

PRUEBA DE ACCESO (EBAU)**UNIVERSIDAD DE MADRID****SEPTIEMBRE – 2017**

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS**Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger uno de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

OPCIÓN A

1º) Se considera el sistema lineal de ecuaciones $\begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x - az = 2 \\ y + az = -2 \end{cases}$ dependiente del parámetro real a .

a) Discútase en función de los valores del parámetro a .

b) Resuélvase para $a = 4$.

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -a & 2 \\ 0 & 1 & a & -2 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -a \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} = 2 + a - 4a = 0; \quad 2 - 3a = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Para } a \neq \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Rang } M = \text{Rang } M' = 3 = n^{\circ} \text{ incóg.} \Rightarrow \text{S.C.D.}$$

$$\text{Para } a = \frac{2}{3} \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -\frac{2}{3} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -2 \end{pmatrix}. \text{ A efectos de rango, la matriz } M'$$

es equivalente a $M'' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -6 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & -6 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rang } M'' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -6 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & -6 \end{vmatrix} = 36 - 18 + 72 = 80 \neq 0 \Rightarrow \text{Rang } M'' = \text{Rang } M' = 3.$$

Para $a = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Rang } M = 2; \text{Rang } M' = 3 \Rightarrow \text{Sistema incompatible.}$

b)

Para $a = 4$ el sistema resulta: $\left. \begin{array}{l} x - 2y - z = -2 \\ -2x - 4z = 2 \\ y + 4z = -2 \end{array} \right\}$, que es compatible determinado.

nado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -4 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{2-3 \cdot 4} = \frac{-2-16-8+16}{-10} = \frac{-10}{-10} = 1.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{8-4-8-16}{-10} = \frac{-20}{-10} = 2.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{4-2+8}{-10} = \frac{10}{-10} = -1.$$

Solución: $x = 1, y = 2, z = -1.$

2º) Se considera la región del plano S definida por:

$$1 \leq x \leq 5; 2 \leq y \leq 6; x - y \geq -4; 3x - y \leq 10.$$

a) Representétese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténganse los puntos de S donde se alcanzan dichos valores.

a)

$$\textcircled{1} \Rightarrow x - y \geq -4 \Rightarrow y \leq x + 4 \Rightarrow O \rightarrow Si.$$

x	0	2
y	4	6

$$\textcircled{2} \Rightarrow 3x - y \leq 10 \Rightarrow y \geq 3x - 10 \Rightarrow O \rightarrow Si.$$

x	4	5
y	2	5

Los vértices de la sección factible son los siguientes:

$$A \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{A(1, 2)}.$$

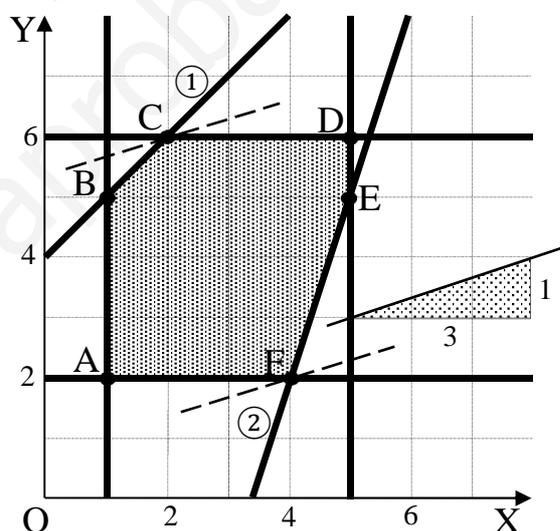
$$B \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ x - y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{B(1, 5)}.$$

$$C \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 6 \\ x - y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{C(2, 6)}.$$

$$D \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{D(5, 6)}.$$

$$E \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 5 \\ 3x - y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{E(5, 5)}.$$

$$F \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 2 \\ 3x - y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{F(4, 2)}.$$



b)

La función de objetivos es $f(x, y) = -200x + 600y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$$A \Rightarrow f(1, 2) = -200 \cdot 1 + 600 \cdot 2 = -200 + 1.200 = 1.000.$$

$$B \Rightarrow f(1, 5) = -200 \cdot 1 + 600 \cdot 5 = -200 + 3.000 = 2.800.$$

$$C \Rightarrow f(2, 6) = -200 \cdot 2 + 600 \cdot 6 = -400 + 3.600 = 3.200.$$

$$D \Rightarrow f(5, 6) = -200 \cdot 5 + 600 \cdot 6 = -1.000 + 3.600 = 2.600.$$

$$E \Rightarrow f(5, 5) = -200 \cdot 5 + 600 \cdot 5 = -1.000 + 3.000 = 2.000.$$

$$F \Rightarrow f(4, 2) = -200 \cdot 4 + 600 \cdot 2 = -800 + 1.200 = 400.$$

El máximo se produce en punto C(2, 6) y el mínimo en punto F(4, 2).

