PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MADRID

JUNIO – 2018

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger *una* de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

OPCIÓN A

1º) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$:

$a)$ Compruébese que B es la matriz inversa de A.

$b)$ Calcúlese la matriz X tal que $A \cdot X = B$.

$a)$

La inversa de A se obtiene por la adjunta de la traspuesta: $A^{-1} = \frac{Adj.\ de\ A^t}{|A|}$.

$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 8 = 1.$ $A^t = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$ $Adj. de\ A^t = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}.$

$$A^{-1} = \frac{Adj.\ de\ A^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}.$$

$\underline{Queda\ comprobado\ que\ B\ es\ la\ matriz\ inversa\ de\ A}.$

$b)$

$A \cdot X = B;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B;\ \ I \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow \underline{X = A^{-1} \cdot B}.$

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ -48 & 17 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ -48 & 17 \end{pmatrix}.}$$

****

2º) Sea S la región del plano definida por: $x + y \leq 50;\ \ 2x + y \leq 80;\ \ x \geq 0,\ \ y \geq 0.$

$a)$ Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

$b)$ Obténgase el valor máximo de la función $f(x, y) = 5x + 4y$ en la región S, indicando el punto en el cual se alcanza dicho valor máximo.

$a)$

Las restricciones son las siguientes: $\left.\begin{array}{r} x + y \leq 50 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array}\right\}.$

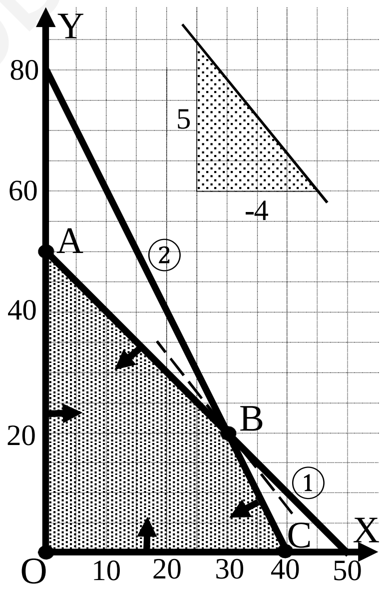
$1 \Rightarrow x + y \leq 50 \Rightarrow y \leq 50 - x \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

x	50	0
y	0	50

$2 \Rightarrow 2x + y \leq 80 \Rightarrow y \leq 80 - 2x \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

x	40	0
y	0	80

La zona factible es la sombreada de la figura.



Los vértices de la zona factible, además del origen de coordenadas, son los siguientes:

$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ x + y = 50 \end{array}\right\} \Rightarrow A(0, 50).$

$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 50 \\ 2x + y = 80 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -x - y = -50 \\ 2x + y = 80 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 30 \Rightarrow B(30, 20).$

$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y = 0 \\ 2x + y = 80 \end{array}\right\} \Rightarrow C(40, 0).$

$b)$

La función de rendimiento es $f(x, y) = 5x + 4y.$

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices de la zona factible son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0, 50) = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 50 = 0 + 200 = 200.$

$B \Rightarrow f(30, 20) = 5 \cdot 30 + 4 \cdot 20 = 150 + 80 = 230.$

$C \Rightarrow f(40, 0) = 5 \cdot 40 + 4 \cdot 0 = 200 + 0 = 200.$

El máximo se produce en el punto $B(30, 20).$

También se hubiera obtenido el punto B por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x,y) = 5x + 4y = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x \Rightarrow m = -\frac{5}{4}.$$

$$\underline{El\ valor\ máximo\ es\ de\ 230\ y\ se\ produce\ en\ el\ punto\ B(30,20)}.$$

****

3º) Dada la función real de variable real definida por: $f(x)=\begin{cases} \frac{x+2}{x-1} & si\ \ x\le 2 \\ \frac{3x^2-2x}{x+2} & si\ \ x>2 \end{cases}$.

$a)$ Estúdiese si $f(x)$ es continua en $x=2$.

$b)$ Calcúlese la función derivada de $f(x)$ para $x<2$.

