

ÓPTICA GEOMÉTRICA

[Método y recomendaciones](#)

PROBLEMAS

Espejos

- Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo:
 - Dibuja la marcha de los rayos.
 - Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen.
 - Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.

(P.A.U. jun. 14)

Rta.: b) $s' = 1,00$ m; $y' = 25$ cm; imagen virtual, derecha y mayor.

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Incógnitas

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$$R = -50 \text{ cm} = -0,50 \text{ m}$$

$$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$$

$$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$$

$$s'$$

$$y'$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).

- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

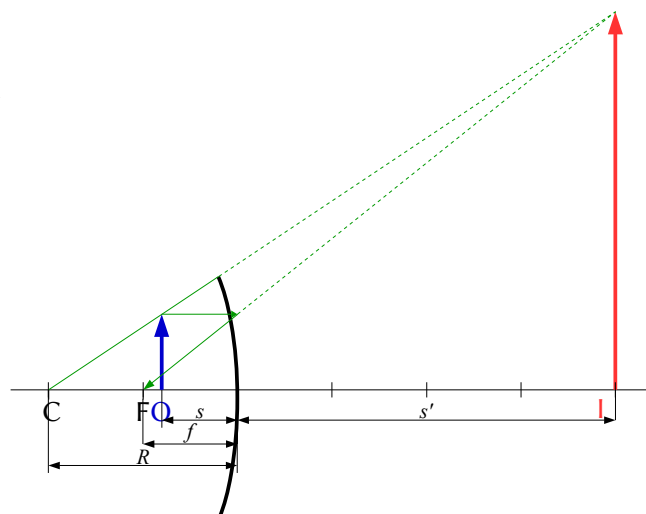
Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos:



$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s' = +1,0 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 1,0 m a la derecha del espejo.

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-1,0 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = 5,0$$

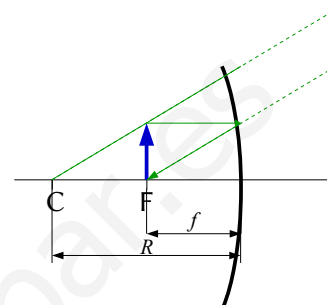
Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

La imagen es virtual ($s' > 0$), derecha ($A_L > 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).

Análisis: El resultado del cálculo coincide con el dibujo.

c) Cuando el objeto se encuentra en el foco, los rayos salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.



2. Un objeto de 1,5 cm de altura está situado a 15 cm de un espejo esférico convexo de radio 20 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen:

- Gráficamente.
- Analíticamente.
- ¿Se pueden obtener imágenes reales con un espejo convexo?

(P.A.U. sep. 09)

Rta.: b) $s' = +6,0 \text{ cm}$; $y' = 6,0 \text{ mm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo convexo

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Incógnitas

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$$R = +0,20 \text{ m}$$

$$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$s = -0,15 \text{ m}$$

$$s'$$

$$y'$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

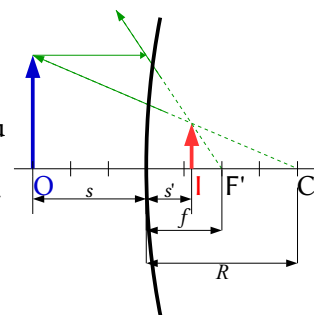
Solución:

a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C).

- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo. Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = 0,20 \text{ [m]} / 2 = 0,10 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s' = 0,060 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 6,0 cm a la derecha del espejo.

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,060 \text{ [m]}}{-0,15 \text{ [m]}} = 0,40$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 0,40 \cdot 1,5 \text{ cm} = 0,60 \text{ cm} = 6,0 \text{ mm}$$

La imagen es virtual ($s' > 0$), derecha ($A_L > 0$) y menor ($|A_L| < 1$).

Análisis: El resultado del cálculo coincide con el dibujo.

c) Las imágenes producidas por espejos convexos son siempre virtuales. De la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s}}$$

Por los criterios de signos, $s < 0$, y en los espejos convexos $f > 0$, por lo que

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{s} > 0$$

Por tanto, $s' > 0$ siempre. La imagen se va a formar a la derecha del espejo y va a ser virtual (los rayos de luz no atraviesan los espejos)

3. Un objeto de 5 cm de altura está situado a una distancia x del vértice de un espejo esférico cóncavo, de 1 m de radio de curvatura. Calcula la posición y tamaño de la imagen:

a) Si $x = 75 \text{ cm}$

b) Si $x = 25 \text{ cm}$

En los dos casos dibuja la marcha de los rayos.

(P.A.U. sep. 04)

Rta.: a) $s' = -1,5 \text{ m}$; $y' = -10 \text{ cm}$; b) $s' = 0,5 \text{ m}$; $y' = 10 \text{ cm}$.

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo

Tamaño del objeto

Cifras significativas: 2

$R = -1,0 \text{ m}$

$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$

Datos (convenio de signos DIN)

Posición del objeto: en el primer caso
en el segundo caso

Incógnitas

Posición de la imagen en ambos casos
Tamaño de la imagen en ambos casos

Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$$s_1 = -75 \text{ cm} = -0,75 \text{ m}$$

$$s_2 = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

$$s'_1, s'_2$$

$$y'_1, y'_2$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

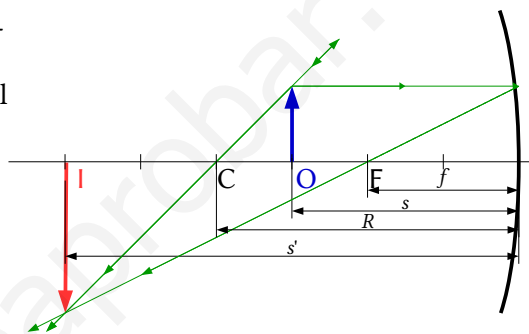
$$f = R / 2$$

Solución:

a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo.

El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -1,0 \text{ [m]} / 2 = -0,50 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'_1} + \frac{1}{-0,75 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,50 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 1,5 m a la izquierda del espejo.

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

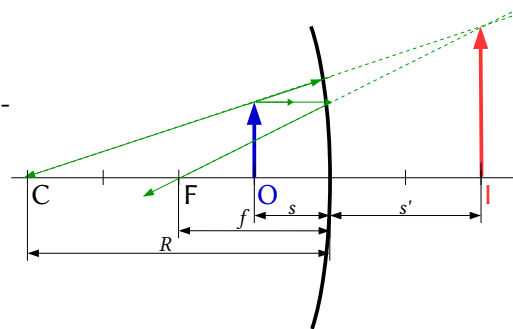
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,5 \text{ [m]}}{-0,75 \text{ [m]}} = -2,0$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y'_2 = A_L \cdot y = -2,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = -10 \text{ cm}$$

La imagen es real ($s' < 0$), invertida ($A_L < 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).

b) Se aplican las indicaciones del apartado anterior, pero teniendo en cuenta que como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que se cortan. El punto de corte es el punto correspondiente a la imagen **I**. Los resultados son:



$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,50 \text{ [m]}}$$

$$s'_2 = +0,50 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 0,50 m a la derecha del espejo.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,50 \text{ [m]}}{-0,25 \text{ [m]}} = 2,0$$

$$y'_2 = A_L \cdot y = 2,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

La imagen es virtual ($s' > 0$), derecha ($A_L > 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).

Análisis: En ambos casos, los resultados de los cálculos coinciden con los dibujos.

4. Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de curvatura de 0,5 m. Determina analítica y gráficamente la posición y aumento de la imagen de un objeto de 5 cm de altura situado en dos posiciones diferentes:
- A 1 m del espejo.
 - A 0,30 m del espejo.

(P.A.U. sep. 05)

Rta.: $s' = -0,33 \text{ m}$; $A_{L1} = -0,33$; b) $s' = -1,5 \text{ m}$; $A_{L2} = -5,0$

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo

Tamaño del objeto

Posición del objeto: en el primer caso
en el segundo caso

Incógnitas

Posición de la imagen en ambos casos

Aumento de la imagen en ambos casos

Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$R = -0,50 \text{ m}$

$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$

$s_1 = -1,0 \text{ m}$

$s_2 = -0,30 \text{ m}$

s'_1, s'_2

A_{L1}, A_{L2}

f

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

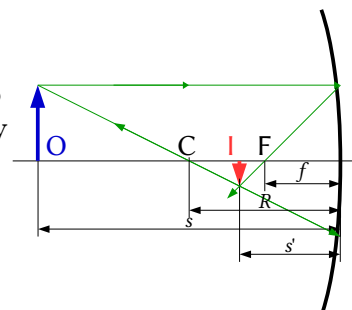
a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado

pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).

- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo.

El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-1,0 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s'_1 = -0,33 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 33 cm a la izquierda del espejo.

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

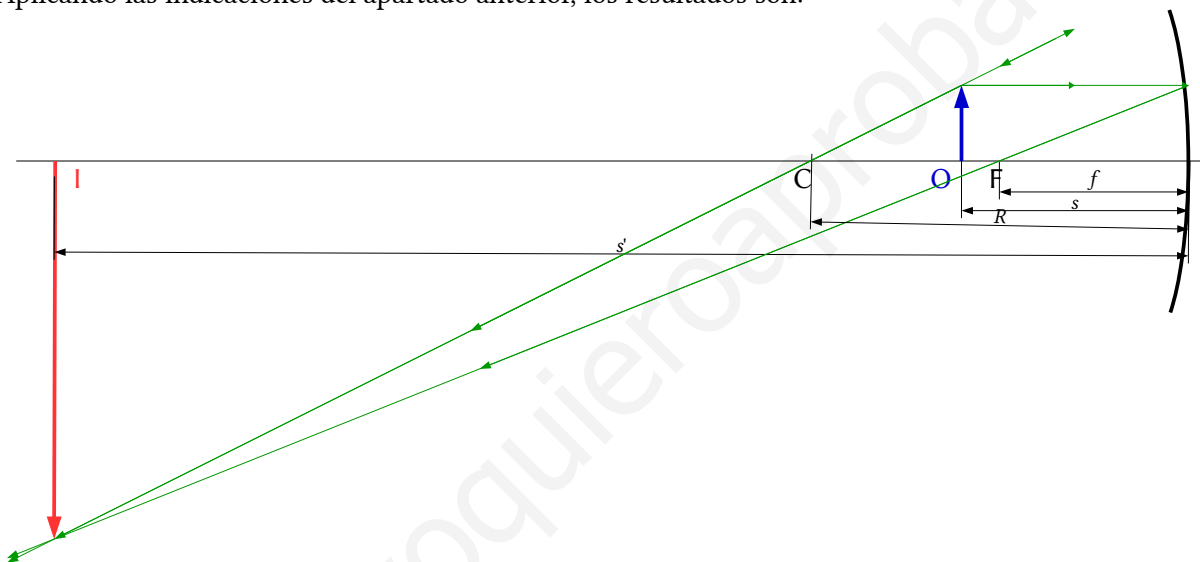
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{0,33 \text{ [m]}}{-1,0 \text{ [m]}} = -0,33$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_{L1} \cdot y = -0,33 \cdot 5,0 \text{ cm} = -1,7 \text{ cm}$$

La imagen es real ($s' < 0$), invertida ($A_{L1} < 0$) y menor ($|A_{L1}| < 1$).

b) Aplicando las indicaciones del apartado anterior, los resultados son:



$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,30 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

$$s'_2 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 1,5 m a la izquierda del espejo.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,5 \text{ [m]}}{-0,30 \text{ [m]}} = -5,0$$

$$y' = A_{L2} \cdot y = -5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = -25 \text{ cm}$$

La imagen es real ($s' < 0$), invertida ($A_{L2} < 0$) y mayor ($|A_{L2}| > 1$).

