PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDADES DEL PAÍS VASCO

JULIO – 2018

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Este examen tiene dos opciones, A y B. Solamente se podrán usar calculadoras no programables.

OPCIÓN A

1º) Determinar el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 1 \\ a & 0 & 0 & 2 \\ 0 & a & 2 & 0 \end{pmatrix}$, según los valores de a.

Procediendo por el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 1 \\ a & 0 & 0 & 2 \\ 0 & a & 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_2 \to F_2 - aF_1\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 1 \\ 0 & -a & -a^2-a & 2-a \\ 0 & a & 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_3 \to F_3 + F_2\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & a+1 & 1 \\ 0 & -a & -a^2-a & 2-a \\ 0 & 0 & -a^2-a+2 & 2-a \end{pmatrix} \Rightarrow (*) \Rightarrow$$

$$(*) \qquad -a^2-a+2=0;\ a^2+a-2=0;\ a=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1=-2, a_2=1 \Rightarrow \Rightarrow -a^2-a+2=-(a+2)(a-1).$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & a+1 & 1 \\ 0 & -a & -a^2-a & 2-a \\ 0 & 0 & -(a+2)(a-1) & 2-a \end{bmatrix}.$$ (la tercera fila no se puede anular).

$$\underline{Rang\ A = 3, \forall a \in R.}$$

****

2º) Sea el plano $\pi \equiv x + y + z = 1$, sea la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ y sea el punto $P(1, 1, 0)$.

a) Hallar la ecuación del plano β perpendicular a r y que contenga al punto P.

b) Hallar el punto P' simétrico de P respecto del plano π.

----

a)

Un vector director de la recta r es $\overrightarrow{v_r} = (0, 1, 1)$.

El haz de planos α perpendiculares a r es $\alpha \equiv y + z + D = 0$.

De los infinitos planos del haz α, el plano β que contiene al punto $P(1, 1, 0)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} \alpha \equiv y + z + D = 0 \\ P(1, 1, 0) \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + 0 + D = 0 \Rightarrow D = -1.$$

$$\underline{\beta \equiv y + z - 1 = 0}.$$

b)

El vector normal del plano $\pi \equiv x + y + z = 1$ es $\vec{n} = (1, 1, 1)$.

La recta s perpendicular al plano π que contiene al punto $P(1, 1, 0)$ tiene la siguiente expresión, dada por unas ecuaciones paramétricas: $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$.

El punto Q de corte de s con π es la solución del sistema que forman:

$$\left.\begin{array}{r} \pi \equiv x + y + z = 1 \\ s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow (1 + \lambda) + (1 + \lambda) + \lambda = 1;\ \ 1 + \lambda + 1 + \lambda + \lambda = 1;$$

$3\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{3}$.

$$Q \Rightarrow \left.\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}\right\} \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{3} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \\ y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \\ z = -\frac{1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow Q\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right).$$

El punto $P'(x, y, z)$ es simétrico de $P(2, -1, 3)$ cuando sea $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QP'}$:

$$[Q-P]=[P'-Q];\ \ \left[\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)-(1,1,0)\right]=\left[(x,y,z)-\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)\right];$$

$$\left(-\frac{1}{3},-\ \frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)=\left(x-\frac{2}{3},y-\frac{2}{3},z+\frac{1}{3}\right)\Rightarrow\left\{\begin{matrix}x-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}\rightarrow x=\frac{1}{3}\\ y-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}\rightarrow y=\frac{1}{3}\\ z+\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\rightarrow z=-\frac{2}{3}\end{matrix}\right\}.$$

$$\underline{P'\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)}$$

****

3º) Dada la función $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$, estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y la existencia de máximos, mínimos y asíntotas.