También se hubieran obtenido los puntos C y F por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x, y) = -200x + 600y = 0 \Rightarrow y = \frac{200}{600}x = \frac{1}{3}x \Rightarrow \mathbf{m} = \frac{1}{3}.$$

www.yoquieroaprobar.es

3º) Se considera la función real de variable real $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$.

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que $f(x)$ sea una función continua en todo su dominio.

b) Para $a = 2$, calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determinéense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

a)

La función $f(x)$ es continua en \mathbb{R} , excepto para el valor $x = -1$ cuya continuidad se va a forzar, para lo cual, se va a determinar el correspondiente valor de a .

Para que $f(x)$ sea continua en $x = -1$ es necesario que sus límites laterales en ese punto sean iguales e iguales al valor de la función:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} (ax + 1) = -a + 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + x - 2) = 1 - 1 - 2 = -2 = f(-1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \Rightarrow -a + 1 = -2; \quad a = 3.$$

La función $f(x)$ es continua en su dominio, que es \mathbb{R} , para $a = 3$.

b)

Para $a = 2$ la función es $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$.

Cortes con el eje X:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} > -1 \Rightarrow \text{No corta} \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 2 = 0; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -2 < -1 \Rightarrow \text{No corta} \\ x_3 = 1 \Rightarrow \underline{P(1, 0)} \end{cases}$$

Corte con el eje Y: $x = 0 \Rightarrow f(0) = -2 \Rightarrow \underline{Q(0, -2)}$.

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}.$$

Nótese que la función no es continua para $x = -1$; para que lo fuera es necesario que $a = 3$, como se ha determinado en el apartado a).

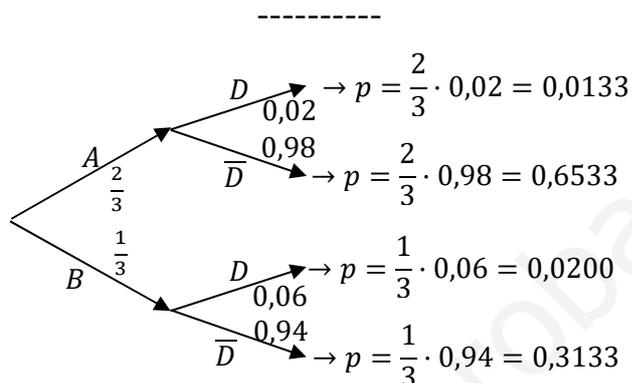
La función $f(x)$ es creciente en su dominio.

www.yoquieroaprobar.es

4º) Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0,02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0,06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:

a) No salga defectuoso.

b) Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.



a)

$$P = P(\bar{D}) = P(A) \cdot P(\bar{D}/A) + P(B) \cdot P(\bar{D}/B) = \frac{2}{3} \cdot 0,98 + \frac{1}{3} \cdot 0,94 =$$

$$= 0,6533 + 0,3133 = \underline{0,9666}.$$

b)

$$P = P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D/A)}{P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,02}{\frac{2}{3} \cdot 0,02 + \frac{1}{3} \cdot 0,06} =$$

$$= \frac{0,0133}{0,0133 + 0,0200} = \frac{0,0133}{0,0233} = \underline{0,5708}.$$

5º) El tiempo, en horas, que tarda cierta compañía telefónica en hacer efectiva la portabilidad de un número de teléfono se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y la desviación típica $\sigma = 24$ horas. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 16. Calcúlese:

a) La probabilidad de que la media muestral del tiempo, \bar{X} , supere las 48 horas, si $\mu = 36$ horas.

b) El nivel de confianza con el que se ha calculado el intervalo (24,24; 47,76) para μ .

a)

Datos: $\mu = 36$; $\sigma = 24$; $n = 16$.