Análisis: En ambos casos, los resultados de los cálculos coinciden con los dibujos.

5. Dado un espejo esférico de 50 cm de radio y un objeto de 5 cm de altura situado sobre el eje óptico a una distancia de 30 cm del espejo, calcula analítica y gráficamente la posición y tamaño de la imagen:
- Si el espejo es cóncavo.
 - Si el espejo es convexo.

(P.A.U. jun. 06)

Rta.: a) $s'_1 = -1,5 \text{ m}$; $y'_1 = -25 \text{ cm}$; b) $s'_2 = 0,14 \text{ m}$; $y'_2 = 0,023 \text{ m}$

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura del espejo cóncavo

Radio de curvatura del espejo convexo

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Incógnitas

Posición de las imágenes que dan ambos espejos

Tamaño de las imágenes que dan ambos espejos

Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 2 $R = -0,50 \text{ m}$ $R = +0,50 \text{ m}$ $y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$ $s_1 = -0,30 \text{ m}$ s'_1, s'_2 y'_1, y'_2 f

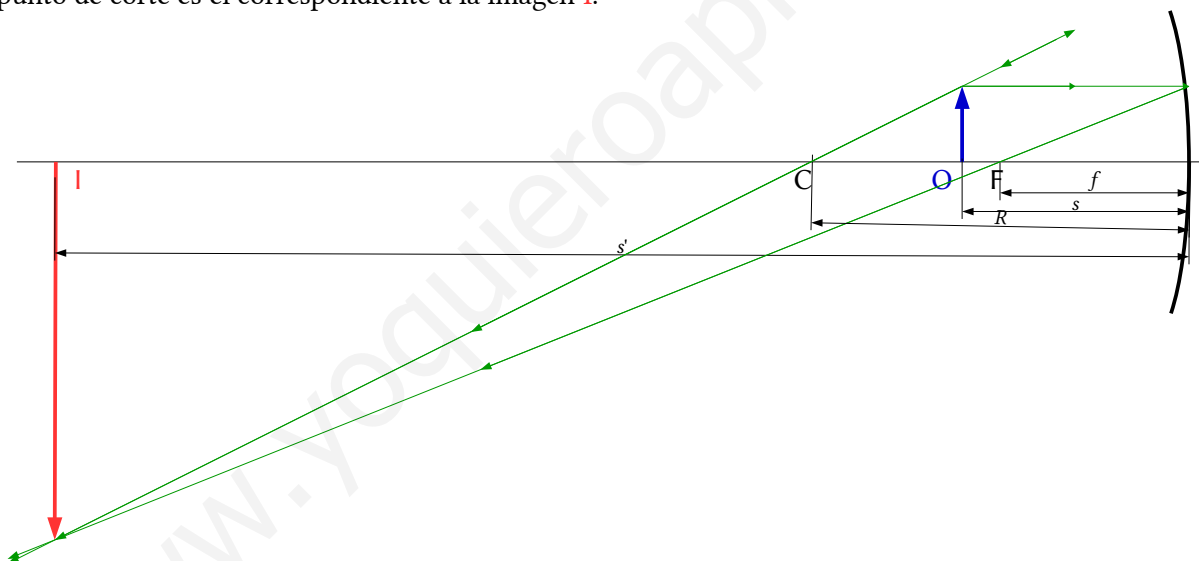
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

- a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:
- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).
 - Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo.
- El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo. Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'_1} + \frac{1}{-0,30 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 1,50 m a la izquierda del espejo.

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,5[\text{m}]}{-0,30[\text{m}]} = -5,0$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = -5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

La imagen es real ($s' < 0$), invertida ($A_L < 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).

b) Se aplican las indicaciones del apartado anterior, pero teniendo en cuenta que como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I.

Los resultados son:

$$f = R / 2 = 0,50 [\text{m}] / 2 = 0,25 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,30 [\text{m}]} = \frac{1}{0,25 [\text{m}]}$$

$$s'_2 = 0,14 \text{ m}$$

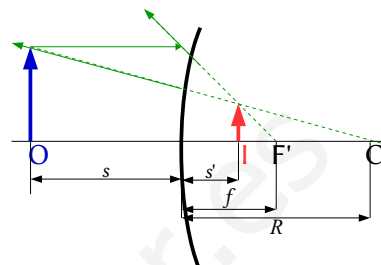
La imagen se encuentra a 0,14 m a la derecha del espejo.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,14[\text{m}]}{-0,30[\text{m}]} = 0,45$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,45 \cdot 5,0 \text{ cm} = 2,3 \text{ cm} = 0,023 \text{ m}$$

La imagen es virtual ($s' > 0$), derecha ($A_L > 0$) y menor ($|A_L| < 1$).

Análisis: En ambos casos, los resultados de los cálculos coinciden con los dibujos.



6. Un objeto de 3 cm está situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo y produce una imagen a 10 cm a la derecha del espejo:

- Calcula la distancia focal.
- Dibuja la marcha de los rayos y obtén el tamaño de la imagen.
- ¿En qué posición del eje hay que colocar el objeto para que no se forme imagen?

(P.A.U. jun. 08)

Rta.: a) $f = -0,40 \text{ m}$; b) $y' = 3,8 \text{ cm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Posición del objeto

Posición de la imagen

Tamaño del objeto

Incógnitas

Distancia focal del espejo

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 3

$$s = -8,00 \text{ cm} = -0,0800 \text{ m}$$

$$s' = 10,0 \text{ cm} = -0,100 \text{ m}$$

$$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$$

$$f$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{0,100 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,080 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

Y se calcula la incógnita:

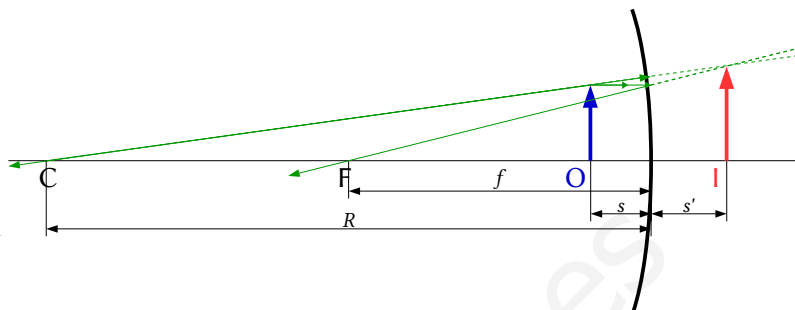
$$f = -0,400 \text{ m}$$

b) En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).

- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

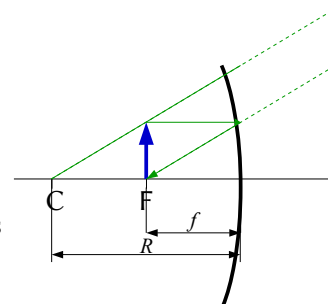
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,100 \text{ [m]}}{-0,0800 \text{ [m]}} = 1,25$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 1,25 \cdot 3,00 \text{ cm} = 3,75 \text{ cm} = 0,0375 \text{ m}$$

La imagen es virtual ($s' > 0$), derecha ($A_L > 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).

Análisis: Los resultados están de acuerdo con el dibujo.



c) En el foco. Los rayos que salen de un objeto situado en el foco salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

7. Un espejo tiene 1,5 de aumento lateral cuando la cara de una persona está a 20 cm de ese espejo.
- Razona si ese espejo es plano, cóncavo o convexo.
 - Dibuja el diagrama de rayos.
 - Calcula la distancia focal del espejo.

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: c) $f = -60 \text{ cm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Posición del objeto

Aumento lateral

Incógnitas

Distancia focal del espejo

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Cifras significativas: 3

$s = -20,0 \text{ cm} = -0,200 \text{ m}$

$A_L = 1,50$

f

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

c) Se usa la ecuación del aumento lateral para establecer la relación entre la distancia objeto s y la distancia imagen s' .

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = 1,5$$

Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.

$$s' = -1,5 s = -1,5 \cdot (-0,20 \text{ [m]}) = 0,30 \text{ m}$$

Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{0,300 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,200 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

Y se calcula la incógnita:

$$f = -0,600 \text{ m}$$

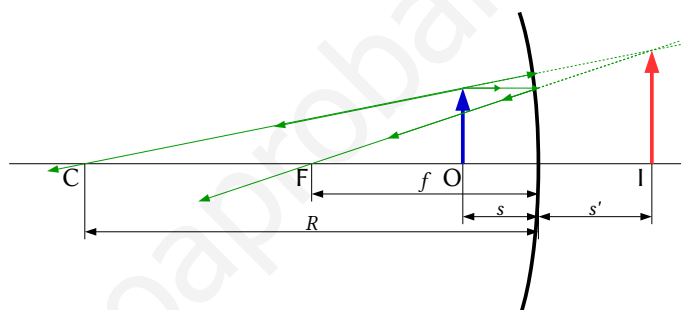
a) El espejo es cóncavo, puesto que la distancia focal es negativa. El foco está a la izquierda del espejo.

b) En el dibujo se representa el objeto O antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Un horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C).

- Otro hacia el espejo, que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I .



● Lentes

1. Un objeto de 4,0 cm de altura está situado a 20,0 cm de una lente divergente de 20,0 cm de distancia focal.

a) Calcula la potencia de la lente y la altura de la imagen.

b) Realiza el diagrama de rayos e indica las características de la imagen

(A.B.A.U. extr. 21)

Rta.: a) $P = -5,00$ dioptrías; $y' = 2,0$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Altura del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

Incógnitas

Potencia de la lente

Altura de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Potencia de una lente

Cifras significativas: 2

$$y = 4,0 \text{ cm} = 0,040 \text{ m}$$

$$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$$

$$f = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$$

$$P$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$P = \frac{1}{f}$$

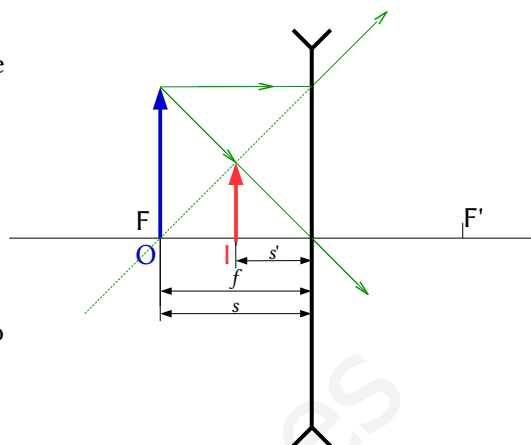
Solución:

a y b) En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta de manera que la prolongación del rayo refractado pasa por el foco **F**.

- Otro hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.

Como los rayos no se cortan, se prolongan hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



La potencia de la lente es la inversa de la distancia focal. Como la lente es divergente, esta es negativa:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,20 [\text{m}]} = -5,0 \text{ dioptrías}$$

Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo. Para una lente divergente, $f = -0,20 \text{ m}$.

