PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE MADRID

SEPTIEMBRE – 2010 (ESPECÍFICO)

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

OPCIÓN A

1º) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 2 \\ z = 3-\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+2y-z=-1 \\ x+y=-2 \end{cases}$. Determinar la ecuación de la recta t que pasa por el punto P(0, 1, -2) y corta a las rectas r y s.

En primer lugar determinamos un punto y un vector director de cada una de las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 2 \\ z = 3-\lambda \end{cases} \Rightarrow \underline{A(1,\ 2,\ 3)}\ ;;\ \underline{\overrightarrow{u} = (1,\ 0,\ -1)}.$$

$$s \equiv \begin{cases} x+2y-z=-1 \\ x+y=-2 \end{cases} \Rightarrow \underline{y=\mu} \Rightarrow \underline{x=-2-\mu}\ ;;\ x+2y-z=-1 \Rightarrow z = x+1+2\mu =$$

$$= -2-\mu+1+2\mu = \underline{-1+\mu = z} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x=-2-\mu \\ y=\mu \\ z=-1+\mu \end{cases} \Rightarrow \underline{B(-2,\ 0,\ -1)}\ ;;\ \underline{\overrightarrow{v} = (-1,\ 1,\ 1)}$$

En segundo lugar determinamos los vectores $\overrightarrow{AP}$ y $\overrightarrow{BP}$:

$$\overrightarrow{AP} = P - A = (0,\ 1,\ -2) - (1,\ 2,\ 3) = \underline{(-1,\ -1,\ -5) = \overrightarrow{AP}}$$

$$\overrightarrow{BP}=P-B=(0,\ 1,\ -2)-(-2,\ 0,\ -1)=\underline{(2,\ 1,\ -1)=\overrightarrow{BP}}$$

A continuación vamos a determinar los planos π_1 y π_2 del siguiente modo:

$$\pi_1(P;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{AP})\equiv\begin{vmatrix} x & y-1 & z+2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -5 \end{vmatrix}=0\ \ ;;\ \ (y-1)-(z+2)-x+5(y-1)=0\ \ ;;$$

$$-x+6(y-1)-(z+2)=0\ \ ;;\ \ -x+6y-6-z-2=0\ \ ;;\ \ \underline{\pi_1\equiv x-6y+z+8=0}.$$

$$\pi_2(P;\ \overrightarrow{v},\ \overrightarrow{BP})\equiv\begin{vmatrix} x & y-1 & z+2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}=0\ \ ;;$$

$$-x+2(y-1)-(z+2)-2(z+2)-x-(y-1)=0\ \ ;;\ \ -2x+(y-1)-3(z+2)=0\ \ ;;$$

$$-2x+y-1-3z-6=0\ \ ;;\ \ \underline{\pi_2\equiv 2x-y+3z+7=0}.$$

La recta t pedida es la que determinan los planos π_1 y π_2:

$$\underline{\underline{t\equiv\begin{cases} x-6y+z+8=0 \\ 2x-y+3z+7=0 \end{cases}}}$$

****

2º) El sistema $A \cdot X = B$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ \alpha & 5 & \alpha \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, tiene diferentes soluciones según sea la matriz B.

a) Determinar, si existen, el valor o valores de α para los que el sistema es compatible determinado (independientemente del valor de B).

b) Si α = 4 y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de b para los que el sistema es incompatible.

c) Si α = 4 y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de c para los que el sistema es compatible indeterminado. Resolver el sistema.