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f(x) = x^2 \cdot e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{e^{2x}} = \frac{x \cdot e^x \cdot (2-x)}{e^{2x}} = \frac{x \cdot (2-x)}{e^x} = \frac{2x - x^2}{e^x}.$$

$$f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; \frac{x \cdot (2-x)}{e^x} = 0;\;\; x(2-x) = 0 \;\Rightarrow\; x_1 = 0, x_2 = 2.$$

Por ser $f(x)$ una función continua en su dominio, que es R, las raíces de la derivada dividen al dominio en los intervalos $(-\infty, 0), (0, 2)\; y\; (2, +\infty)$, donde la función es, alternativamente, creciente o decreciente.

Considerando, por ejemplo, $x = 1 \in (0, 2)$:

$$f'(1) = \frac{1 \cdot (2-1)}{e^1} = \frac{1}{e} > 0.$$

De lo anterior se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento, que son los siguientes:

$$\underline{Crecimiento: f'(x) > 0 \Rightarrow x \epsilon (0, 2)}.$$

$$\underline{Decrecimiento: f'(x) < 0 \Rightarrow x \epsilon (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)}.$$

Para que una función tenga un máximo o mínimo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su derivada en ese punto.

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x) = \frac{(2-2x) \cdot e^x - x \cdot (2-x) \cdot e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x \cdot (2 - 2x - 2x + x^2)}{e^{2x}} = \frac{x^2 - 4x + 2}{e^x}.$$

$$f''(0) = \frac{2}{e^0} = 2 > 0 \;\Rightarrow Mínimo\ relativo\ para\ x = 0.$$

$$f(0) = \frac{0}{e^0} = \frac{0}{1} = 0 \;\;\Rightarrow\;\; \underline{Mín. \Rightarrow O(0, 0)}.$$

$$f''(2) = \frac{4-8+2}{e^2} = \frac{-2}{e^2} < 0 \;\Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = 2.$$

$$f(2)=\frac{2^2}{e^2}=\frac{4}{e^2}\ \Rightarrow\ \underline{Máx.\Rightarrow Q\left(2,\frac{4}{e^2}\right)}.$$

Asíntotas horizontales: son de la forma $y=k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^x}=\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow Indet.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^x}=\frac{2x}{e^x}=\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Indet.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to\infty}\frac{2}{e^x}=\frac{2}{\infty}=0.$$

$$\underline{La\ recta\ y=0\ (eje\ de\ abscisas)\ es\ asíntota\ horizontal\ de\ la\ función}.$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacer que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$e^x\neq 0, \forall x\in R.$$

$$\underline{No\ tiene\ asíntotas\ verticales}.$$

No tiene asíntotas oblicuas por ser incompatibles con las asíntotas horizontales.

****

4º) Calcular la siguiente integral indefinida: $I = \int x^2 \cdot e^{-3x} \cdot dx$.

$$I = \int x^2 \cdot e^{-3x} \cdot dx.$$

$$I = \int x^2 \cdot e^{-3x} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} u = x^2 \rightarrow du = 2xdx \\ e^{-3x}dx = dv \rightarrow v = -\frac{1}{3}e^{-3x} \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^2 \cdot \frac{1}{3}e^{-3x} + \int \frac{1}{3}e^{-3x} \cdot 2x \cdot dx = -\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot e^{-3x} + \frac{2}{3} \cdot \int e^{-3x} \cdot x \cdot dx =$$

$$= -\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot e^{-3x} + \frac{2}{3}A. \qquad (*)$$

$$A = \int x \cdot e^{-3x} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} u = x \rightarrow du = dx \\ e^{-3x}dx = dv \rightarrow v = -\frac{1}{3}e^{-3x} \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x \cdot \frac{1}{3}e^{-3x} + \int \frac{1}{3}e^{-3x} \cdot dx = -\frac{1}{3}x \cdot e^{-3x} - \frac{1}{9}e^{-3x} + C = -\frac{1}{9}e^{-3x}(3x+1) + C.$$