Se usa la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 [\text{m}]} = \frac{1}{-0,20 [\text{m}]}$$

Se calcula la posición de la imagen:

$$s' = -0,10 \text{ m}$$

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,10 [\text{m}]}{-0,20 [\text{m}]} = 0,50$$

Se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 0,50 \cdot 0,04 \text{ m} = 0,020 \text{ m} = 2,0 \text{ cm}$$

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir se forma a la izquierda de lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño o indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.

La imagen es virtual, derecha y menor.

2. Un objeto de 1,5 cm de altura se sitúa a 15 cm de una lente divergente que tiene una focal de 10 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen:

- Gráficamente.
- Analíticamente.
- ¿Se pueden obtener imágenes reales con una lente divergente?

(P.A.U. sep. 09)

Rta.: b) $s' = -6,0 \text{ cm}$; $y' = 6,0 \text{ mm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

Incógnitas

Posición de la imagen

Cifras significativas: 2

$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$

$s = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$

$f = -10 \text{ cm} = -0,10 \text{ m}$

s'

Incógnitas

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

 y'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) En el dibujo se representa el objeto O antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que la prolongación del rayo refractado pasa por el foco F .
- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.

Como los rayos no se cortan, se prolongan hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I .

b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo. Para una lente divergente, $f = -0,10$ m.

Se usa la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s' = -0,060 \text{ m}$$

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,060 \text{ [m]}}{-0,15 \text{ [m]}} = 0,40$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 0,40 \cdot 0,015 \text{ m} = 0,0060 \text{ m} = 6,0 \text{ mm}$$

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir se forma a la izquierda de lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño o indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.

c) Las imágenes producidas por las lentes divergentes son siempre virtuales. De la ecuación de las lentes:

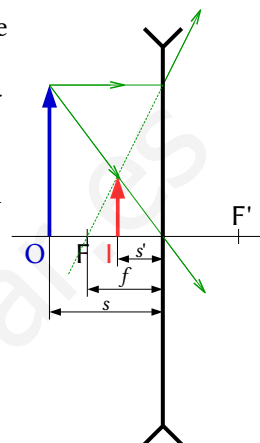
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{s}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{s}}$$

Aplicando el criterio de signos, $s < 0$, y en las lentes divergentes $f < 0$, por lo que

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{s} < 0$$



Por tanto, $s' < 0$ siempre. La imagen se va a formar a la izquierda de la lente y va a ser virtual (los rayos de luz atraviesan las lentes y forman las imágenes reales a la derecha de ellas)

3. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente:

- Calcula la distancia focal.
- Dibuja la marcha de los rayos y obtén el tamaño de la imagen.
- ¿En qué posición del eje hay que colocar el objeto para que no se forme imagen?

(P.A.U. jun. 08)

Rta.: a) $f = 0,25$ m; b) $y' = -1,5$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Posición de la imagen

Incógnitas

Distancia focal de la lente

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Cifras significativas: 3

$$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$$

$$s = -75,0 \text{ cm} = -0,750 \text{ m}$$

$$s' = 37,5 \text{ cm} = 0,375 \text{ m}$$

$$f'$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

- a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.

Se usa la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{0,375 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,750 \text{ [m]}} = \frac{1}{f'}$$

Y se calcula la distancia focal:

$$f' = 0,250 \text{ m}$$

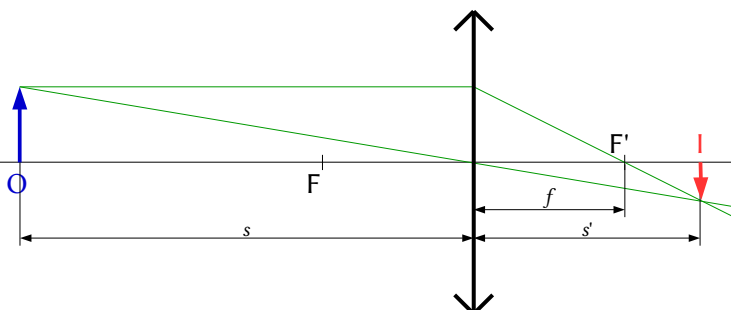
Análisis: La distancia focal da positiva, que está de acuerdo con el dato de que la lente es convergente.

- b) En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado pasa por el foco F' .

- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.

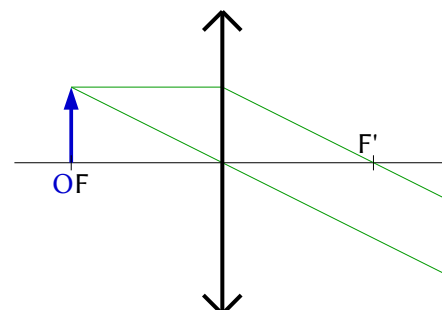
El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.



Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0,375 \text{ [m]}}{-0,750 \text{ [m]}} = -0,50$$

Y se calcula la altura de la imagen:



$$y' = A_L \cdot y = -0,50 \cdot 0,030 \text{ [m]} = -0,0150 \text{ m} = -1,50 \text{ cm}$$

Análisis: El signo negativo nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.

c) En el foco. Los rayos que salen de un objeto situado en el foco salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

4. Una lente divergente de distancia focal 10 cm forma una imagen de 2 cm de altura. Si el tamaño del objeto es 10 cm:

- Calcula la distancia a la que se encuentra el objeto de la lente.
- Dibuja la marcha de los rayos.
- La miopía es un defecto visual. Explica como se puede corregir.

(P.A.U. sep. 16)

Rta.: a) $s = 0,40 \text{ m}$

Datos (convenio de signos DIN)

Distancia focal de la lente

Altura del objeto

Altura de la imagen

Incógnitas

Posición del objeto

Otros símbolos

Posición del objeto

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Cifras significativas: 2

$$f = -10 \text{ cm} = -0,10 \text{ m}$$

$$y = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$y' = 2,0 \text{ cm} = 0,020 \text{ m}$$

s

s'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) Del aumento lateral podemos establecer la relación matemática entre las distancias s del objeto a la lente y s' de la imagen a la lente.

$$A_L = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{s'}{s} = \frac{0,020 \text{ [m]}}{0,10 \text{ [m]}} = 0,20$$

$$s' = 0,20 s$$

$$\frac{1}{0,20 \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

$$s' = -0,40 \text{ m}$$

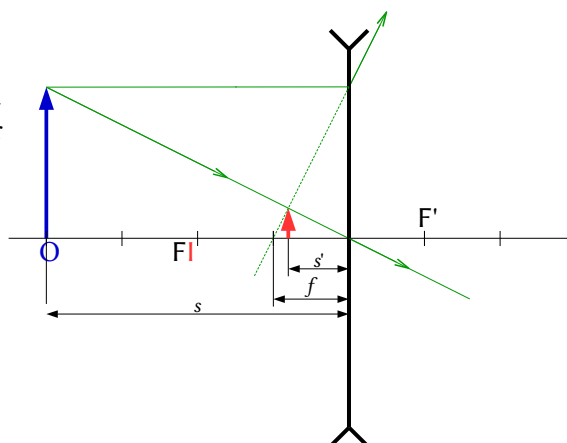
b) En el dibujo se representa el objeto O antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que la prolongación del rayo refractado pasa por el foco F .

- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.

Como los rayos no se cortan, el punto de corte de sus prolongaciones es el correspondiente a la imagen I .

c) Con lentes divergentes.



5. Una lente convergente proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto. El aumento es de 10 y la distancia del objeto a la pantalla es de 2,7 m.
- Determina las posiciones de la imagen y del objeto.
 - Dibuja la marcha de los rayos.
 - Calcula la potencia de la lente.

(P.A.U. sep. 12)

Rta.: a) $s = -0,245$ m; $s' = 2,45$ m; c) $P = 4,48$ dioptrías

Datos (convenio de signos DIN)

Aumento de la lente

Distancia entre el objeto y su imagen

Incógnitas

Posición del objeto y de la imagen

Potencial de la lente

Otros símbolos

Distancia focal de la lente

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Potencia de una lente

Cifras significativas: 3

$$A_L = 10,0$$

$$d = 2,70 \text{ m}$$

$$s, s'$$

$$P$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$P = \frac{1}{f}$$

Solución:

a) Del aumento lateral podemos establecer la relación matemática entre las distancias s del objeto a la lente y s' de la imagen a la lente.

$$A_L = \frac{s'}{s}$$

$$s' = 10,0 s$$

La distancia del objeto a la pantalla (donde se forma la imagen) es la suma de esas dos distancias (sen tener en cuenta los signos):

$$|s| + |s'| = 2,70 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa, $s < 0$, pero la distancia de la imagen, cuando es real, a la lente es positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 2,70 \text{ m}$$

Aunque nos dicen que el aumento es 10, el signo correcto es -10 , por lo que, la relación con el signo adecuado entre las dos distancias es:

$$s' = -10,0 s$$

Sustituyendo s' y despejando s , queda

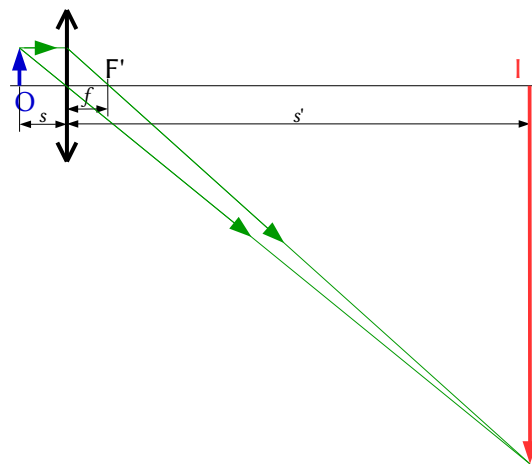
$$-s - 10,0 s = 2,70 \text{ m}$$

$$s = \frac{2,70 \text{ [m]}}{-11,0} = -0,245 \text{ m}$$

$$s' = -10,0 s = 2,45 \text{ m}$$

b) En el dibujo se representa el objeto O antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado pasa por el foco F' .
- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.



El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

c) La potencia de la lente es la inversa de la distancia focal (expresada en metros) y puede calcularse de la ecuación de las lentes.

$$\frac{1}{2,45 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,245 \text{ [m]}} = \frac{1}{f} = P$$

$$P = 4,48 \text{ dioptrías}$$

6. Un objeto de 3 cm de altura se coloca a 20 cm de una lente delgada de 15 cm de focal. Calcula analíticamente y gráficamente la posición y tamaño de la imagen:
- Si la lente es convergente.
 - Si la lente es divergente.