----

a)

Según el teorema de Rouché-Fröbenius, para que el sistema sea compatible determinado es condición necesaria que el determinante de la matriz de coeficientes sea distinta de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ \alpha & 5 & \alpha \end{vmatrix} = 2a - 2a = 0 .$$

$$\underline{\underline{|A| = 0, \ \forall a \in R \ \Rightarrow \ El \ \ sistema \ \ nunca \ \ es \ \ compatible \ \ determinado}}$$

b)

Para α = 4 y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$ las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix} \ \ y \ \ A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 4 & b \end{pmatrix}.$$

El rango de A es 2 y el rango de A’ en función de b es el siguiente:

$$Rango \ \ A' \Rightarrow \{C_1, \ C_2, \ C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & b \end{vmatrix} = 2b + 5 = 0 \ \Rightarrow \ \underline{b = -\frac{5}{2}} .$$

$$Rango \;\; A' \Rightarrow \{C_1,\; C_3,\; C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 4 & 4 & b \end{vmatrix} = -4+4=0.$$

$$Rango \;\; A' \Rightarrow \{C_2,\; C_3,\; C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & b \end{vmatrix} = -5-2b=0 \Rightarrow \underline{b=-\frac{5}{2}}.$$

$$\underline{\underline{Para \;\; b \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow Rango \;\; A=2 \;;;\; Rango \;\; A'=3 \Rightarrow Incompatible}}$$

c)

Para α = 4 y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$ las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix} \;\; y \;\; A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & c \\ 4 & 5 & 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

El rango de A es 2 y el rango de A’ en función de c es el siguiente:

$$Rango \;\; A' \Rightarrow \{C_1,\; C_2,\; C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & c \\ 4 & 5 & 10 \end{vmatrix} = 20-5c=0 \Rightarrow \underline{c=4}.$$

$$Rango \;\; A' \Rightarrow \{C_1,\; C_3,\; C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c \\ 4 & 4 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$Rango \;\; A' \Rightarrow \{C_2,\; C_3,\; C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & c \\ 5 & 4 & 10 \end{vmatrix} = 5c-20=0 \Rightarrow \underline{c=4}.$$

$$\underline{\underline{Para \;\; c=4 \Rightarrow Rango \;\; A = Rango \;\; A'=2 \Rightarrow Compatible \;\; Indeterminado}}$$

El sistema resulta $\left.\begin{aligned} x+z&=0 \\ 2y&=4 \\ 4x+5y+4z&=10 \end{aligned}\right\}$, equivalente a $\left.\begin{aligned} x+z&=0 \\ y&=2 \\ 4x+5y+4z&=10 \end{aligned}\right\}$.

Despreciando una de las ecuaciones, por ejemplo la tercera, resulta $\left.\begin{aligned} x+z&=0 \\ y&=2 \end{aligned}\right\}$, cuyas soluciones son las siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} x = \lambda \\ y = 2 \\ z = -\lambda \end{array}\right\}, \quad \forall \lambda \in R$$

****

3º) Obtener el valor de α para que: $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} = 4$.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} = 4 \;;; \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 + 3 - 6}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} = \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{-6}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2+3}{-6}} \right)^{\alpha x^2} = \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2+3}{-6}} \right)^{\frac{x^2+3}{-6} \cdot \frac{-6}{x^2+3} \cdot \alpha x^2} =$$

$$= \left[\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2+3}{-6}} \right)^{\frac{x^2+3}{-6}} \right]^{\frac{-6\alpha x^2}{x^2+3}} = e^{\lim_{x \to +\infty} \frac{-6\alpha x^2}{x^2+3}} = e^{-6\alpha} = 4 \Rightarrow -6\alpha = L\,4 \;;; \alpha = \frac{2\,L\,2}{-6} = \underline{\frac{L\,2}{-3}}$$

$$\underline{\underline{\alpha = -\frac{1}{3} L\,2}}$$

****

4º) Hallar: a) $I_1 = \int_{14}^{16} (x-15)^8 \cdot dx$ b) $I_2 = \int_{9}^{11} (x-10)^{19} \cdot (x-9) \cdot dx$.