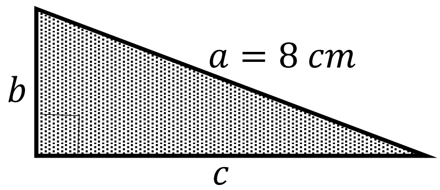
Sustituyendo en (*) el valor de A:

$$I = -\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot e^{-3x} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9}e^{-3x}(3x+1) + C = -\frac{1}{27}e^{-3x}(9x^2+6x+2) + C.$$

$$\underline{I = \int x^2 \cdot e^{-3x} \cdot dx = -\frac{1}{27}e^{-3x}(9x^2+6x+2) + C.}$$

****

5º) Calcular el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 8 cm.



Superficie: $S = \frac{b \cdot c}{2} \Rightarrow Máxima.$

Por el teorema de Pitágoras: $8^2 = b^2 + c^2$.

$c = \sqrt{64 - b^2}$. Sustituyendo en la superficie:

$S(b) = \frac{b \cdot \sqrt{64 - b^2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{64b^2 - b^4}$.

La superficie será máxima cuando se anule su primera derivada:

$S'(b) = \frac{1}{2} \cdot \frac{128b - 4b^3}{2 \cdot \sqrt{64b^2 - b^4}} = 0 \Rightarrow 128b - 4b^3 = 0;\ \ 4b(32 - b^2) = 0 \Rightarrow$

$b_1 = 0;\ \ 32 - b^2 = 0;\ \ b = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2} \Rightarrow b_2 = -4\sqrt{2}, b_3 = 4\sqrt{2}.$

La solución $b = 0$ es para mínimo.

El valor negativo carece de sentido lógico, por lo cual: $b = 4\sqrt{2}$.

$c = \sqrt{64 - b^2} = \sqrt{64 - 32} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}.$

$S = \frac{b \cdot c}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 8 \cdot 2 = 16.$

$\underline{Es\ un\ triángulo\ rectángulo\ isósceles\ de\ 16\ cm^2\ de\ á.}$

****

OPCIÓN B

1º) $a)$ Discutir el sistema $S(a)=\begin{cases} x+ay-z=2 \\ 2x+y+az=0 \\ 3x+(a+1)y-z=a-1 \end{cases}$ en función de a.

$b)$ ¿Hay solución para $a=1$? En caso afirmativo calcular dicha solución. En caso negativo razonar la respuesta.

$a)$

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ 2 & 1 & a \\ 3 & a+1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 2 & 1 & a & 0 \\ 3 & a+1 & -1 & a-1 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & a & -1 \\ 2 & 1 & a \\ 3 & a+1 & -1 \end{vmatrix}=-1-2(a+1)+3a^2+3+2a-a(a+1)=$$

$$=2-2a-2+3a^2+2a-a^2-a=2a^2-a=0;\ \ a(2a-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} a_1=0 \\ a_2=\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\underline{Para\ \begin{Bmatrix} a\neq 0 \\ a\neq \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M=Rang\ M'=3=n^{o}\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$Para\ a=0 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-1+4-6=-3\neq 0 \Rightarrow Rang\ M'=3.$$

$Para\ a=\frac{1}{2} \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 2 \\ 2 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 3 & \frac{3}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$; a efectos de rango equivalente a la matriz: $2M'=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_2, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}=$

$$=-1-16-12-4=-33\neq 0 \Rightarrow Rang\ M'=3.$$

$$Para\ \begin{Bmatrix} a \neq 0 \\ a \neq \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M = 2;\ Rang\ M' = 3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.$$

$b)$

Para $a = 1$ el sistema resulta $S(1) = \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + y + z = 0 \\ 3x + 2y - z = 0 \end{cases}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}}{2 \cdot 1^2 - 1} = \frac{-2-4}{1} = -6. \qquad y = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 6 + 4 = 10.$$

$$z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 8 - 6 = 2.$$

$$\underline{Solución: x = -6,\ y = 10,\ z = 2}.$$

****

2º) Determinar el punto simétrico de $A(-3,1,-7)$ respecto a la recta r de ecuaciones paramétricas $r \equiv \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Un vector director de r es $\overrightarrow{v_r} = (1,2,2)$.