(P.A.U. sep. 06)

Rta.: a) $s' = 0,60 \text{ m}$; $y' = -9,0 \text{ cm}$; b) $s' = -0,086 \text{ m}$; $y' = 1,3 \text{ cm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

Incógnitas

Posición de la imagen en ambas lentes

Tamaño de la imagen en ambas lentes

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Cifras significativas: 2

$y = 3,0 \text{ cm} = 0,030 \text{ m}$

$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$

$f = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$

s'_1, s'_2

y'_1, y'_2

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo. Para la lente convergente, $f = +0,15 \text{ m}$:

Se usa la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,15 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s' = 0,60 \text{ m}$$

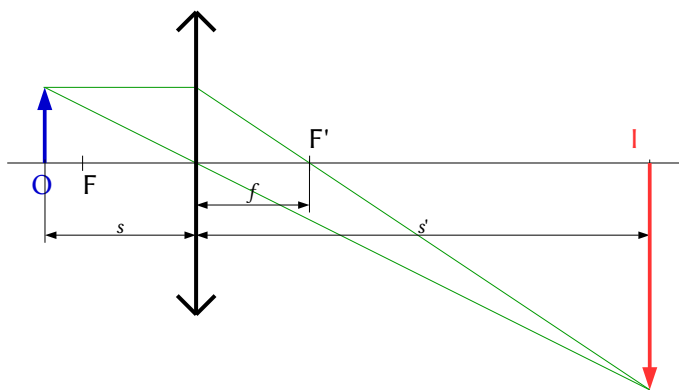
Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0,60 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = -3,0$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = -3,0 \cdot 0,030 \text{ m} = -0,090 \text{ m} = -9,0 \text{ cm}$$

En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:



- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado pasa por el foco F' .
 - Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.
- El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: La imagen es real ya que s' es positiva, es decir a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. El signo negativo del tamaño nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.

b) Para la lente divergente, $f = -0,15$ m. Se sustituyen los datos en la ecuación de las

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

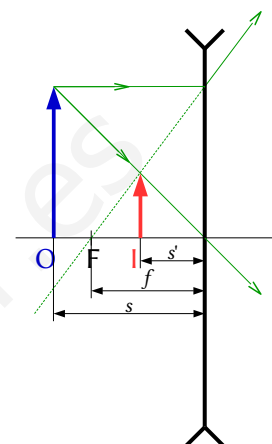
$$s' = -0,086 \text{ m}$$

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,086 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = 0,43$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 0,43 \cdot 0,030 \text{ m} = 0,013 \text{ m} = 1,3 \text{ cm}$$



- a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:
- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que la prolongación del rayo refractado pasa por el foco F .
 - Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.

Como los rayos no se cortan, se prolongan hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir a la izquierda de lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño nos indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.

7. Un objeto de 3 cm se sitúa a 20 cm de una lente cuya distancia focal es 10 cm:
- Dibuja la marcha de los rayos si la lente es convergente.
 - Dibuja la marcha de los rayos si la lente es divergente.
 - En ambos casos calcula la posición y el tamaño de la imagen.

(P.A.U. jun. 12)

Rta.: c) $s' = 0,20$ m; $y' = -3,0$ cm; d) $s' = -0,067$ m; $y' = 1,0$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Posición del objeto

Distancia focal de la lente

Incógnitas

Posición de la imagen en ambas lentes

Tamaño de la imagen en ambas lentes

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Cifras significativas: 2

$y = 3,0 \text{ cm} = 0,030 \text{ m}$

$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$

$f = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$

s'_1, s'_2

y'_1, y'_2

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

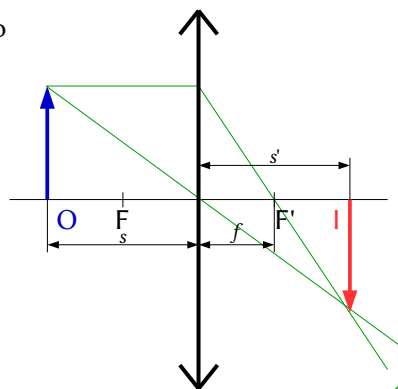
Solución:

a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado pasa por el foco F' .
- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.

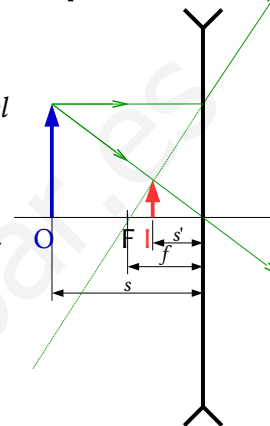
El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: La imagen es real ya que s' es positiva, es decir a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. El signo negativo del tamaño nos indica que la imagen es invertida. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.



b) En el dibujo, como los rayos no se cortan, se prolongan hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: La imagen es virtual ya que s' es negativa, es decir a la izquierda de la lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. El signo positivo del tamaño nos indica que la imagen es derecha. Los resultados numéricos coinciden con el dibujo.



c) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo. Para la lente convergente, $f = +0,10$ m.

Se usa la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s' = 0,20 \text{ m}$$

Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{0,20 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = -1$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = -1,0 \cdot 0,030 \text{ m} = -0,030 \text{ m} = -3,0 \text{ cm}$$

Para la lente divergente, $f = -0,10$ m.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

$$s' = -0,067 \text{ m}$$

$$\frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{-0,067 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}}$$

$$y' = 0,010 \text{ m} = 1,0 \text{ cm}$$

8. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:

- La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de $R = 15$ cm.
- La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.
- Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $s_e = -11$ cm; b) $s_l = -11$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño del objeto

Aumento lateral

Radio del espejo cóncavo

Incógnitas

Posición del objeto ante el espejo

Posición del objeto ante la lente

Otros símbolos

Distancia focal del espejo y de la lente

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Aumento lateral en las lentes

Cifras significativas: 2

$$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$A_L = -2,0$$

$$R = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$$

$$s_e$$

$$s_l$$

$$f$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) Si la imagen es real y de tamaño doble, tiene que ser invertida, por lo que el aumento lateral será negativo.

$$A_L = -2,0$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral se encuentra la relación entre las distancias del objeto e imagen:

$$A_L = -s' / s \Rightarrow s' = 2,0 s$$

La distancia focal vale:

$$f_e = R / 2 = -0,075 \text{ m}$$

Se aplica la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{2,0 s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,075 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la distancia del objeto:

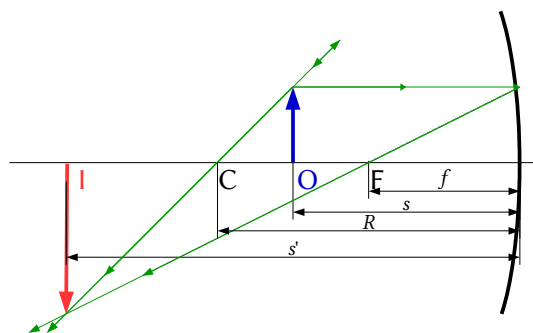
$$s_e = 3 \cdot \frac{(-0,075 \text{ [m]})}{2} = -0,11 \text{ m}$$

En el dibujo se representa el objeto **O** antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco **F** (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro **C**).
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro **C** de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: En un espejo, la imagen es real si se forma a la izquierda del espejo, ya que los rayos que salen reflejados solo se cortan a la izquierda.



b) Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva.

$$f_l = 0,075 \text{ m}$$

Como la imagen es real el aumento lateral es negativo.

$$A_L = -2,0 = s' / s$$

$$s' = -2,0 s$$

Se aplica la ecuación de los espejos:

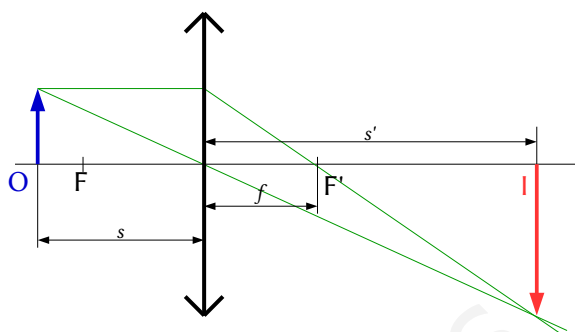
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{-2,0 s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,075 \text{ [m]}}$$

Y se calcula la distancia del objeto:

$$s_1 = \frac{-3 \cdot 0,075 \text{ [m]}}{2} = -0,11 \text{ m}$$



◆ CUESTIONES

● Espejos.

1. La imagen formada en los espejos es:

- A) Real si el espejo es convexo.
- B) Virtual si el espejo es cóncavo y la distancia objeto es menor que la focal.
- C) Real si el espejo es plano.

(P.A.U. sep. 06)

Solución: B

Tal como se ve en la figura.

Las ecuaciones de los espejos son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Despejando s'

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{s-f}{s \cdot f}$$

$$s' = \frac{f \cdot s}{s-f}$$

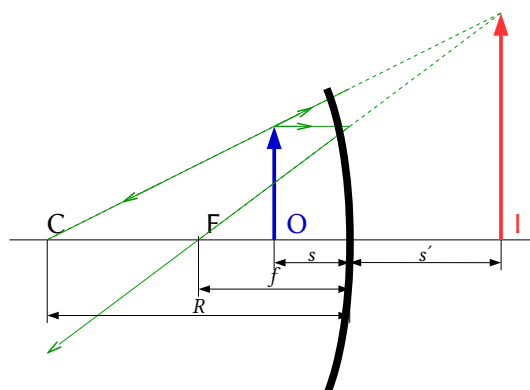
Como las coordenadas s y f son negativas, si $|s| < |f|$

$$s > f$$

Por tanto

$$s' = (-)(-) / (+) > 0$$

La imagen es virtual (se forma detrás del espejo)



2. Si con un espejo se quiere obtener una imagen mayor que el objeto, habrá que emplear un espejo:

- A) Plano.

- B) Cóncavo.
C) Convexo.

(P.A.U. sep. 08)

Solución: B

En los espejos planos el tamaño de la imagen es igual y en los convexas es siempre menor. Habrá que usar un espejo cóncavo y situar el objeto dentro de la distancia focal, tal como se ve en la figura.

Las ecuaciones de los espejos son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Para que la imagen sea mayor, el aumento lateral ha de ser, en valor absoluto, mayor que la unidad, y por tanto:

$$|s'| > |s|$$

Despejando f

$$f = \frac{1}{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s}}$$

Si $|s'| > |s|$

$$\frac{1}{|s'|} < \frac{1}{|s|}$$

La coordenada s es negativa y si la s' es positiva, (lo que ocurre cuando la imagen es virtual y se forma a la derecha del espejo)

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} < 0$$

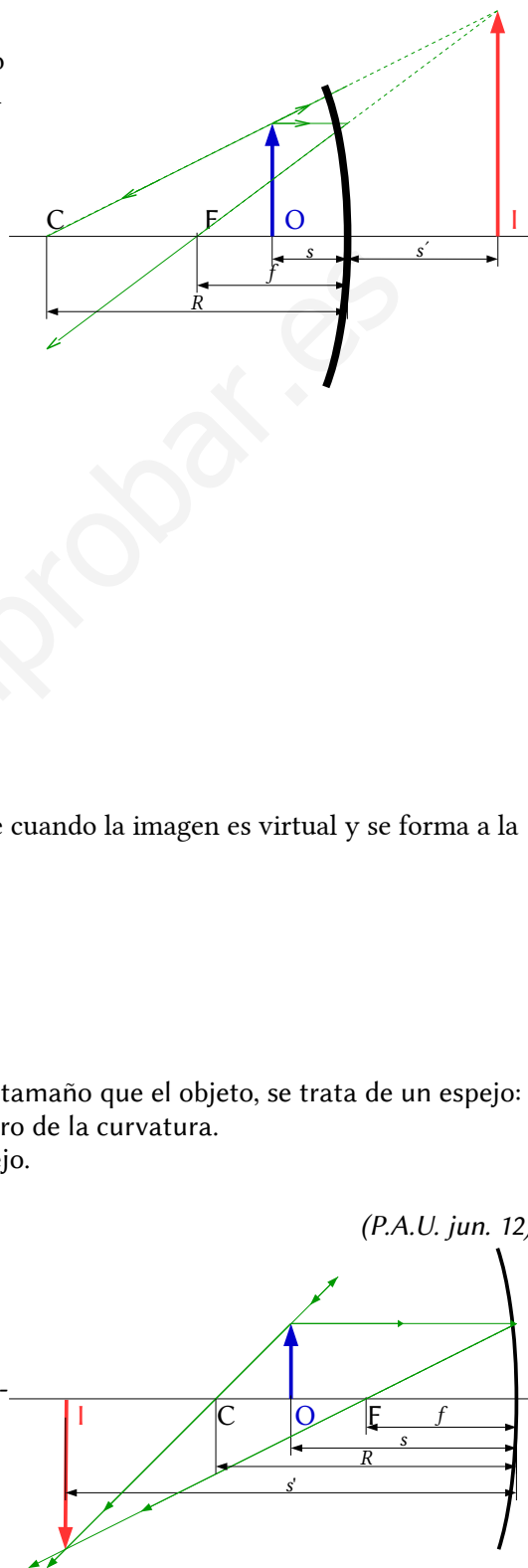
Por tanto $f < 0$, lo que indica que el espejo debe ser cóncavo.