Debe hacerse constar que no se trata de calcular las superficies sino de calcular las integrales definidas, por lo tanto, no es preciso considerar las ordenadas positivas o negativas de las funciones a integrar.

a)

$$I_1 = \int_{14}^{16} (x-15)^8 \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c|c} x-15=t & x=16 \rightarrow t=1 \\ dx=dt & x=14 \rightarrow t=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = \int_{-1}^{1} t^8 \cdot dt = \left[\frac{t^9}{9} \right]_{-1}^{1} =$$

$$= \frac{1^9}{9} - \frac{(-1)^9}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}} = I_1 .$$

b)

$$I_2 = \int_{9}^{11} (x-10)^{19} \cdot (x-9) \cdot dx = \int_{9}^{11} (x-10)^{19} \cdot (x-10+1) \cdot dx =$$

$$= \int_{9}^{11} (x-10)^{20} \cdot dx + \int_{9}^{11} (x-10)^{19} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c|c} x-10=t & x=11 \rightarrow t=1 \\ dx=dt & x=9 \rightarrow t=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_2 = \int_{-1}^{1} t^{20} \cdot dt + \int_{-1}^{1} t^{19} \cdot dt =$$

$$= \left[\frac{t^{21}}{21} \right]_{-1}^{1} + \left[\frac{t^{20}}{20} \right]_{-1}^{1} = \left[\frac{1^{21}}{21} - \frac{(-1)^{21}}{21} \right] + \left[\frac{1^{20}}{20} - \frac{(-1)^{20}}{20} \right] = \frac{1}{21} + \frac{1}{21} + \frac{1}{20} - \frac{1}{20} = \underline{\underline{\frac{2}{21}}} = I_2$$

****

OPCIÓN B

1º) Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+y+kz=k \\ x+ky+z=k^2 \\ kx+y+z=1 \end{cases}$, se pide:

a) Discutirlo según los valores del parámetro k.

b) Resolverlo para k = 0.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & k & k \\ 1 & k & 1 & k^2 \\ k & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro k es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{vmatrix}=k+k+k-k^3-1-1=-k^3+3k-2=0 \;\;;;\;\; k^3-3k+2=0.$$

Resolviendo por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -3 & 2 \\
1 & & 1 & 1 & -2 \\
\hline
 & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \\
1 & & 1 & 2 & \\
\hline
 & 1 & 2 & \boxed{0} & \\
-2 & & -2 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

$$Para \begin{cases} k_1 \neq 1 \\ k_2 \neq -2 \end{cases} \Rightarrow Rango\ M = Rango\ M' = 3 = n^o\ incógnitas \Rightarrow Compatible\ Determinado$$

$$Para\ \ k=1 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{Rango\ \ M'=1}.$$

$$Para\ \ k=-2 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rango\ \ de\ M' \Rightarrow \{C_1,\ C_2,\ C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2-2-8+8-4-1 = -9 \neq 0 \;\Rightarrow\; \underline{Rango\;\; M' = 3}.$$

$$\underline{\underline{Para\;\; k = 1 \Rightarrow\; Rango\;\; M = Rango\;\; M' = 1 < n^{o}\;\; incóg. \;\Rightarrow\; Compatible\;\; Indeterminado}}$$

(con dos grados de libertad, o sea: con dos parámetros)

$$\underline{\underline{Para\;\; k = -2 \Rightarrow\; Rango\;\; M = 2\;\; ;;\;\; Rango\;\; M' = 3 \;\Rightarrow\; Incompatible}}$$

b)

Resolvemos para k = 0; resulta el sistema $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$, que es compatible determinado. Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{1}{-2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2} = x}} \;\; ;; \;\; y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-1}{-2} = \underline{\underline{\frac{1}{2} = y}} \;\; ;; \;\; z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-1}{-2} = \underline{\underline{\frac{1}{2} = z}}$$

****

2º) Dada la función $f(x)=\frac{3x^2+5x-20}{x+5}$, se pide:

a) Estudiar y obtener las asíntotas.

b) Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.

c) Representar gráficamente la función.

----

a)

Las asíntotas pueden ser horizontales, verticales y oblicuas.