$P(X > 48)$.

$$P(X > 48) = P\left(\frac{X-36}{24} > \frac{48-36}{24}\right) = P\left(Z > \frac{12}{24}\right) = P(Z > 0,5) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0,5) = 1 - 0,6915 = \underline{0,3085}.$$

b)

$$E = \frac{47,76-24,24}{2} = \frac{23,52}{2} = 11,76.$$

Datos: $n = 16$; $\sigma = 24$; $E = 11,76$.

$$\text{Siendo } E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{E \cdot \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{11,76 \cdot \sqrt{16}}{24} = \frac{11,76}{6} = 1,96.$$

Mirando en la tabla $N(0, 1)$:

A 1,96 le corresponde 0,9750.

Se ha utilizado un nivel de confianza del 97,5 %.

OPCIÓN B

1º) Considérese las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Determínese la matriz C^{40} .

b) Calcúlese la matriz X que verifica $X \cdot A + 3B = C$.

a)

$$C^2 = C \cdot C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I.$$

$$C^3 = C^2 \cdot C = I \cdot C = C.$$

.....

$$C^n = \begin{cases} C \rightarrow \text{si } n \text{ es impar} \\ I \rightarrow \text{si } n \text{ es par} \end{cases}.$$

$$\underline{C^{40} = I.}$$

b)

$$X \cdot A + 3B = C; \quad X \cdot A = C - 3B; \quad X \cdot A \cdot A^{-1} = (C - 3B) \cdot A^{-1};$$

$$X \cdot I = (C - 3B) \cdot A^{-1} \Rightarrow \underline{X = (C - 3B) \cdot A^{-1}.}$$

$$C - 3B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$(A/I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \{F_2 \rightarrow F_2 + F_1\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_2 \rightarrow -F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array} \right) \Rightarrow \{F_1 \rightarrow F_1 + 2F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$X = (C - 3B) \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 17 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.}$$

2º) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-2}$.

a) Estúdiense sus asíntotas.

b) Determinénse los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

a)

Horizontales:

$$y = k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{3x-2} = \infty \Rightarrow \underline{\text{No tiene asíntotas horizontales.}}$$

Verticales: Son los valores finitos de x que anulan el denominador.

$$\underline{\text{Asíntota vertical: } x = \frac{2}{3}.}$$

Oblicuas: Son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \text{ y } n = \lim_{x \rightarrow \infty} [g(x) - mx], \text{ con } m \text{ finito y } m \neq 0.$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{x(3x-2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{3x^2-2x} = \frac{1}{3}.$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{3x-2} - \frac{x}{3} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-3-3x^2+2x}{9x-6} = \frac{2}{9}$$

$$\underline{\text{Asíntota oblicua: } y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}.}$$

b)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (3x-2) - (x^2-1) \cdot 3}{(3x-2)^2} = \frac{6x^2-4x+3x^2+3}{(3x-2)^2} = \frac{9x^2-4x+3}{(3x-2)^2}.$$

Teniendo en cuenta que $(3x-2)^2 > 0, \forall x \in D(f)$, la derivada es positiva o negativa cuando lo sea la expresión $9x^2 - 4x + 3$.

$$9x^2 - 4x + 3 = 0; \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2 \cdot 9} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{18} = \frac{4 \pm 2}{18} = \frac{2 \pm 1}{9} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{9}, x_2 = \frac{1}{3}.$$

Las raíces halladas dividen al conjunto de los números reales en los intervalos $(-\infty, \frac{1}{9})$, $(\frac{1}{9}, \frac{1}{3})$ y $(\frac{1}{3}, +\infty)$, que son, alternativamente, positivos o negativos.

Para determinar el signo de los intervalos consideramos, por ejemplo, el valor $0 \in \left(-\infty, \frac{1}{9}\right)$, que es positivo por ser, para $x = 0$, el valor de $x^2 - 4x + 3$, 3.

Teniendo en cuenta lo anterior y que el dominio de la función $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-2}$ es $D(f) \Rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$, los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{\text{Crecimiento: } f'(x) > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{9}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)}.$$

$$\underline{\text{Decrecimiento: } f'(x) < 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right)}.$$

www.yoquieroaprobar.es

3º) Se considera la función real de variable real: $f(x) = x^2 + ax$.

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = 2$. Determinéese si se trate de un máximo o un mínimo local.

b) Para $a = -2$, hállese el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

a)

Teniendo en cuenta que $f(x)$ es una parábola convexa (U), independientemente del valor real de a , la función $f(x)$ tiene un mínimo absoluto para $x = 2$. No obstante lo anterior, después se justificará que se trata de un mínimo.

$$f'(x) = 2x + a.$$

Para que una función tenga un extremo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su primera derivada.