3. Si un espejo forma una imagen real invertida y de mayor tamaño que el objeto, se trata de un espejo:
- Cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el centro de la curvatura.
 - Cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el espejo.
 - Convexo con el objeto en cualquier posición.

(P.A.U. jun. 12)

Solución: A

En los espejos convexas el tamaño de la imagen es siempre menor. Habrá que usar un espejo cóncavo y situar el objeto entre el centro de curvatura y el foco tal como se ve en la figura.

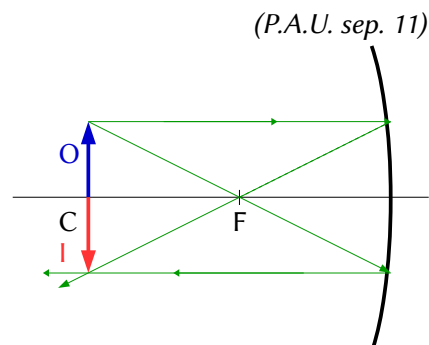


4. Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?:
- Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura.

- B) Convexo y objeto situado en el centro de curvatura.
C) Cóncavo y objeto situado en el foco.

Solución: A

El resultado se ve en la figura, en la que **O** es el objeto, **I** la imagen, **C** el centro de curvatura y **F** el foco del espejo cóncavo.



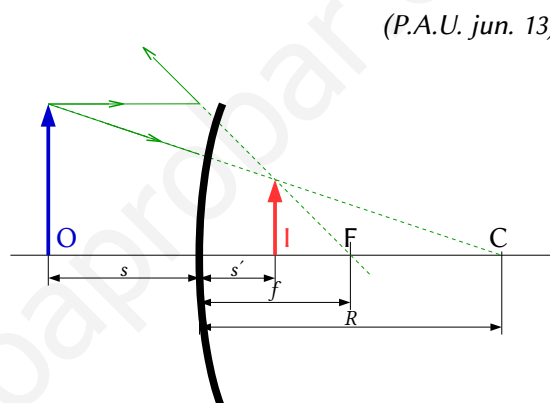
5. Si se desea obtener una imagen virtual, derecha y menor que el objeto, se usa:
A) Un espejo convexo.
B) Una lente convergente.
C) Un espejo cóncavo.

Solución: A

Véase la marcha de los rayos.

La imagen se forma detrás del espejo, por lo que es virtual.

El tipo de imagen es independiente de la distancia del objeto al espejo.



6. Un espejo cóncavo tiene 80 cm de radio de curvatura. La distancia del objeto al espejo para que su imagen sea derecha y 4 veces mayor es:
A) 50 cm.
B) 30 cm.
C) 60 cm.

(P.A.U. sep. 13)

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura

Aumento lateral

Incógnitas

Posición del objeto

Otros símbolos

Distancia focal del espejo

Posición de la imagen

Tamaño del objeto

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Cifras significativas: 3

$$R = -80,0 \text{ cm} = -0,800 \text{ m}$$

$$A_L = 4,00$$

s

f

s'

y

y'

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Solución: B

La distancia focal del espejo es la mitad del radio de curvatura. Como el espejo es cóncavo el foco se encuentra a la izquierda, y, por el convenio de signos, la distancia focal es negativa

$$f = R / 2 = -0,400 \text{ m}$$

El aumento lateral en espejos es

$$A_L = -\frac{s'}{s} = 4,00$$

$$s' = -4,00 \text{ s}$$

Se sustituyen f , s' en la ecuación de los espejos

$$\frac{1}{-4,00 \text{ s}} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,400 \text{ [m]}}$$

Multiplicando ambos lados por $(-4,00 \text{ s})$ queda una ecuación sencilla

$$1 - 4,00 = 10 \text{ s}$$

La solución es:

$$s = -0,300 \text{ m}$$

7. Queremos ver una imagen de nuestra cara para afeitarnos o maquillarnos. La imagen debe ser virtual, derecha y ampliada 1,5 veces. Si colocamos la cara a 25 cm del espejo. ¿Qué tipo de espejo debemos emplear?:

- A) Convexo.
B) Cóncavo.
C) Plano.

(P.A.U. jun. 16)

Datos (convenio de signos DIN)

Posición del objeto

Aumento lateral

Incógnitas

Distancia focal del espejo

Otros símbolos

Posición de la imagen

Tamaño del objeto

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos

Aumento lateral en los espejos

Cifras significativas: 2

$$s = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

$$A_L = 1,5$$

f

s'

y

y'

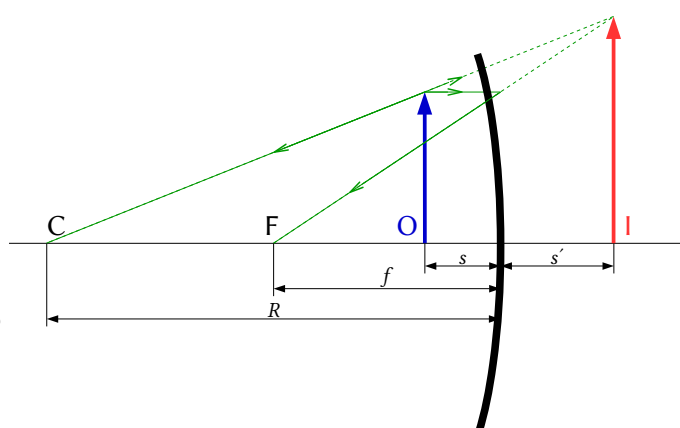
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Solución: B

En el dibujo se representa el objeto O antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C).
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo. Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I .



- a) Para calcular la posición de la imagen se usa la expresión del aumento lateral

$$A_L = 1,5 = -s' / s$$

$$s' = -1,5 s = -1,5 \cdot (-25 \text{ cm}) = +37,5 \text{ cm} = +0,375 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 37,5 cm a la derecha del espejo.

Análisis: En un espejo, la imagen es virtual si se forma a la derecha del espejo, ya que los rayos que salen reflejados solo se cortan a la izquierda.

b) Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{0,375 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

Y se calcula la distancia focal:

$$f = -0,75 \text{ m} = -75 \text{ cm}$$

Análisis: El signo negativo indica que el espejo es cóncavo, ya que su foco y su centro de curvatura se encuentran a la izquierda del espejo. El espejo tiene que ser cóncavo, ya que los espejos convexos dan una imagen virtual pero menor que el objeto. Los resultados de s' y f están de acuerdo con el dibujo.

8. Dos espejos planos están colocados perpendicularmente entre sí. Un rayo de luz que se desplaza en un tercer plano perpendicular a los dos, se refleja sucesivamente en los dos espejos. El rayo reflejado en el segundo espejo, con respecto al rayo original:

- A) Es perpendicular.
B) Es paralelo.
C) Depende del ángulo de incidencia.

(P.A.U. sep. 04)

Solución: B

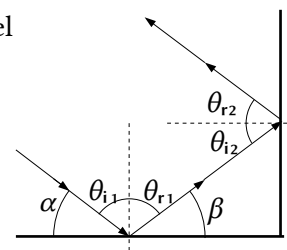
Véase la figura. Si se llama α al ángulo que forma el rayo con el espejo horizontal, el ángulo con que sale el rayo reflejado en el espejo vertical respecto a la horizontal, también vale α .

Se cumple que:

$$\beta = \pi - \alpha$$

$$\theta_{i2} = -\beta = -\alpha$$

$$\theta_{r2} = -\theta_{i2} = \alpha$$



● Lentes.

1. Un rayo de luz incide desde un medio transparente sobre una lente semicircular por su eje. Si al entrar en la lente el rayo se aleja de la normal:

- A) Es imposible.
B) La lente está mal construida.
C) El medio que rodea la lente tiene mayor índice de refracción que esta.

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: A

El rayo de luz que incide en una lente por su eje la atraviesa sin desviarse.

2. La imagen que se obtiene al situar un objeto delante de una lente divergente a una distancia igual al doble de la distancia focal es:
- Virtual, derecha, igual.
 - Real, derecha, menor.
 - Virtual, derecha, menor.

(A.B.A.U. ord. 22)

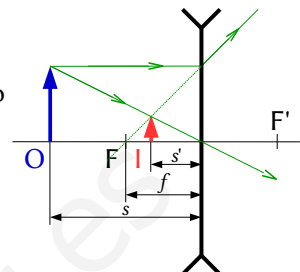
Solución: C

En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado se aleja del eje óptico, de forma que su prolongación pasa por el foco **F**.
- Otro hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.

El punto de corte entre la prolongación del primero y el segundo, es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: La imagen es virtual ya que se forma a la izquierda de la lente que es la zona donde se forman las imágenes virtuales en las lentes. Es derecha y más pequeña que el objeto.



3. Se sitúa un objeto a una distancia de 20 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de distancia focal 10 cm. La imagen que se forma es:
- De mayor tamaño, real, derecha.
 - De igual tamaño, virtual, invertida.
 - De igual tamaño, real, invertida.

(A.B.A.U. ord. 20)

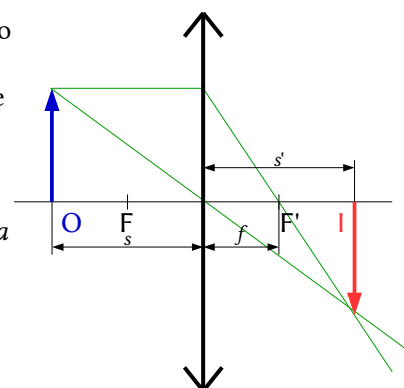
Solución: C

a) En el dibujo se representa el objeto **O** antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Un horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado pasa por el foco **F'**.
- Otro hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.

El punto de corte es el correspondiente a la imagen **I**.

Análisis: La imagen es real ya que se forma a la derecha de la lente que es la zona donde se forman las imágenes reales en las lentes. Es invertida y de igual tamaño que el objeto.