Horizontales: son los valores finitos que toma la función cuando x tiende a infinito; son de la forma y = k.

$$y=k=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x-20}{x+5}=\infty \Rightarrow \underline{No\ \ tiene.}$$

Verticales: son los valores de x que anulan el denominador.

$$x+5=0 \Rightarrow \underline{x=-5}.$$

<u>La recta x = -5 es asíntota vertical.</u>

Oblicuas: son de la forma $y=mx+n$, siendo:

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^2+5x-20}{x+5}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x-20}{x^2+5x}=\underline{3=m}.$$

$$n=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2+5x-20}{x+5}-3x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x-20-3x^2-15x}{x+5}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-10x-20}{x+5}=\underline{-10=n}.$$

<u>La asíntota oblicua es y = 3x - 10.</u>

b)

Una función es cóncava $(\cap)$ o convexa $(\cup)$ cuando la segunda derivada es negativo o positiva, respectivamente.

$$f'(x)=\frac{(6x+5)\cdot(x+5)-(3x^2+5x-20)\cdot 1}{(x+5)^2}=\frac{6x^2+30x+5x+25-3x^2-5x+20}{(x+5)^2}=$$

$$=\frac{3x^2+30x+45}{(x+5)^2}=\underline{3\cdot\frac{x^2+10x+15}{(x+5)^2}=f'(x)}.$$

$$f''(x)=3\cdot\frac{(2x+10)\cdot(x+5)^2-(x^2+10x+15)\cdot 2\cdot(x+5)}{(x+5)^4}=$$

$$=3\cdot\frac{(2x+10)\cdot(x+5)-2x^2-20x-30}{(x+5)^3}=3\cdot\frac{2x^2+10x+10x+50-2x^2-20x-30}{(x+5)^3}=$$

$$=3\cdot\frac{50-30}{(x+5)^3}=\underline{\frac{60}{(x+5)^3}=f''(x)}\Rightarrow\begin{cases}\underline{x<-5\ \rightarrow\ f''(x)<0}\\ \\ \underline{x>-5\ \rightarrow\ f''(x)>0}\end{cases}$$

$$\underline{\underline{Concavidad\ (\cap)\ \Rightarrow\ x\in(-\infty,\ -5)}}$$

$$\underline{\underline{Convexidad\ (\cup)\ \Rightarrow\ x\in(-5,\ +\infty)}}$$

c)

Para la representar gráfica de la función tenemos en cuenta que su dominio es el conjunto de los número reales, excepto para x = -5.

La función no corta al eje X y al eje Y lo corta en el punto A(0, -4).

Los máximos y mínimos relativos de la función son los siguientes:

$$f'(x)=0\Rightarrow 3\cdot\frac{x^2+10x+15}{(x+5)^2}=0\ ;;\ x^2+10x+15=0\ ;;\ x=\frac{-10\pm\sqrt{100-60}}{2}=$$

$$=\frac{-10\pm\sqrt{40}}{2}=\frac{-10\pm2\sqrt{10}}{2}=-5\pm\sqrt{10}\Rightarrow\begin{cases}\underline{x_1=-5-\sqrt{10}\cong-8'16}\\ \underline{x_2=-5+\sqrt{10}\cong-1'84}\end{cases}.$$

$$f''(x)=\frac{60}{(x+5)^3}\Rightarrow f''\left(-5-\sqrt{10}\right)=\frac{60}{\left(-5-\sqrt{10}+5\right)^3}=\frac{60}{\left(-\sqrt{10}\right)^3}<0\Rightarrow\underline{Máximo}.$$

$$f\left(-5-\sqrt{10}\right)=\frac{3\cdot\left(-5-\sqrt{10}\right)^2+5\cdot\left(-5-\sqrt{10}\right)-20}{-5-\sqrt{10}+5}=\frac{3\cdot\left(25+10\sqrt{10}+10\right)-25-5\sqrt{10}-20}{-\sqrt{10}}=$$

$$=\frac{105+30\sqrt{10}-45-5\sqrt{10}}{-\sqrt{10}}=\frac{65+25\sqrt{10}}{-\sqrt{10}}=-\frac{65\sqrt{10}+250}{10}=-\frac{13\sqrt{10}+50}{2}\cong-45'55\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ Máximo\ \ relativo\ \Rightarrow\ \underline{B(-8'16,\ -45'55)}.$$

