PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE MADRID

SEPTIEMBRE – 2004

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

El alumno elegirá uno de los dos repertorios que a continuación se proponen.

REPERTORIO A

1º) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$:

a) Determinar la matriz inversa de B.

b) Determinar una matriz X tal que: A = B · X.

----

a)

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3+2+1-3 = \underline{3 = |B|} \;;\; B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$Adj\left(B^T\right) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}}}$$

b)

$$A = B \cdot X \;;\; B^{-1} \cdot A = B^{-1} \cdot B \cdot X \;;\; B^{-1} \cdot A = I \cdot X \;;\; X = B^{-1} \cdot A \Rightarrow$$

$$X = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3}+0+0 & \frac{8}{3}-\frac{1}{3}-2 & 0-\frac{2}{3}-3 \\ -1+0+0 & -2+1+2 & 0+2+3 \\ \frac{1}{3}+0+0 & \frac{2}{3}-\frac{1}{3}+0 & 0-\frac{2}{3}+0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{11}{3} \\ -1 & 1 & 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} = X}}$$

****

2º) a) Si A es una matriz tal que $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, ¿cuál es el valor del determinante de A?

b) Calcular un número k tal que: $\left[\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

----

a)

$$A^2 = A \cdot A \Rightarrow |A^2| = |A| \cdot |A| \;\;;;\;\; 0 = |A| \cdot |A| \;\;;;\;\; |A|^2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{|A| = 0}}$$

b)

$$\left[\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;;;\; \left[\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}\right]^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;;;$$

$$\begin{pmatrix} 3-k & -4 \\ 1 & -1-k \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;;;\; \begin{pmatrix} 3-k & -4 \\ 1 & -1-k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3-k & -4 \\ 1 & -1-k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;;;$$

$$\begin{pmatrix} 9-6k+k^2-4 & -12+4k+4+4k \\ 3-k-1-k & -4+1+2k+k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \;;;\; \begin{pmatrix} k^2-6k+5 & 8k-8 \\ 2-2k & k^2+2k-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = 1}}$$

****

3º) Sea el plano $\pi \equiv x+2y+3z=6$, se pide:

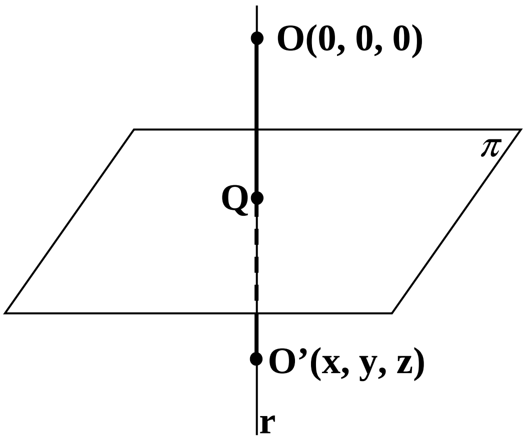
a) Hallar el punto simétrico del O(0, 0) respecto de π.

b) Hallar el plano perpendicular a π que contiene al eje OZ.

c) Hallar el volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen y los puntos de intersección de π con los ejes de coordenadas.

----

a)



Un vector normal al plano π es:

$$\overrightarrow{n}=(1,\ 2,\ 3)$$

La recta r es la que pasa por el punto P y es perpendicular al plano, por lo tanto su vector director pude ser el normal del plano, y entonces:

$$r\equiv\begin{cases}x=k\\y=2k\\z=3k\end{cases}$$

El punto Q, intersección del plano π con la recta r, tiene que satisfacer las ecuaciones de ambos, por lo tanto:

$$\pi\equiv x+2y+3z=6 \;\Rightarrow\; k+2k+3k=6\;;;\;6k=6\;;;\;\underline{k=1}\;\Rightarrow\;\underline{\underline{Q(1,\ 2,\ 3)}}$$