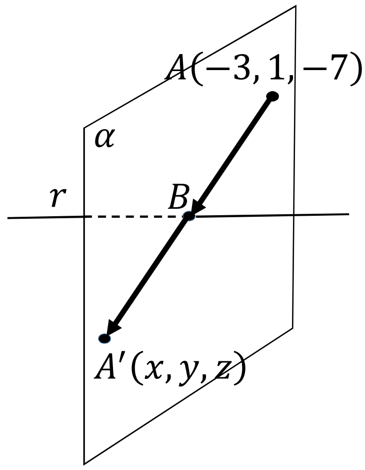
El haz de planos perpendiculares a r es $\beta \equiv x + 2y + 2z + D = 0$.

El plano $\alpha \in \beta$ que contiene al punto $A(-3,1,-7)$ es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{r} \beta \equiv x + 2y + 2z + D = 0 \\ A(-3,1,-7) \end{array} \right\} \Rightarrow -3 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-7) + D = 0;$$

$-3 + 2 - 14 + D = 0;\ -15 + D = 0;\ \ D = 15\ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ \alpha \equiv x + 2y + 2z + 15 = 0.$



El punto B intersección de r y α es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{r} \alpha \equiv x + 2y + 2z + 15 = 0 \\ r \equiv \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$-1 + t + 2(3 + 2t) + 2(-1 + 2t) + 15 = 0;$

$-1 + t + 6 + 4t - 2 + 4t + 15 = 0;\ \ 9t + 18 = 0;\ \ t + 2 = 0 \Rightarrow t = -2.$

$$\left. \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \right\} \Rightarrow t = -2 \Rightarrow \left. \begin{cases} x = -1 - 2 = -3 \\ y = 3 - 4 = -1 \\ z = -1 - 4 = -5 \end{cases} \right\} \Rightarrow B(-3,-1,-5).$$

Para que A' sea el simétrico de A con respecto a r tiene que cumplirse que:

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP'}\ \Rightarrow\ [B - A] = [A' - B];$

$[(-3,-1,-5) - (-3,1,-7)] = [(x,y,z) - (-3,-1,-5)];$

$$(0,-2,2) = (x + 3, y + 1, z + 5) \Rightarrow \left. \begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \\ y + 1 = -2 \rightarrow y = -3 \\ z + 5 = 2 \rightarrow z = -3 \end{cases} \right\} \Rightarrow \underline{A'(-3,-3,-3)}.$$

****

3º) De la función $f(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, se sabe que su gráfica pasa por el punto $P(1, 0)$ y que tiene un extremo en $x = 0$ de valor 1.

a) Hallar $A, B\ y\ C$.

b) ¿El extremo situado en el punto $x = 0$ es máximo o mínimo?

----

a)

Por pasar por el punto $P(1, 0)$: $f(1) = 0$:

$f(1) = 1^3 + A \cdot 1^2 + B \cdot 1 + C = 0;\ \ A + B + C = -1.$ (1)

Por tener un extremo relativo para $x = 0$ es $f'(0) = 0$:

$f'(x) = 3x^2 + 2Ax + B.$

$f'(0) = 0 \Rightarrow \underline{B = 0}$.

Por tener un extremo en $x = 0$ de valor 1 es $f(0) = 1$:

$f(0) = 1 \Rightarrow \underline{C = 1}$.

Sustituyendo en (1) los valores obtenidos de $B\ y\ C$:

$A + B + C = -1 \Rightarrow A + 0 + 1 = -1 \Rightarrow \underline{A = -2}$.

b)

La función resulta: $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$.