4. Para aumentar la potencia de una lente biconvexa simétrica situada en el aire deberíamos:
- Aumentar los radios de curvatura y disminuir el índice de refracción del material de la lente.
 - Disminuir los radios de curvatura y aumentar el índice de refracción del material de la lente.
 - Aumentar los radios de curvatura sin variar el índice de refracción del material de la lente.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

La fórmula del constructor de lentes es:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

f es la distancia focal de la lente, n es el índice de refracción del material de la lente y R_1 y R_2 son los radios de curvatura de las caras anterior y posterior de la lente.

La potencia de una lente es la inversa de la distancia focal.

$$P = \frac{1}{f}$$

Para aumentar la potencia, o sea, disminuir la distancia focal, habrá que emplear un material con mayor índice de refracción y disminuir los radio para aumentar la curvatura de las caras de la lente.

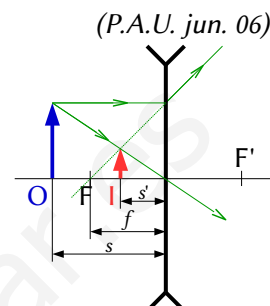
5. En las lentes divergentes la imagen siempre es:

- A) Derecha, mayor y real.
- B) Derecha, menor y virtual.
- C) Derecha, menor y real.

Solución: B

Derecha, menor y virtual.

De acuerdo con la representación gráfica:



6. Si se desea formar una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, se debe utilizar:

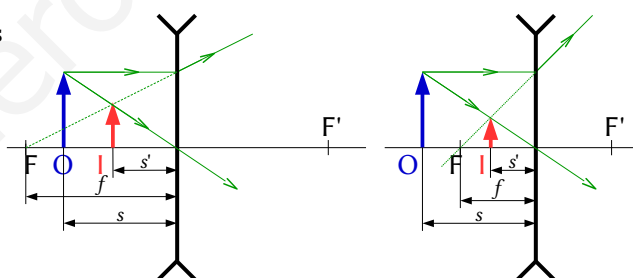
- A) Un espejo cóncavo.
- B) Una lente convergente.
- C) Una lente divergente.

(P.A.U. jun. 07)

Solución: C

Los dibujos muestran la formación de imágenes en los casos en que el objeto se encuentra después del foco objeto y antes del foco objeto.

En todos los casos la imagen es virtual, derecha y menor que el objeto.



7. Para obtener una imagen virtual y derecha con una lente delgada convergente, de distancia focal f , el objeto debe estar a una distancia de la lente:

- A) Menor que f .
- B) Mayor que f y menor que $2f$.
- C) Mayor que $2f$.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: A

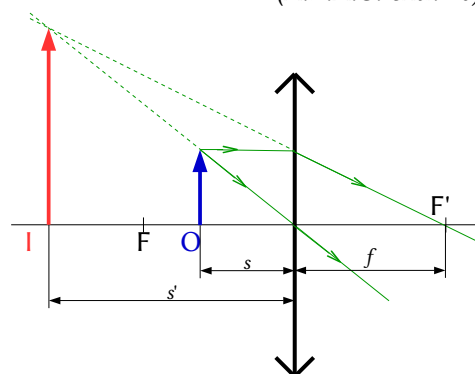
El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.

La ecuación de las lentes es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Despejando la distancia da imagen a la lente:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f'} = \frac{f' + s}{s \cdot f'} \Rightarrow s' = \frac{f' \cdot s}{s + f'}$$



El criterio de signo dice que hay que poner el objeto a la izquierda de la lente, y la posición es negativa: $s < 0$.

En las lentes delgadas convergentes a distancia focal es positiva: $f' > 0$,

Para que la imagen sea virtual tiene que formarse a la izquierda de la lente: $s' < 0$.

Como $f' \cdot s < 0$, para que $s' < 0$, $s + f'$ tiene que ser positiva: $s + f' > 0$.

Como $s < 0$ y $f' > 0$, para que $s + f'$ sea positiva $|s| < f'$. El objeto tendrá que encontrarse dentro de la distancia focal.

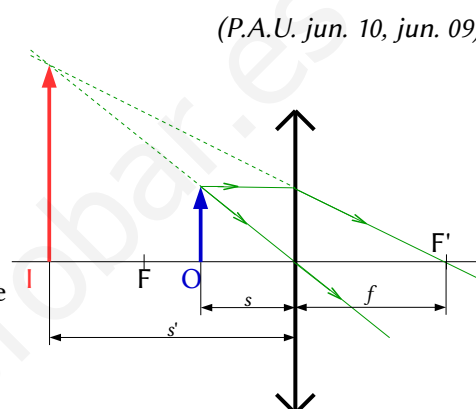
8. Para obtener una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto se usa:
- Una lente divergente.
 - Una lente convergente.
 - Un espejo convexo.

Solución: B

El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.

Las otras opciones:

A y B. Falsas. Las lentes divergentes y los espejos convexas siempre producen imágenes virtuales, derechas pero de menor tamaño que el objeto.



9. La distancia focal de un sistema formado por una lente convergente de 2 dioptrías y otra divergente de 4,5 dioptrías es:
- 2,5 m.
 - 0,65 m.
 - 0,4 m.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Como no dan la distancia entre las lentes, supongo que están unidas. En cuyo caso:

$$P = P_1 + P_2 = 2 + (-4,5) = -2,5 \text{ dioptrías}$$

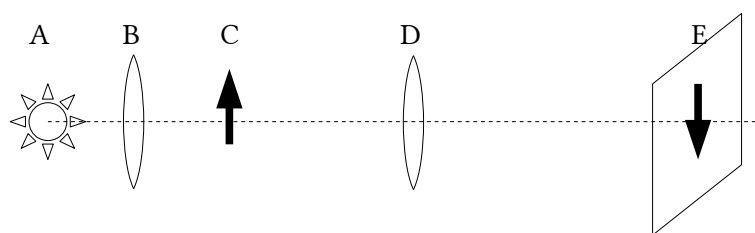
$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2,5 [\text{m}^{-1}]} = -0,4 \text{ m}$$

◊ LABORATORIO

1. Haz un esquema de la práctica de óptica, situando el objeto, la lente y la imagen, dibujando la marcha de los rayos.

(P.A.U. sep. 15)

Solución:

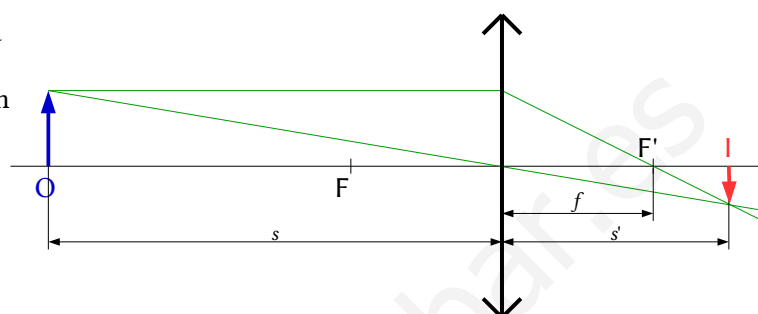


A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.

Para obtener una imagen real, que se pueda recoger en una pantalla, el objeto debe situarse antes del foco. En este caso la imagen es siempre invertida.

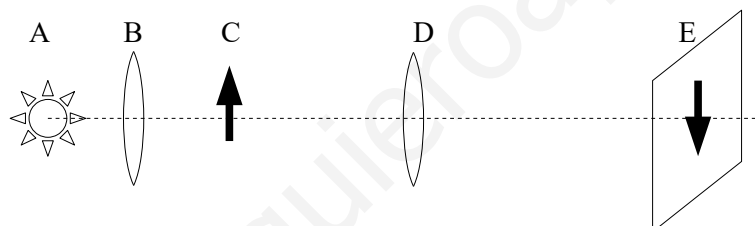
2. En la práctica de óptica, ¿se pudo determinar la distancia focal de la lente?
¿Cómo?

(P.A.U. jun. 14, sep. 06)



Solución:

Sí. Se hizo el montaje de la figura y se fue variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.



Se medían los valores de s (distancia del objeto a la lente $s = CD$) y s' (distancia de la imagen a la lente $s' = DE$)

Se aplicaba la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se calculaba la distancia focal f para cada medida.

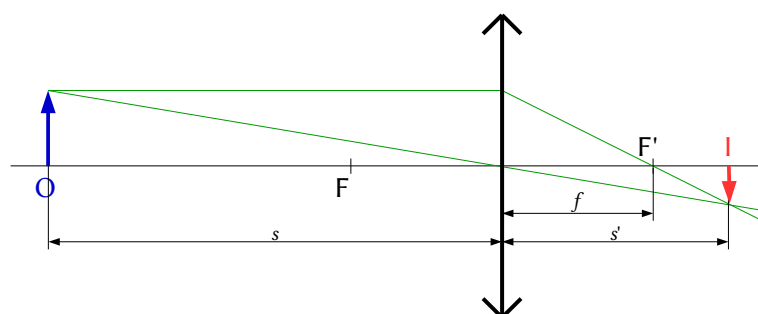
Luego se calculaba el valor medio de los valores calculados de la distancia focal.

3. Se dispone de una lente convergente y se quiere obtener la imagen de un objeto. Dibuja la marcha de los rayos para determinar dónde debe colocarse el objeto para que la imagen sea:
- Menor, real e invertida.
 - Mayor, real e invertida.

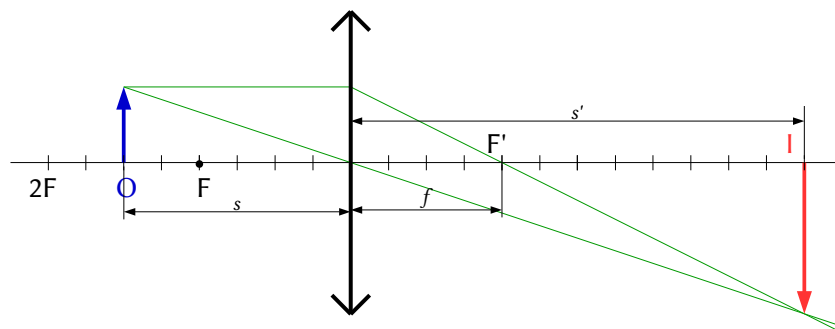
(A.B.A.U. ord. 17)

Solución:

a)



b)

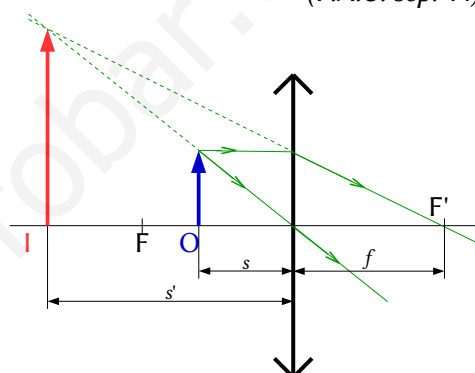


4. En el laboratorio trabajas con lentes convergentes y recoges en una pantalla las imágenes de un objeto. Explica lo que sucede, ayudándote del diagrama de rayos, cuando sitúas el objeto a una distancia de la lente inferior a su distancia focal.

(P.A.U. sep. 14)

Solución:

Si colocamos el objeto a la distancia inferior a la distancia focal, la imagen se forma antes de la lente, es virtual y no se puede recoger en una pantalla.



5. En la práctica de la lente convergente dibuja la marcha de los rayos y la imagen formada de un objeto cuando:
- Se sitúa en el foco.
 - Se sitúa entre el foco y el centro óptico.