$a)$

La función $f(x)$ es continua en R, excepto para $x=2$, cuya continuidad es dudosa; se estudia a continuación.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$Para\ x=2 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x+2}{x-1}=\frac{2+2}{2-1}=\frac{1}{4}=f(2) \\ \lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-2x}{x+2}=\frac{12-6}{2+2}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)=f(2).$$

$$\underline{La\ función\ f(x)\ no\ es\ continua\ para\ x=2.}$$

$b)$

Para $x<2$ la función es $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$.

$$f'(x)=\frac{1\cdot(x-1)-(x+2)\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{x-1-x-2}{(x-1)^2}=\frac{-3}{(x-1)^2}$$

$$\underline{f'(x)=\frac{-3}{(x-1)^2}}.$$

****

4º) En una agencia de viajes se ha observado que el 75 % de los clientes acude buscando un billete de transporte, el 80 % buscando una reserva de hotel. Se ha observado además que el 65 % busca las dos cosas. Elegido un cliente de dicha agencia al azar, calcúlese la probabilidad de que:

a) Acuda buscando un billete de transporte o una reserva de hotel.

b) Sabiendo que busca una reserva de hotel, también busque un billete de transporte.

$$Datos: P(T) = 0{,}75;\ \ P(H) = 0{,}80\ y\ P(T \cap H) = 0{,}65.$$

a)

$$P(T \cup H) = P(T) + P(H) - P(T \cap H) = 0{,}75 + 0{,}80 - 0{,}65 =$$

$$= 1{,}55 - 0{,}65 = \underline{0{,}90}.$$

b)

$$P(T/H) = \frac{P(T \cap H)}{P(H)} = \frac{0{,}65}{0{,}80} = \frac{65}{80} = \underline{\frac{13}{16} = 0{,}8125}.$$

****

5º) La empresa Dulce SA produce sobres de azúcar cuyo peso en gramos se puede aproximar por una variable aleatoria X con distribución normal con media μ gramos y desviación típica $\sigma = 0,5$ gramos.

a) Determínese el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea como mucho de 0,25 gramos con un nivel de confianza del 95 %.

b) Calcúlese la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 25 sobres, la media muestral , $\overline{x}$, pese más de 12,25 gramos, sabiendo que $\mu = 12$ gramos.

----

a)

Para un nivel de confianza del 95 % es:

$1 - \alpha = 0,95 \ \rightarrow \ \alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \ \rightarrow \ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96.$
$1 - 0,025 = 0,9750 \ \rightarrow z = 1,96).$

Datos: $\sigma = 0,5; \ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96; \ \ E = 0,25.$

Siendo $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ \Rightarrow \ \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E} \ \Rightarrow n = \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(1,96 \cdot \frac{0,5}{0,25}\right)^2 =$

$= (1,96 \cdot 2)^2 = 3,92^2 = 15,37.$

$\underline{El\ tamaño\ mínimo\ de\ la\ muestra\ tiene\ que\ ser\ de\ 16\ sobres}.$

b)

$Datos$: $n = 25; \ \ \mu = 12; \ \ \sigma = 0,5.$

$N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow N\left(12; \frac{0,5}{\sqrt{25}}\right) = N\left(12; \frac{0,5}{5}\right) = N(12; \ 0,1).$

Tipificando la variable: $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-12}{0,1}.$

$P = P(Z > 12,25) = P\left(Z > \frac{12,25-12}{0,1}\right) = P\left(Z > \frac{0,25}{0,1}\right) = P(Z > 2,5) =$

$= 1 - P(Z \leq 2,5) = 1 - 0,9938 = \underline{0,0062}.$

****

<u>OPCIÓN B</u>

1º) Se considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+ay+z=1 \\ ax+y+(a-1)z=a \\ x+y+z=a+1 \end{array}\right\}$ dependiente del parámetro real a:

a) Discútase en función de los valores del parámetro a.

b) Resuélvase para $a=3$.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada del sistema son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & a-1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & a-1 & a \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & a-1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=1+a+a(a-1)-1-(a-1)-a^2=$$

$$=a+a^2-a-a+1-a^2=0;\ \ -a+1=0 \Rightarrow a=1.$$

$$\underline{Para\ a=1 \Rightarrow Ran\ M=Ran\ M'=3=nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