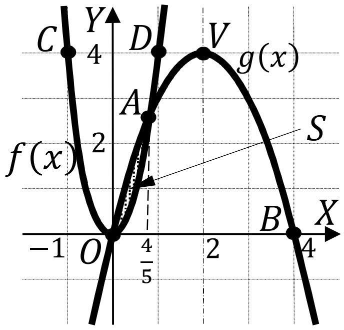
$f'(x) = 3x^2 - 4x.$ $\qquad\qquad$ $f''(x) = 6x - 4.$

$f''(0) = -4 < 0 \Rightarrow Máximo.$

$\underline{La\ función\ f(x)\ en\ x = 0\ lo\ que\ tiene\ es\ un\ máximo\ relativo.}$

****

4º) La curva $y = f(x) = 4x^2$ y la curva $y = g(x) = 4x - x^2$ delimitan un recinto finito del plano. Dibujar dicho recinto y calcular su área.



Los puntos de corte de las dos funciones tienen como abscisas las soluciones de la ecuación que resultas de la igualación de sus expresiones:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 4x^2 = 4x - x^2; \;\; 5x^2 - 4x = 0;$$

$$x(5x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow O(0,0) \\ x_2 = \frac{4}{5} \rightarrow A\left(\frac{4}{5}, \frac{64}{25}\right) \end{cases}.$$

La función $y = f(x) = 4x^2$ es una parábola convexa $(\cup)$ de vértice el origen de coordenadas y que contiene a los puntos $C(-1,4)\ y\ D(1,4)$.

La función $y = g(x) = 4x - x^2$ es una parábola cóncava $(\cap)$ de vértice el punto $V(2,4)$ y que contiene al origen y al punto $A(4,0)$.

La superficie a calcular se deduce de la figura adjunta y su valor es el siguiente:

$$S = \int_0^{\frac{4}{5}} [g(x) - f(x)] \cdot dx = \int_0^{\frac{4}{5}} [(4x - x^2) - 4x^2] \cdot dx = \int_0^{\frac{4}{5}} (4x - 5x^2) dx =$$

$$= \left[\frac{4x^2}{2} - \frac{5x^3}{3}\right]_0^{\frac{4}{5}} = \left[\frac{4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2}{2} - \frac{5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3}{3}\right] - 0 = \frac{2 \cdot 4^2}{5^2} - \frac{5 \cdot 4^3}{3 \cdot 5^3} = \frac{32}{25} - \frac{64}{75} = \frac{96-64}{75} = \frac{32}{75}.$$

$$\underline{S = \frac{32}{75}\ u^2 = 0{,}427\ u^2.}$$

****

5º) Hallar razonadamente el último dígito del número $P = (2.018)^{2.018} \cdot (3)^{2.018}$.

Las sucesivas potencia de cualquier número natural que termine en 8 tienen las siguientes sucesivas terminaciones: 8, 4, 2, 6, 8, 4, 2, 6, $\cdots\cdots$

De la sucesión anterior se deduce que las terminaciones son, sucesivamente, 8, 4, 2 o 6, según que los restos de dividir el exponente por 4 sean, sucesivamente, 1, 2, 3 o 0.

$$\begin{array}{r|l} 2.018 & 4 \\ \cline{2-2} 018 & 504 \\ 2 & \end{array}$$

Por ser el resto 2 el número $(2.018)^{2.018}$ termina en 4.

$3^0 = 1,\ 3^1 = 3;\ 3^2 = 9;\ 3^3 = 27;\ 3^4 = 81;\ 3^5 = 243,\ \cdots\cdots$

Nótese que las sucesivas potencias de 3 terminan en 1, 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, $\cdots\cdots$

En general 3^n termina en el resto de la división de n entre 4.

En particular $3^{2.018}$ termina igual que 3^2 que es 9.

$\underline{El\ número\ P = (2.018)^{2.018} \cdot (3)^{2.018}\ igual\ que\ 4 \cdot 9, o\ sea\ en\ 6.}$

****