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 2 \cdot 2 + a = 0; \quad 4 + a = 0 \Rightarrow \underline{a = -4}.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: si es positiva para los valores que anulan la primera derivada se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{Mínimo, como ya se indicó.}$$

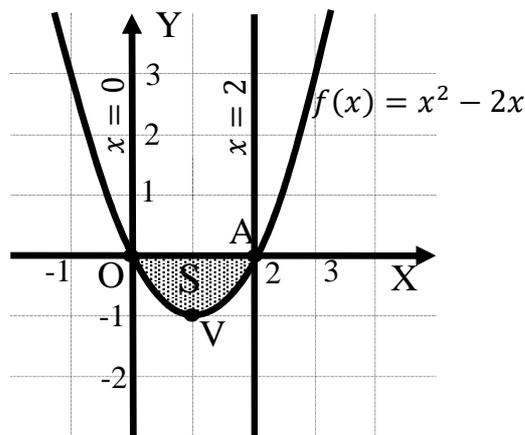
b)

Para $a = -2$ la función es $f(x) = x^2 - 2x$.

La representación gráfica, aproximada, de la situación es la que se indica en la figura adjunta.

De la observación de la figura se deduce la superficie a calcular, que es la siguiente:

$$\begin{aligned} S &= \int_2^0 f(x) \cdot dx = \int_2^0 (x^2 - 2x) \cdot dx = \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} \right]_2^0 = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_2^0 = 0 - \left(\frac{2^3}{3} - 2^2 \right) = \\ &= -\frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$



$$\underline{S = \frac{4}{3} u^2 \cong 1,33 u^2.}$$

4º) La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0,6, por sulfatos es 0,4, y por ambos es 0,2. Calcúlese la probabilidad de que dicho río:

a) No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.

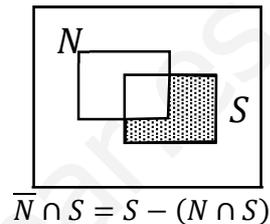
b) No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.

Datos: $P(N) = 0,6$; $P(S) = 0,4$; $P(N \cap S) = 0,2$.

a)

$$P = P(\bar{N}/S) = \frac{P(\bar{N} \cap S)}{P(S)} = \frac{P(S) - P(N \cap S)}{P(S)} = \frac{0,4 - 0,2}{0,4} =$$

$$= \frac{0,2}{0,4} = \underline{0,5}.$$

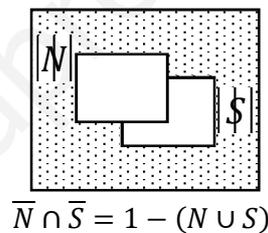


b)

$$P = P(\bar{N} \cap \bar{S}) = 1 - P(N \cup S) =$$

$$= 1 - [P(N) + P(S) - P(N \cap S)] =$$

$$= 1 - (0,6 + 0,4 - 0,2) = 1 - 0,8 = \underline{0,2}.$$



5º) La longitud auricular de la oreja en varones jóvenes, medida en centímetros (cm), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 0,6$ cm.

a) Una muestra aleatoria simple de 100 individuos proporcionó una media muestral $\bar{x} = 7$ cm. Calcúlese un intervalo de confianza al 96 % para μ .

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea a lo sumo de 0,1 cm, con un nivel de confianza del 98 %.

a)

$$\alpha = 1 - 0,96 = 0,04 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,02} = \mathbf{2,055}.$$

$$(1 - 0,02 = 0,9800 \rightarrow z = 2,055).$$

$$\text{Datos: } n = 100; \bar{x} = 7; \sigma = 0,6; z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,055.$$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de \bar{x} , σ y n , es la siguiente: $(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

$$\left(7 - 2,055 \cdot \frac{0,6}{\sqrt{100}}; 7 + 2,055 \cdot \frac{0,6}{\sqrt{100}}\right);$$

$$(7 - 2,055 \cdot 0,06; 7 + 2,055 \cdot 0,06); (7 - 0,1233; 7 + 0,1233).$$

$$\underline{I.C._{96\%} = (6,8767; 7,1233)}.$$

b)

$$\alpha = 1 - 0,98 = 0,02 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,01} = \mathbf{2,33}.$$

$$(1 - 0,01 = 0,9900 \rightarrow z = 2,33).$$

$$\text{Datos: } \sigma = 0,6; z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,33; E = 0,1.$$

$$\text{Siendo } E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E} \Rightarrow n = \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(2,33 \cdot \frac{0,6}{0,1}\right)^2 =$$

$$= (2,33 \cdot 6)^2 = 13,98^2 = 195,44.$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser de 196 jóvenes.