Para $a=1$ es $M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_1=F_2\} \Rightarrow Rang\ M'=2$

$$\underline{Para\ a=1\ \Rightarrow Ran\ M=Ran\ M'=2<nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

b)

Para $a=3$ el sistema es $\left.\begin{array}{r} x+3y+z=1 \\ 3x+y+2z=3 \\ x+y+z=4 \end{array}\right\}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-3+1}=\frac{1+3+24-4-2-9}{-2}=\frac{28-15}{-2}=-\frac{13}{2}.$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{-2}=\frac{3+12+2-3-8-3}{-2}=\frac{17-14}{-2}=-\frac{3}{2}.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{4+3+9-1-3-36}{-2} = \frac{16-40}{-2} = \frac{-24}{-2} = 12.$$

$\underline{Solución: x = -\frac{13}{2}, y = -\frac{3}{2}, z = 12.}$

****

2º) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$.

a) Calcúlense el dominio las asíntotas de $f(x)$.

b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

----

a)

El dominio de una función racional es el conjunto de números reales, excepto los valores que anulan el denominador.

$(x+1)^2 = 0; \;\; x+1 = 0 \Rightarrow x = -1.$

$$\underline{D(f) \Rightarrow R - \{-1\}}.$$

Asíntotas horizontales: son de la forma $y = k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k = \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{(x+1)^2} = \infty \Rightarrow \underline{No\ tiene\ asíntotas\ horizontales}.$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacer que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$\underline{La\ recta\ x = -1\ es\ asíntota\ vertical}.$$

Asíntotas oblicuas: son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{f(x)}{x} - mx\right]$.

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{(x+1)^2}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{(x+1)^2} = 1.$$

$$n = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{f(x)}{x} - mx\right] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{x^2}{(x+1)^2} - x\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - x\cdot(x+1)^2}{(x+1)^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - x\cdot(x^2-2x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - x^3 + 2x^2 - x}{(x+1)^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x^3+3x^2-x}{(x+1)^2} = 0.$$

$$\underline{La\ recta\ y = x\ es\ asíntota\ oblicua\ de\ la\ función}.$$

b)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = \frac{3x^2 \cdot (x+1)^2 - x^3 \cdot [2 \cdot (x+1) \cdot 1]}{(x+1)^4} = \frac{3x^2 \cdot (x+1) - 2x^3}{(x+1)^3} = \frac{3x^3 + 3x^2 - 2x^3}{(x+1)^3} = \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^3} =$$

$$= \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3} = 0 \Rightarrow x^2(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 0;\ x_3 = -3.$$

Las raíces de la derivada dividen a la recta real en los intervalos $(-\infty, -3)$, $(-3, 0)$ y $(0, +\infty)$, donde la derivada es, alternativamente, positiva y negativa.

Considerando, por ejemplo, el valor $x = 1 \in (0, +\infty)$ es: $f'(1) = \frac{1^2 \cdot (1+3)}{(1+1)^3} =$

$$= \frac{4}{8} > 0 \Rightarrow Creciente.$$

Teniendo en cuenta lo anterior y el dominio de la función, los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$f'(x) > 0 \Rightarrow \underline{Crecimiento: x \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)}$.

$f'(x) < 0 \Rightarrow \underline{Decrecimiento: x \in (-3, -1) \cup (-1, 0)}$.