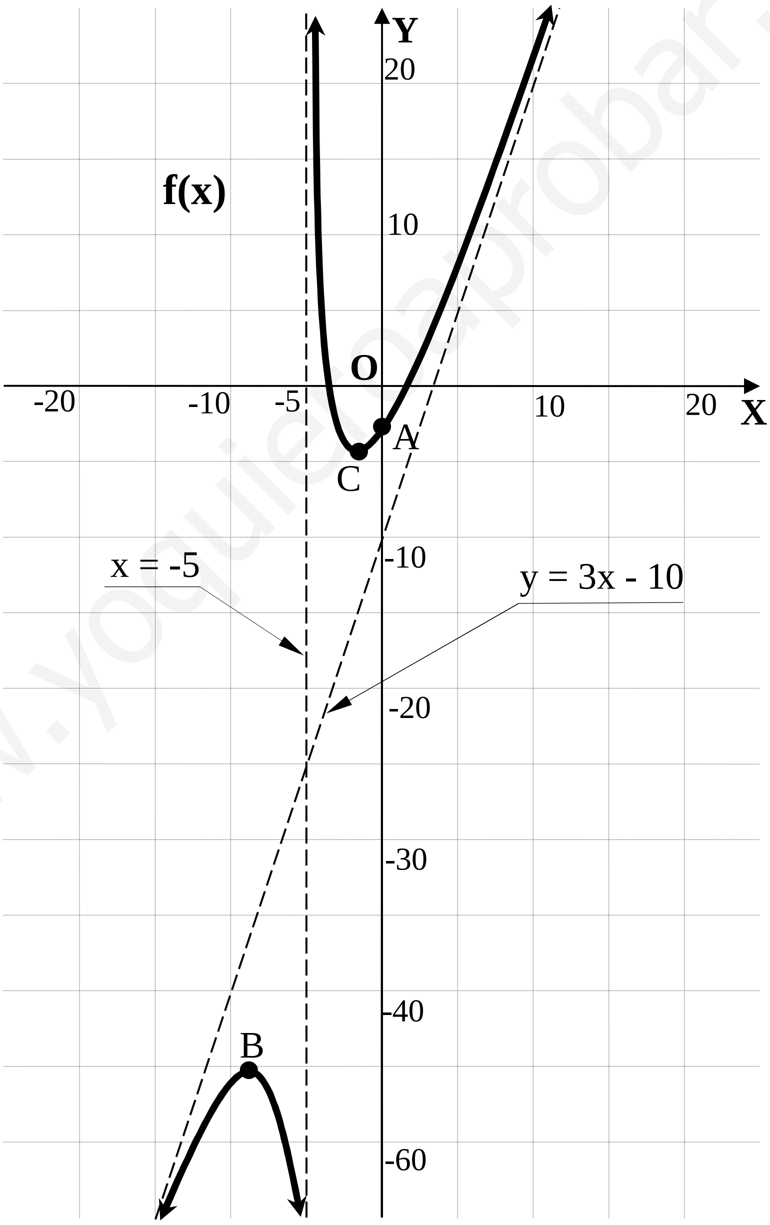
$$f''(x)=\frac{60}{(x+5)^3} \Rightarrow f''\left(-5+\sqrt{10}\right)=\frac{60}{\left(-5+\sqrt{10}+5\right)^3}=\frac{60}{\left(+\sqrt{10}\right)^3}>0 \Rightarrow \underline{Mínimo}.$$