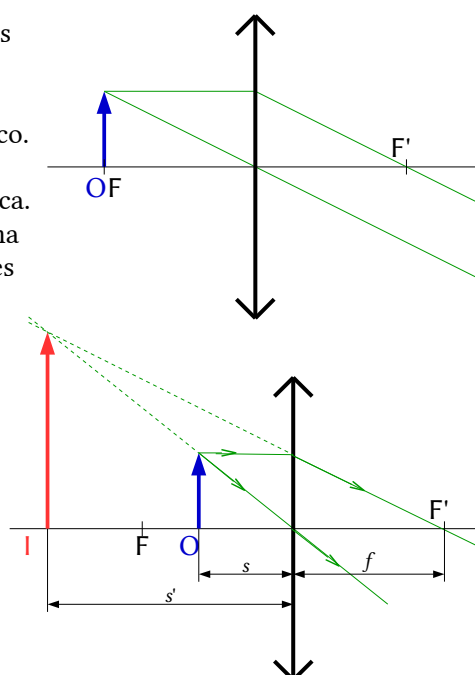
(P.A.U. jun. 10)

Solución:

a) En este caso no se forma imagen, porque los rayos salen paralelos después de atravesar la lente.

b) La imagen es virtual, derecha y mayor, y situada entre $-\infty$ y el foco.

Hay que hacer constar que nada de esto se puede hacer en la práctica. Cuando el objeto se pone en el foco, la imagen no se forma (se forma en el infinito), y cuando se pone entre el foco y la lente, la imagen es virtual, y no se puede recoger en una pantalla para hacer medidas. Pero si lo hacemos en el laboratorio, en ambos casos una imagen parece que se forma en la pantalla solo que no es una imagen definida. Como no podemos obtener una imagen definida, podría ser que tomásemos las imágenes que se forman en la pantalla como imágenes reales.



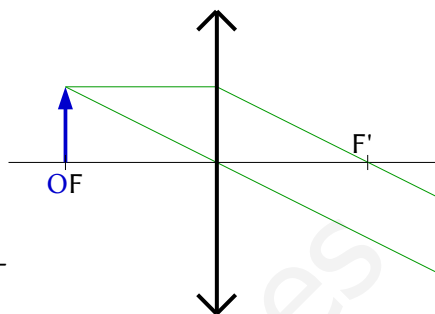
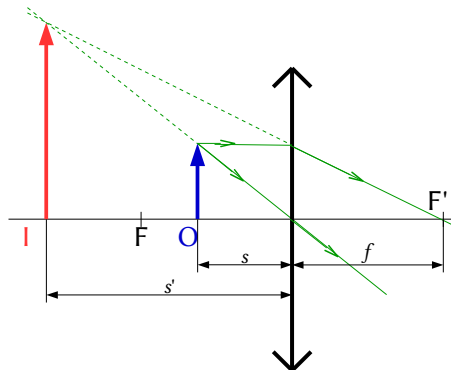
6. En la práctica de óptica geométrica trabajas con lentes convergentes y obtienes imágenes en una pantalla variando la distancia entre el objeto y la lente. Justifica con diagramas de rayos los casos en los que no obtienes imágenes en la pantalla.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución:

Si colocamos el objeto a una distancia igual a la distancia focal no se forma imagen porque los rayos salen paralelos después de atravesar la lente.

Si colocamos el objeto a una distancia menor que la distancia focal no se forma imagen en la pantalla porque los rayos no se cortan después de atravesar la lente. Prolongando los rayos obtenemos un punto de corte que corresponde a la imagen virtual, que no se ve en la pantalla,



7. En la práctica de la lente convergente explica si hay alguna posición del objeto para la que la imagen sea virtual y derecha, y otra para la que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño que el objeto.

(P.A.U. jun. 04)

Solución:

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo 1 en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Si la imagen es derecha, $y' > 0$, y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f} = \frac{f - s'}{s' \cdot f}$$

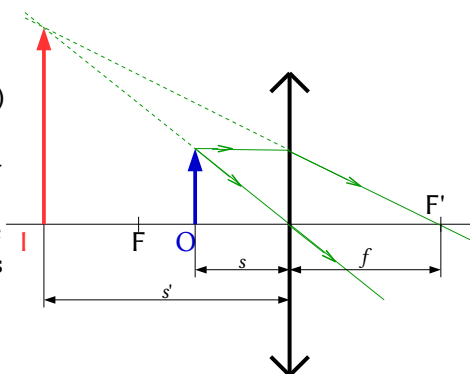
$$s = \frac{s' \cdot f}{f - s'}$$

Como $f > 0$ y $s' < 0$

$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f \frac{|s'|}{f - s'} < f$$

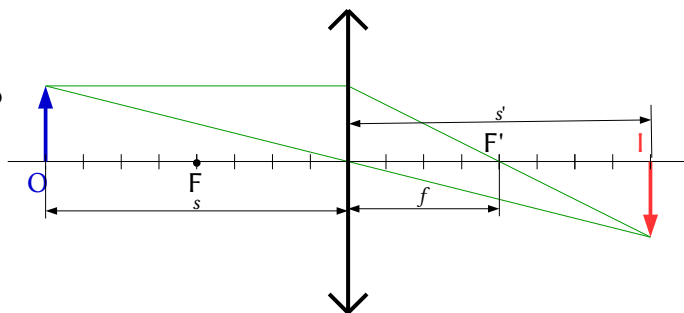
Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.



En cuanto a la imagen real, las ecuaciones de las lentes nos dan que la posición del objeto para que la imagen sea real e invertida y del mismo tamaño ($y' = -y$) es:

$$\begin{aligned}s' &= -s \\ 2/s &= 1/f \\ s &= 2f\end{aligned}$$

El esquema de la marcha de los rayos es el de la figura.



8. Se dispone de un proyector con una lente delgada convergente, y se desea proyectar una transparencia de forma que la imagen sea real e invertida y mayor que el objeto. Explica cómo hacerlo. (Haz un dibujo mostrando la trayectoria de los rayos)

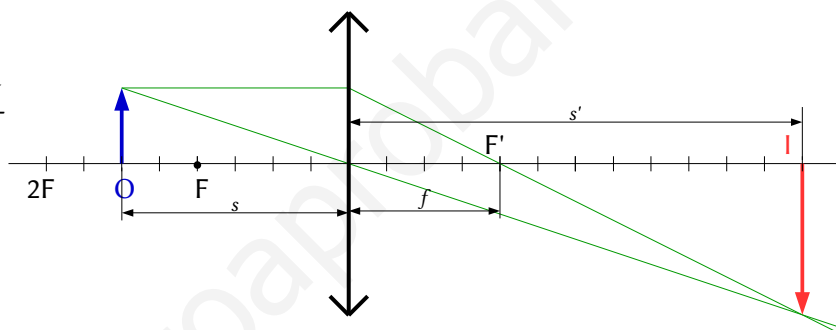
(P.A.U. jun. 05)

Solución:

Si la diapositiva (objeto) se encuentra a una distancia s de la lente comprendida entre

$$|f| < |s| < |2f|$$

La imagen que se forma es real, invertida y mayor, tal como se ve en la figura.



9. En la práctica de la lente convergente, haz un esquema del montaje experimental seguido en el laboratorio, explicando brevemente la misión de cada uno de los elementos empleados.

(P.A.U. sep. 05)

Solución: Véase el ejercicio de [setiembre de 2006](#)

10. Con un banco óptico de longitud l , se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. ¿Cómo se puede interpretar esto?

(P.A.U. sep. 10, jun. 07)

Solución:

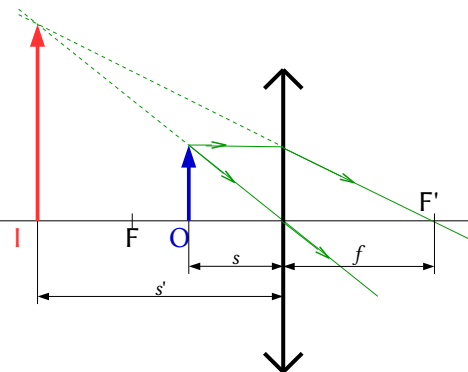
La distancia focal de la lente es mayor que la mitad de la longitud del banco óptico.

$$f > l/2$$

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo 1 en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$



$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Si la imagen es derecha, $y' > 0$, y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f} = \frac{f - s'}{s' \cdot f}$$

$$s = \frac{s' \cdot f}{f - s'}$$

Como $f > 0$ y $s' < 0$

$$f' - s' > |s'|$$

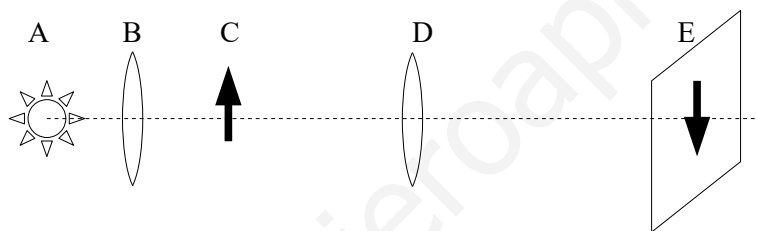
$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

11. Haz un esquema de la práctica de óptica, situando el objeto, la lente y la imagen, y dibujando la marcha de los rayos para obtener una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto.

(P.A.U. sep. 07)

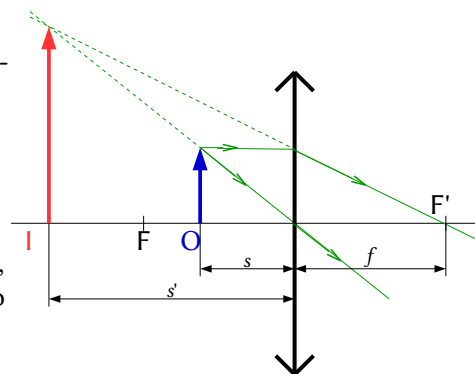
Solución:



A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.

Para obtener una imagen real, que se pueda recoger en una pantalla, el objeto debe situarse antes del foco. En este caso la imagen es siempre invertida.

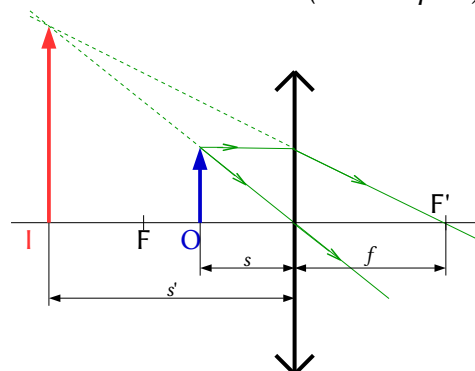
Para obtener una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto, hay que situar el objeto dentro de la distancia focal de la lente, pero la imagen será virtual y no podrá recogerse en una pantalla.



12. Dibuja la marcha de los rayos en una lente convergente, cuando la imagen producida es virtual.

(P.A.U. sep. 08)

Solución:



13. Si en la práctica de óptica geométrica la lente convergente tiene una distancia focal imagen de +10 cm, ¿a qué distancias de la lente puedes situar el objeto para obtener imágenes sobre la pantalla, si se cumple que $|s| + |s'| = 80$ cm? Dibuja la marcha de los rayos.