****

3º) Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x$.

a) Calcúlese el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

b) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

----

a)

Los cortes con los ejes de la función $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x$ son los siguientes:

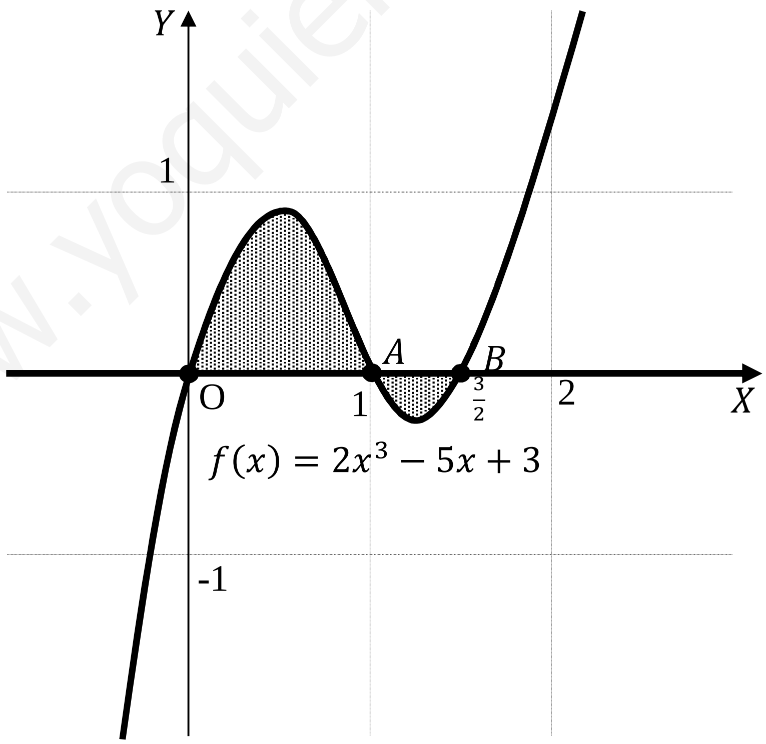
$Eje\ Y \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow O(0,0)$.

$Eje\ X \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow 2x^3 - 5x^2 + 3x = 0;\ \ x(2x^2 - 5x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0;$

$2x^2 - 5x + 3 = 0;\ x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow x_2 = 1, x_3 = \frac{3}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow O(0,0), A(1,0)\ y\ B\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

Teniendo en cuenta lo anterior y que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ y que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, la representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



De lo anterior y de la observación de la figura se deduce la superficie a calcular, que es la siguiente:

$S = \int_0^1 f(x) \cdot dx + \int_{\frac{3}{2}}^1 f(x) \cdot dx = \int_0^1 (2x^3 - 5x^2 + 3x) \cdot dx +$

$$+\int_{\frac{3}{2}}^{1}(2x^3-5x^2+3x)\cdot dx=\left[\frac{2x^4}{4}-\frac{5x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^1+\left[\frac{2x^4}{4}-\frac{5x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_{\frac{3}{2}}^1=$$

$$=\left[\frac{x^4}{2}-\frac{5x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^1+\left[\frac{x^4}{2}-\frac{5x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_{\frac{3}{2}}^1=$$

$$=\left(\frac{1^4}{2}-\frac{5\cdot 1^3}{3}+\frac{3\cdot 1^2}{2}\right)-0+\left(\frac{1^4}{2}-\frac{5\cdot 1^3}{3}+\frac{3\cdot 1^2}{2}\right)-\left[\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{2}-\frac{5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3}{3}+\frac{3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2}\right]=$$

$$=2\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}\right)-\frac{81}{32}+\frac{45}{8}-\frac{27}{8}=1-\frac{10}{3}+3-\frac{81}{32}+\frac{18}{8}=4-\frac{10}{3}-\frac{81}{32}+\frac{9}{4}=$$

$$=\frac{4\cdot 96-10\cdot 32-81\cdot 3+9\cdot 24}{96}=\frac{384-320-243+216}{96}=\frac{600-563}{96}=\frac{37}{96}.$$

$$\underline{S=\frac{37}{96}\,u^2\cong 0{,}385\,u^2.}$$

$b)$

La pendiente de la recta tangente a una función en un punto es igual que el valor de su primera derivada en ese punto:

$$f'(x)=6x^2-10x+3\ \Rightarrow\ m=f'(0)=3.$$

El punto de tangencia es el siguiente:

$$f(0)=0\Rightarrow O(0,0).$$

La expresión de la recta que pasa por un punto conocida la pendiente es la siguiente: $y-y_0=m(x-x_0)$.