Para que O' sea el punto simétrico de O con respecto a π, tiene que cumplirse que:

$$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{QO'}\;\Rightarrow\;Q-O=O'-Q\;;;\;(1,\ 2,\ 3)-(0,\ 0,\ 0)=(x,\ y,\ z)-(1,\ 2,\ 3)\;;;$$

$$(1,\ 2,\ 3)=(x-1,\ \ y-2,\ \ z-3)\;\Rightarrow\;\left\{\begin{array}{l}x-1=1\;\;\rightarrow\;\underline{x=2}\\y-2=2\;\;\rightarrow\;\underline{y=4}\\z-3=3\;\;\rightarrow\;\underline{z=6}\end{array}\right\}\;\Rightarrow\;\underline{\underline{O'(2,\ 4,\ 6)}}$$

b)

El plano π' tiene como vectores directores al norman a π, $\overrightarrow{n}=(1,\ 2,\ 3)$, al director de la recta OZ, por ejemplo, $\overrightarrow{v}=(0,\ 0,\ 1)$, y un punto que pertenezca a la recta OZ, por ejemplo P(0, 0, 2).

$$\pi'\left(P;\ \overrightarrow{n},\ \overrightarrow{v}\right) \equiv \begin{vmatrix} x & y & z-2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0\ ;;\ \underline{\underline{\pi' \equiv 2x - y = 0}}$$

c)

Los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados son los siguientes:

$$\pi \equiv x + 2y + 3z = 6 \Rightarrow \begin{cases} Eje\ \ X \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{A(6,\ 0,\ 0)} \\ \\ Eje\ \ Y \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{B(0,\ 3,\ 0)} \\ \\ Eje\ \ Z \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{C(0,\ 0,\ 2)} \end{cases}$$

Los vectores que determinan el tetraedro son:

$$\overrightarrow{OA} = (6,\ 0,\ 0)\ ;;\ \overrightarrow{OB} = (0,\ 3,\ 0)\ ;;\ \overrightarrow{OC} = (0,\ 0,\ 2)$$

Sabiendo que el volumen del tetraedro es un sexto del producto mixto de los mismos, en valor absoluto, será:

$$V = \frac{1}{6} \cdot \left| \left[\overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{OC}\right] \right| = \frac{1}{6} \cdot \left\| \begin{matrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{matrix} \right\| = \frac{1}{6} \cdot |36| = \underline{\underline{6\ u^3 = V}}$$

****

4º) Sabiendo que la función f(x) tiene como derivada: $f'(x)=(x-4)^2(x^2-8x+7)$:

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

b) Hallar los máximos y mínimos relativos de f.

c) ¿Es el punto x = 4 un punto de inflexión de f? Justificar la respuesta.

----

a)

Una función es creciente cuando su derivada es positiva y decreciente cuando es negativa.

En el caso que nos ocupa, como un cuadrado siempre es positivo, para determinar el signo de f'(x) basta con estudiar es signo de la expresión x^2-8x+7:

Resolviendo la ecuación que determina:

$$x=\frac{8\pm\sqrt{64-28}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{8\pm 6}{2}\Rightarrow\begin{cases}\underline{x_1=7}\\ \underline{x_2=1}\end{cases}$$

Por ser f'(x) polinómica su dominio es R, por lo cual las soluciones anteriores determinan los intervalos $(-\infty,\ 1)$, $(1,\ 7)$ y $(7,\ +\infty)$, que son alternativamente crecientes y decrecientes. Estudiamos uno de ellos, por ejemplo $(-\infty,\ 1)$, en el cual se encuentra el valor x = 0, que es el más sencillo:

$$f'(x)=(x-4)^2(x^2-8x+7)\Rightarrow f'(0)=(-4)^2\cdot 7>0\Rightarrow \textit{Creciente.}$$

$$\textit{Solución}:\begin{cases}\underline{\underline{\textit{Creciente}:\ f'(x)>0\ \Rightarrow\ (-\infty,\ 1)\cup(7,\ +\infty)}}\\ \\ \underline{\underline{\textit{Decreciente}:\ f'(x)<0\ \Rightarrow\ (1,\ 7)}}\end{cases}$$

b)

Para que una función tenga un máximo o un mínimo relativo es necesario que la derivada sea cero en ese punto.