$$f\left(-5+\sqrt{10}\right)=\frac{3\cdot\left(-5+\sqrt{10}\right)^2+5\cdot\left(-5+\sqrt{10}\right)-20}{-5+\sqrt{10}+5}=\frac{3\cdot\left(25-10\sqrt{10}+10\right)-25+5\sqrt{10}-20}{\sqrt{10}}=$$

$$=\frac{105-30\sqrt{10}-45+5\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=\frac{65-25\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=\frac{65\sqrt{10}-250}{10}=\frac{13\sqrt{10}-50}{2}\cong -4'45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \textit{Mínimo relativo} \Rightarrow \underline{C(-1'84,\ -4'45)}.$$

Con los datos obtenidos se puede hacer la siguiente representación gráfica, aproximada, de la función:



****

3º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{2}$, se pide:

a) Dados los puntos A(1, 0, -1) y B(α, 3, -3), determinar el valor de α para que la recta t que pasa por los puntos A y B, sea paralela a la recta s.

b) Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralela a s.

----

a)

El vector director de la recta t puede ser cualquiera que sea linealmente dependiente del vector $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AB} = B - A = (\alpha,\ 3,\ -3) - (1,\ 0,\ -1) = (\alpha - 1,\ 3,\ -2)$.

Para que la recta t sea paralela a la recta s, sus vectores directores tienen que ser linealmente dependientes (paralelos). Siendo $\overrightarrow{v} = (1,\ -3,\ 2)$ el vector director de s, tiene que cumplirse lo siguiente:

$$\frac{\alpha - 1}{1} = \frac{3}{-3} = \frac{-2}{2} \Rightarrow \alpha - 1 = -2 \ ;; \ \underline{\underline{\alpha = 2}}.$$

b)

Un vector director de la recta r puede ser cualquier vector que sea linealmente dependiente del vector que se obtiene al multiplicar vectorialmente los vectores normales de los planos que la determinan, que son $\overrightarrow{n_1} = (2,\ 1,\ -1)$ y $\overrightarrow{n_2} = (1,\ -2,\ 0)$.

$$\overrightarrow{u'} = \overrightarrow{n_1} \wedge \overrightarrow{n_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -j - 4k - k - 2i = -2i - j - 5k = (-2,\ -1,\ -5) = \overrightarrow{u'}\ .$$

Un vector director de r es $\overrightarrow{u} = (2,\ 1,\ 5)$. Un punto de r es A(-1, 0, 0).

La ecuación del plano π que contiene a r y es paralela a s puede determinarse por los vectores directores de las rectas y el punto A de r de la siguiente forma:

$$\pi(A;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} x+1 & y & z \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \ ;; \ 2(x+1) + 5y - 6z - z + 15(x+1) - 4y = 0 \ ;;$$

$$17(x+1) + y - 7z = 0 \ ;; \ 17x + 17 + y - 7z = 0\ .$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv 17x + y - 7z + 17 = 0}}$$

****

4º) Hallar la ecuación del plano π que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos $\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$.

Los vectores normales de los planos dados son $\overrightarrow{n_1} = (5,\ -1,\ -7)$ y $\overrightarrow{n_2} = (2,\ 3,\ 1)$.

El vector normal de π es cualquier vector linealmente dependiente al producto vectorial de los vectores $\overrightarrow{n_1}$ y $\overrightarrow{n_2}$:

$$\overrightarrow{n} = \overrightarrow{n_1} \wedge \overrightarrow{n_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -1 & -7 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -i - 14j + 15k + 2k + 21i - 5j = 20i - 19j + 17k =$$

$$= \underline{(20,\ -19,\ 17) = \overrightarrow{n}}\ .$$

Teniendo en cuenta que el plano π, por contener al origen, carece de término independiente, su ecuación general es:

$$\underline{\underline{\pi \equiv 20x - 19y + 17z = 0}}$$

****