Rta.: $s_1 = -0,117$ m, $s_2 = -0,683$ m

(P.A.U. sep. 13)

Datos (convenio de signos DIN)

Distancia focal de la lente

Distancia entre el objeto y su imagen

Incógnitas

Posición del objeto

Otros símbolos

Tamaño del objeto

Posición de la imagen

Tamaño de la imagen

Ecuaciones

Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes

Cifras significativas: 3

$$f' = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$$

$$d = 80,0 \text{ cm} = 0,800 \text{ m}$$

s

y

s'

y'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Solución:

Se usa la ecuación:

$$|s| + |s'| = 0,800 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa, $s < 0$, pero la distancia de la imagen, cuando es real, es positiva $s' > 0$, queda

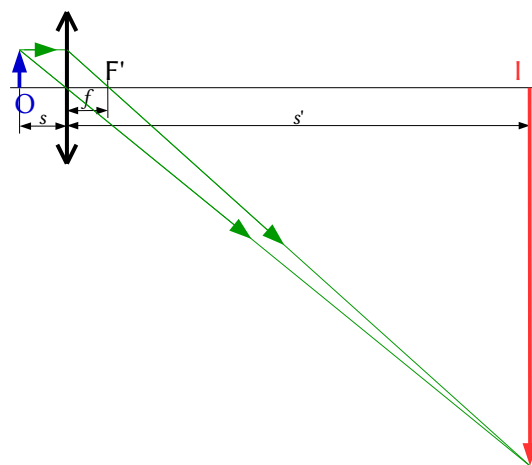
$$-s + s' = 0,800 \text{ m}$$

Sustituyendo f y s' en la ecuación de las lentes, queda

$$\begin{aligned} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= \frac{1}{f'} \\ \frac{1}{s+0,800 \text{ [m]}} - \frac{1}{s} &= \frac{1}{0,100 \text{ [m]}} \\ \frac{1}{s+0,800} &= \frac{1}{s} + \frac{1}{0,100} = \frac{s+0,100}{0,100 s} \\ 0,100 s &= (s+0,100)(s+0,800) \\ s^2 + 0,800 s + 0,0800 &= 0 \\ s_1 &= -0,117 \text{ m} \end{aligned}$$

$$s_2 = -0,683 \text{ m}$$

El dibujo representa de forma aproximada la primera solución.



14. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto e imagen de una lente convergente:

Determina el valor de la potencia de la lente. Estima su incertidumbre.

(A.B.A.U. ord. 18)

N.º exp.	1	2	3	4
$s(\text{cm})$	33,9	39,0	41,9	49,3
$s'(\text{cm})$	84,7	64,3	58,6	48,0

Solución:

Se sustituyen los valores de s y s' en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

s (cm)	s' (cm)		s (m)	s' (m)		$1/s$ (m^{-1})	$1/s'$ (m^{-1})		$1/f$ (m^{-1})	f (m)
-33,9	84,7		-0,339	0,847		-2,95	1,18		4,13	0,242
-39,0	64,3		-0,390	0,643		-2,56	1,56		4,12	0,243
-41,9	58,6		-0,419	0,586		-2,39	1,71		4,09	0,244
-49,3	48,0		-0,493	0,480		-2,03	2,08		4,11	0,243

El valor medio de la potencia es: $P = 1/f = 4,11 \text{ m}^{-1} = 4,11$ dioptrías.

La estimación de la incertidumbres se limita al uso apropiado de las cifras significativas.

$$P = (4,11 \pm 0,01) \text{ dioptrías.}$$

15. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto e imagen de una lente convergente:
Determina el valor de la potencia de la lente y estima su incertidumbre.

s (cm)	50	60	70	90
s' (cm)	200	125	95	70

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución:

Se sustituyen los valores de s y s' en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

s (cm)	s' (cm)		s (m)	s' (m)		$1/s$ (m^{-1})	$1/s'$ (m^{-1})		$1/f$ (m^{-1})	f (m)
-50	200		-0,50	2,00		-2,00	0,50		2,50	0,40
-60	125		-0,60	1,25		-1,67	0,80		2,47	0,41
-70	95		-0,70	0,95		-1,43	1,05		2,48	0,40
-90	70		-0,90	0,70		-1,11	1,43		2,54	0,39

Se calcula el valor medio de la potencia:

$$\bar{P} = (2,50 + 2,47 + 2,48 + 2,54) / 4 = 2,49 \text{ m}^{-1} = 2,50 \text{ dioptrías.}$$

Como los datos sólo tienen 2 cifras significativas se estima la incertidumbre para que el resultado tenga el mismo número de cifras significativas.

La potencia de la lente sería:

$$\bar{P} = (2,5 \pm 0,1) \text{ dioptrías.}$$

16. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto-imagen de una lente convergente:

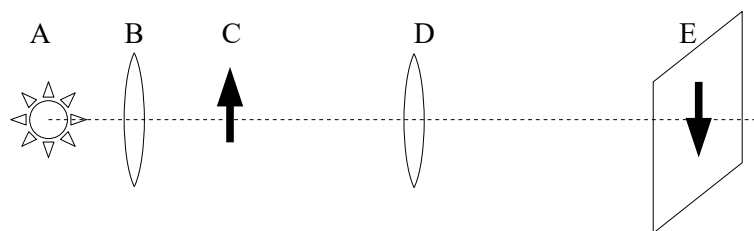
- a) Calcula el valor de la potencia de la lente.
b) Explica el montaje experimental utilizado.

s (cm)	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
s' (cm)	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

(A.B.A.U. ord. 21, P.A.U. sep. 16)

Solución:

- b) El montaje es el de la figura.



A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.

Se va variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.

a) Se sustituyen los valores de s y s' en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

N.º. exp.	s (cm)	s' (cm)	s (m)	s' (m)	$1/s$ (m^{-1})	$1/s'$ (m^{-1})	$1/f$ (m^{-1})	f (m)
1	-39,0	64,3	-0,390	0,643	-2,56	1,56	4,12	0,243
2	-41,9	58,6	-0,419	0,586	-2,39	1,71	4,09	0,244
3	-49,3	48,8	-0,493	0,488	-2,03	2,05	4,08	0,245
4	-59,9	40,6	-0,599	0,406	-1,67	2,46	4,13	0,242
5	-68,5	37,8	-0,685	0,378	-1,46	2,65	4,11	0,244

De tener una hoja de cálculo se podría representar una gráfica como la siguiente:

Comparando con la ecuación de una recta, la ecuación de las lentes quedaría:

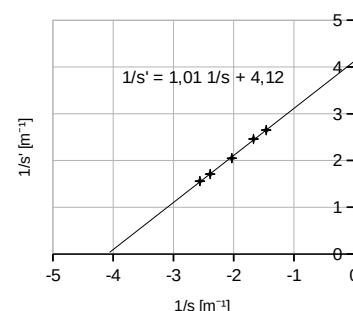
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f}$$

en la que $1/f$ sería la ordenada en el origen:

$$P = 1/f = 4,12 \text{ m}^{-1} = 4,12 \text{ dioptrías.}$$

Pero es más fácil calcular la potencia como valor medio:

$$P = 1/f = 4,11 \text{ m}^{-1} = 4,11 \text{ dioptrías.}$$



17. Con los datos de las distancias objeto, s , e imagen, s' , de una lente convergente representados en la tabla adjunta:

- Representa gráficamente $1/s'$ frente a $1/s$.
- Determina el valor de la potencia de la lente.

exp.	1	2	3	4
s (cm)	11,5	12,7	15,4	17,2
s' (cm)	56,0	35,5	23,6	20,1

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: b) $P = 11,3$ dioptrías.

Solución:

a) Se sustituyen los valores de s y s' en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

N.º. exp.	s (cm)	s' (cm)	s (m)	s' (m)	$1/s$ (m^{-1})	$1/s'$ (m^{-1})	$1/f$ (m^{-1})	f (m)
1	-11,5	56,0	-0,115	0,560	-8,70	1,79	10,5	0,0954
2	-12,7	35,5	-0,127	0,355	-7,87	2,82	10,7	0,0935
3	-15,4	23,6	-0,154	0,236	-6,49	4,24	10,7	0,0932

4	-17,2	20,1		-0,172	0,201		-5,81	4,98		10,8	0,0927
---	-------	------	--	--------	-------	--	-------	------	--	------	--------

Si se tuviese una hoja de cálculo se podría representar una gráfica como la siguiente:

Comparando con la ecuación de una recta, la ecuación de las lentes quedaría:

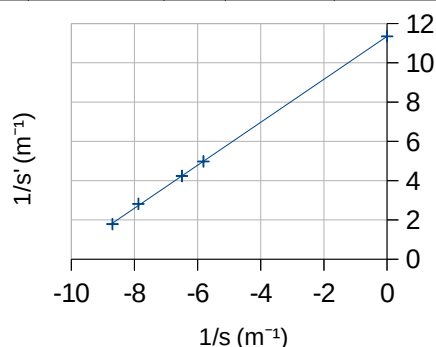
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f}$$

en la que $1/f$ sería la ordenada en el origen:

$$P = 1/f = 11,3 \text{ m}^{-1} = 11,3 \text{ dioptrías.}$$

Pero es más fácil calcular la potencia como valor medio:

$$P = \frac{10,5 + 10,7 + 10,7 + 10,8}{4} = 10,7 \text{ m}^{-1} = 10,7 \text{ dioptrías.}$$



ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m/s cree que es 300 000 000,000 000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3 \cdot 10^8$ que 299 792 458 m/s).

Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s y lo reescribo como:

Cifras significativas: 3

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3 \cdot 10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisiblemente. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.-B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 20/07/22

Sumario

ÓPTICA GEOMÉTRICA

PROBLEMAS.....	1
<i>Espejos.....</i>	<i>1</i>
<i>Lentes.....</i>	<i>10</i>
CUESTIONES.....	20
<i>Espejos.....</i>	<i>20</i>
<i>Lentes.....</i>	<i>24</i>
LABORATORIO.....	27

Índice de pruebas A.B.A.U. y P.A.U.

2004.....	
1. (jun.).....	30
2. (sep.).....	3, 24
2005.....	
1. (jun.).....	30
2. (sep.).....	5, 31
2006.....	
1. (jun.).....	6, 26
2. (sep.).....	16, 20, 28
2007.....	
1. (jun.).....	26, 31
2. (sep.).....	31
2008.....	
1. (jun.).....	8, 13
2. (sep.).....	20, 32
2009.....	
1. (jun.).....	27
2. (sep.).....	2, 11
2010.....	
1. (jun.).....	27, 29
2. (sep.).....	31
2011.....	
1. (jun.).....	18
2. (sep.).....	21
2012.....	
1. (jun.).....	17, 21
2. (sep.).....	15
2013.....	
1. (jun.).....	22
2. (sep.).....	22, 32
2014.....	
1. (jun.).....	1, 28
2. (sep.).....	28
2015.....	
2. (sep.).....	27
2016.....	
1. (jun.).....	23
2. (sep.).....	14, 34
2017.....	
1. (ord.).....	28
2. (extr.).....	33
2018.....	

1. (ord.).....	33
2. (extr.).....	9
2019.....	
1. (ord.).....	25
2. (extr.).....	27, 29
2020.....	
1. (ord.).....	25
2. (extr.).....	26
2021.....	
1. (ord.).....	34
2. (extr.).....	10
2022.....	
1. (ord.).....	25
2. (extr.).....	24, 35

www.yoquieroaprobar.es