$$f'(x)=(x-4)^2(x^2-8x+7)=0\Rightarrow\ \underline{x_1=4}\ ;;\ \underline{x_2=1}\ ;;\ \underline{x_3=7}.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada:

$$f''(x)=2(x-4)\left(x^2-8x+7\right)+(x-4)^2\cdot(2x-8)=2(x-4)\left(x^2-8x+7\right)+2(x-4)^2\cdot(x-4)=$$

$$=2(x-4)\left[\left(x^2-8x+7\right)+(x-4)\cdot(x-4)\right]=2(x-4)\left(x^2-8x+7+x^2-8x+16\right)=$$

$$=\underline{2(x-4)\left(2x^2-16x+23\right)=f''(x)}$$

$$f''(1)=2(1-4)(2-16+23)=-6\cdot 9=-54<0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{\textit{Máximo para } x=1}}$$

$$f''(4)=2(4-4)(32-64+23)=0\ \Rightarrow\ \textit{Ni máximo ni mínimo.}$$

$$f''(7)=2(7-4)(98-112+23)=6\cdot 9=54>0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{\textit{Mínimo para } x=7}}$$

c)

Para que exista un punto de inflexión es condición necesaria que se anule la segunda derivada para ese valor, por lo tanto, como es f’’(4) = 0, puede existir un punto de inflexión. Sin embargo, la condición anterior no es suficiente, tiene que cumplirse, además, que la tercera derivada sea distinta de cero para ese valor.

$$f''(x)=2(x-4)\left(2x^2-16x+23\right)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ f'''(x)=2\left[1\cdot\left(2x^2-16x+23\right)+(x-4)(4x-16)\right]=2\left(2x^2-16x+23+4x^2-16x-16x+64\right)=$$

$$=\underline{2\left(6x^2-48x+87\right)=f'''(x)}$$

$$f'''(4)=2(96-288+87)=2\cdot(-105)\neq 0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{\textit{Existe un P. I. para } x=4}}$$

****

REPERTORIO B

1º) a) Hallar el conjunto formado por los puntos del plano z = 0 que distan 3 unidades del plano de ecuación $\pi \equiv 2x - y + 2z = 4$.

b) Describir dicho conjunto.

----

a)

Los puntos del plano z = 0 son de la forma P(x, y, 0). La fórmula de la distancia de un punto a un plano es: $d(P,\ \pi) = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\pm\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

Sabiendo que $d(P,\ \pi) = 3$:

$$d(P,\ \pi) = \frac{2x - y - 4}{\pm\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3 \ ;; \ \frac{2x - y - 4}{\pm\sqrt{4+1+4}} = 3 \ ;; \ \frac{2x - y - 4}{\pm 3} = 3 \ ;; \ 2x - y - 4 = \pm 9$$

La solución son las rectas paralelas $r \equiv 2x - y - 13 = 0$ *y* $s \equiv 2x - y + 5 = 0$

b)

La descripción puede ser la siguiente: los planos z = 0 y $\pi \equiv 2x - y + 2z = 4$ se cortan en una recta; el conjunto de todos los puntos que equidistan 3 unidades de una recta es otra recta paralela a ella, de ahí las soluciones dadas.

****

2º) En el plano $\pi \equiv 2x - 2y + z = 2$, determinar un tetraedro con los tres planos coordenados. Se pide:

a) Calcular la longitud de la altura del tetraedro que parte del origen.

b) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta r que contiene dicha altura.

c) Calcular el área del la cara del tetraedro que está contenida en el plano π.

----

a)

La altura pedida no es más que la distancia del origen al plano π. Sabiendo que la distancia de un plano al origen de coordenadas es $d(O,\ \pi) = \frac{-C}{\pm\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, será:

$$h = d(O,\ \pi) = \frac{2}{\pm\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{2}{\sqrt{9}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}\ unidades = h}}$$

b)

La recta r que contiene a la altura determinada tiene como vector director el normal al plano π: $\overrightarrow{n} = (2,\ -2,\ 1)$ y pasa por el punto O(0, 0, 0). Unas ecuaciones paramétricas de ra recta r son:

$$\underline{\underline{r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -2\lambda \quad \forall \lambda \in R \\ z = \lambda \end{cases}}}$$

c)

Los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados son los siguientes:

$$\pi \equiv 2x - 2y + z = 2 \Rightarrow \begin{cases} Eje\ \ X \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{A(1,\ 0,\ 0)} \\ je\ \ Y \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{B(0,\ -1,\ 0)} \\ je\ \ Z \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{C(0,\ 0,\ 2)} \end{cases}$$