$$y-0=3(x-0);\ \ y=3x.$$

La ecuación de la recta tangente pedida es la siguiente:

$$\underline{Tangente\colon t\equiv 3x-y=0.}$$

****

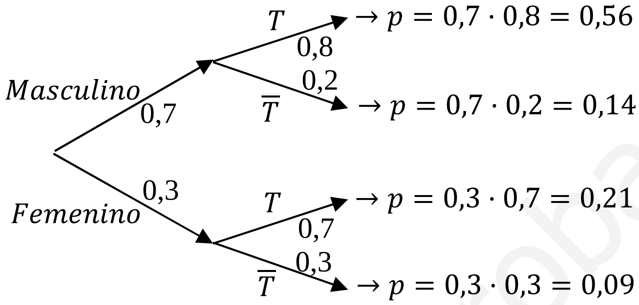
4º) En una comunidad de vecinos en el 70 % de los buzones aparece en primer lugar un nombre masculino y en el 30 % restante un nombre femenino. En dicha comunidad, la probabilidad de que un hombre trabaje es de 0,8 y la probabilidad de que lo haga una mujer es 0,7. Se elige un buzón al azar, calcúlese la probabilidad de que el primer nombre en el buzón corresponda a:

a) Una persona que trabaja.

b) Un hombre, sabiendo que es de una persona que trabaja.

----

a)



$$P = P(T) = P(Ma \cap T) + P(Fe \cap T) =$$

$$= P(Ma) \cdot P(T/Ma) + P(Fe) \cdot P(T/Fe) = 0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}56 + 0{,}21 =$$

$$= \underline{0{,}77}.$$

b)

$$P = P(Ma/T) = \frac{P(Ma \cap T)}{P(T)} = \frac{P(Ma) \cdot P(T/Ma)}{P(T)} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}8}{0{,}77} = \frac{0{,}56}{0{,}77} = \underline{0{,}7273}.$$

****

5º) El número de descargas por hora de cierta aplicación para móviles, se puede aproximar por una variable aleatoria de distribución normal de media μ descargas y desviación típica $\sigma = 20$ descargas.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 40 horas, obteniéndose una media muestral de 99,5 descargas. Determínese un intervalo de confianza al 95 % para μ.

b) Supóngase que $\mu = 100$ descargas. Calcúlese la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 10 horas, la media muestral, $\overline{x}$, esté entre 100 y 110 descargas.

----

a)

Para un nivel de confianza del 95 % es:

$1 - \alpha = 0{,}95 \ \rightarrow \ \alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05 \ \rightarrow \ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96.$
$1 - 0{,}025 = 0{,}9750 \ \rightarrow z = 1{,}96).$

Datos: $n = 40$; $\overline{x} = 99{,}5$; $\sigma = 20$; $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96.$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma\ y\ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$\left(99{,}5 - 1{,}96 \cdot \frac{20}{\sqrt{40}};\ 99{,}5 + 1{,}96 \cdot \frac{20}{\sqrt{40}}\right);$

$(99{,}5 - 1{,}96 \cdot 3{,}1623;\ 99{,}5 + 1{,}96 \cdot 3{,}1623);$

$(99{,}5 - 6{,}1981;\ 99{,}5 + 6{,}1981).$

$$\underline{I.C._{95\,\%} = (93{,}3019;\ \ 105{,}6981)}.$$

b)

$Datos$: $\mu = 100$; $n = 10$; $\sigma = 20.$

$X \rightarrow N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(100; \frac{20}{\sqrt{10}}\right) = N(100;\ 6{,}32).$

Tipificando la variable: $Z = \frac{X-100}{6{,}32}$.

$P = P(100 \leq Z \leq 110) = P\left(\frac{100-100}{6{,}32} \leq Z \leq \frac{110-100}{6{,}32}\right) = P\left(0 \leq Z \leq \frac{10}{6{,}32}\right) =$

$= P(0 \leq Z \leq 1{,}58) = P(Z < 1{,}58) - P(Z < 0) = 0{,}9429 - 0{,}5 = \underline{0{,}4429}.$

****