{d}{dt}\, 4\pi r^2 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = -4\pi r^2 \cdot 3\left(-\operatorname{sen}\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\right)$

$\varepsilon = 12\pi r^2 \cdot \operatorname{sen}\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\ [V]$; La opción a es verdadera.

III. Un altavoz emite con una **potencia** de $40\ W$. Calcula la **intensidad** de la onda sonora esférica a $5\ m$ de distancia y la **sensación sonora** (en **decibelios**) sabiendo que la umbral es $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{W}{m^2}$:

a. $0{,}637\ \dfrac{W}{m^2}\ ,\ 111\ dB$

b. $0{,}127\ \dfrac{W}{m^2}\ ,\ 91\ dB$

c. $0{,}127\ \dfrac{W}{m^2}\ ,\ 111\ dB$

(1 pt.)

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{40}{4\pi \cdot 5^2} \simeq 0{,}127\ W/m^2$$

$$\boxed{\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}}$$ Escala decibélica $\beta = 10 \cdot \log \dfrac{0{,}127}{1 \cdot 10^{-12}} \simeq 111\ dB$

La opción (c) es verdadera.

IV. Un **haz de luz** láser pasa desde un **diamante** de índice de refracción $n = 2{,}4$ al **aire** de índice $n = 1$ e incide con un ángulo de $20°$. Calcula el **ángulo de refracción** en el aire y el **ángulo límite**:

a. Ángulo de refracción: $15{,}17°$, Ángulo límite: $24{,}62°$

b. Ángulo de refracción: $55{,}17°$, Ángulo límite: $24{,}62°$

c. Ángulo de refracción: $55{,}17°$, Ángulo límite: $0{,}43°$ (1 pt.)

$$\boxed{n_1 \cdot \operatorname{sen} \hat{i} = n_2 \cdot \operatorname{sen} \hat{r}}$$ Ley de refracción Snell - Descartes

$$2{,}4 \cdot \operatorname{sen} 20° = 1 \cdot \operatorname{sen} \hat{r} \Rightarrow \operatorname{sen} \hat{r} = \frac{2{,}4 \cdot \operatorname{sen} 20°}{1} \simeq 0{,}82 \Rightarrow \hat{r} = 55{,}17°$$

Aplico la ley de Snell al caso límite $\hat{r} = 90°$. Llamamos $\ell = \hat{i}$ (límite)

$$\boxed{\underbrace{n_1 \cdot \operatorname{sen} \ell}_{\text{Ángulo límite}} = n_2 \cdot \underbrace{\operatorname{sen} 90°}_{1}} \Rightarrow \operatorname{sen} \ell = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1}$$

$$\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{2{,}4} \simeq 24{,}62°$$

La opción (b) es verdadera.