El área pedida es la del triángulo de vértices ABC:

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB} = B - A = (0,\ -1,\ 0) - (1,\ 0,\ 0) = (-1,\ -1,\ 0)$$

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC} = C - A = (0,\ 0,\ 2) - (1,\ 0,\ 0) = (-1,\ 0,\ 2)$$

El área del triángulo que forman es la mitad del área del paralelogramo que determinan los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \right\| = \frac{1}{2} \cdot \left| -2i - k + 2j \right| = \frac{1}{2} \cdot \left| -2i + 2j - k \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{9} = \underline{\underline{\frac{3}{2}\ u^2 = S}}$$

****

3º) Sea la función: $f(x)=\frac{2x+1}{\left(x^2+x+1\right)^2}$:

a) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.

b) Dibujar la gráfica de la función, utilizando la información obtenida en el apartado anterior, teniendo en cuenta, además, que f tiene exactamente tres puntos de inflexión cuyas abscisas son $x_1=\frac{-1-\sqrt{3}}{2},\ x_2=-\frac{1}{2}\ y\ x_3=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$, respectivamente.

c) Calcular el recinto limitado por la gráfica de la función f, el eje OX, la recta x = 0 y la recta x = 2.

----

a)

$$f'(x)=\frac{2\left(x^2+x+1\right)^2-(2x+1)\cdot 2\cdot\left(x^2+x+1\right)(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^4}=\frac{2\left(x^2+x+1\right)-2(2x+1)^2}{\left(x^2+x+1\right)^3}=$$

$$=2\cdot\frac{x^2+x+1-\left(4x^2+4x+1\right)}{\left(x^2+x+1\right)^3}=2\cdot\frac{-3x^2-3x}{\left(x^2+x+1\right)^3}=\underline{-6\cdot\frac{x^2+x}{\left(x^2+x+1\right)^3}=f'(x)}$$

$$f''(x)=-6\cdot\frac{(2x+1)\left(x^2+x+1\right)^3-\left(x^2+1\right)\cdot 3\left(x^2+x+1\right)^2(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^6}=$$

$$=-6\ \frac{(2x+1)\left(x^2+x+1\right)-3\left(x^2+x\right)(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^4}=-6\ \frac{(2x+1)\left(x^2+x+1-3x^2-3x\right)}{\left(x^2+x+1\right)^4}=$$

$$=-6\ \frac{(2x+1)\left(-2x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+x+1\right)^4}=6\ \frac{(2x+1)\left(2x^2+2x-1\right)}{\left(x^2+x+1\right)^4}=6\ \frac{(2x+1)\left(2x^2+2x-1\right)}{\left(x^2+x+1\right)^4}=$$

$$=6\ \frac{4x^3+4x^2-2x+2x^2+2x-1}{\left(x^2+x+1\right)^4}=\underline{6\ \frac{4x^3+6x^2-1}{\left(x^2+x+1\right)^4}=f''(x)}$$

$$f'(x)=0\ \Rightarrow\ -6\cdot\frac{x^2+x}{\left(x^2+x+1\right)^3}=0\ \Rightarrow\ x^2+x=0\ ;;\ x(x+1)=0\ \Rightarrow\ \begin{cases}\underline{x_1=0}\\ \underline{x_2=-1}\end{cases}$$

$$f''(0)=\frac{-6}{1}=-6<0\ \Rightarrow\ Máx.\ \Rightarrow\ f(0)=\frac{1}{1}=1\ \Rightarrow\ \underline{\underline{Máximo(0,\ 1)}}$$

$$f''(-1)=\frac{6(-4+6-1)}{(1-1+1)^4}=\frac{18}{2}>0 \;\Rightarrow\; Mín. \;\Rightarrow\; f(-1)=\frac{-1}{1}=-1 \;\Rightarrow\; \underline{\underline{Mínimo(-1,\ -1)}}$$

Asíntotas horizontales:

$$y=k \;\Rightarrow\; y=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}=0\ ;;\ \underline{\underline{y=0}}$$

Asíntotas verticales:

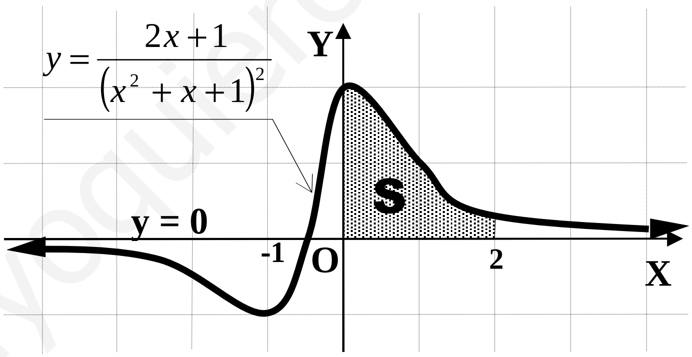
$$x=k \;\Rightarrow\; x^2+x+1=0,\ x\notin R \;\Rightarrow\; \underline{\underline{No\ \ tiene}}$$

Asíntotas oblicuas:

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+1}{x(x^2+x+1)^2}=0 \;\Rightarrow\; \underline{\underline{No\ \ tiene}}$$

b)

La representación gráfica de la función es, aproximadamente, la siguiente:



c)

$$S=\int_0^2\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2+x+1=t \\ (2x+1)dx=dt \end{array}\right\| \begin{array}{l} x=2\rightarrow t=7 \\ x=0\rightarrow t=1 \end{array}\right\} \Rightarrow S=\int_1^7\frac{dt}{t^2}=\int_1^7 t^{-2}\cdot dt=$$

$$=\left[\frac{t^{-1}}{-1}\right]_1^7=\left[-\frac{1}{t}\right]_1^7=\left(-\frac{1}{7}\right)-\left(-\frac{1}{1}\right)=-\frac{1}{7}+1=\underline{\underline{\frac{6}{7}\ u^2=S}}$$

****

4º) a) Discutir, según los valores de λ, el sistema: $\left.\begin{array}{r} \lambda x+3y+z=\lambda \\ x+\lambda y+\lambda z=1 \\ x+y-z=1 \end{array}\right\}$.

b) Resolver el sistema anterior en el caso de $\lambda=2$.

----

a)

$$M=\begin{pmatrix} \lambda & 3 & 1 \\ 1 & \lambda & \lambda \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \;;;\; M'=\begin{pmatrix} \lambda & 3 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \{C_1=C_4\} \Rightarrow \underline{Rang\ M=Rang\ M'}$$

$$|M|=\begin{vmatrix} \lambda & 3 & 1 \\ 1 & \lambda & \lambda \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-\lambda^2+1+3\lambda-\lambda-\lambda^2+3=0 \;;;\; -2\lambda^2+2\lambda+4=0 \;;;\; \lambda^2-\lambda-2=0$$

$$\lambda=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}\Rightarrow\begin{cases} \underline{\lambda_1=2} \\ \underline{\lambda_2=-1} \end{cases}$$

$$\underline{\underline{Para \left\{\begin{array}{l} \lambda\neq 2 \\ \lambda\neq -1 \end{array}\right\} \Rightarrow\ Rango\,M=Rango\ M'=3=n^{o}\ incógnitas\ \Rightarrow\ Compatible\ \ determinado}}$$

$$\underline{\underline{Para \left\{\begin{array}{l} \lambda=2 \\ \lambda=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow\ Rango\,M=Rango\ M'=2<n^{o}\ incógnitas\ \Rightarrow\ Compatible\ \ indeterminado}}$$

b)

Para $\lambda=2$ resulta el sistema: $\left.\begin{array}{r} 2x+3y+z=2 \\ x+2y+2z=1 \end{array}\right\}$. Parametrizando <u>z = k</u> :

$$\left.\begin{array}{r} 2x+3y=2-k \\ x+2y=1-2k \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 2x+3y=2-k \\ -2x-4y=-2+4k \end{array}\right\} \Rightarrow -y=3k \;;;\; \underline{y=-3k} \;;;\; x-6k=1-2k \;;;\; \underline{x=1+4k}$$

$$\underline{\underline{Solución:\ \begin{cases} x=1+4k \\ y=-3k \qquad \forall k\in R \\ z=k \end{cases}}}$$

****