PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE NAVARRA

SEPTIEMBRE - 2008

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Responde a una opción del Grupo 1 y a una opción del Grupo 2.

GRUPO 1

OPCIÓN A

1º) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependientes del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que sea compatible: $\begin{cases} 2x+y-2z=0 \\ 2x+(a+1)y=2 \\ 2x+(a+1)y+(a^2-1)z=a+3 \end{cases}$.

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & a+1 & 0 \\ 2 & a+1 & a^2-1 \end{pmatrix} \;\; y \;\; M'=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & a+1 & 0 & 2 \\ 2 & a+1 & a^2-1 & a+3 \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & a+1 & 0 \\ 2 & a+1 & a^2-1 \end{vmatrix}=2(a+1)(a^2-1)-4(a+1)+4(a+1)-2(a^2-1)=$$

$$=2(a+1)(a^2-1)-2(a^2-1)=2(a^2-1)(a+1-1)=2a(a^2-1)=0 \Rightarrow \underline{a_1=0} \;;;\; \underline{a_2=1} \;;;\; \underline{a_3=-1}$$

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a\neq 0 \\ a\neq 1 \\ a\neq -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ M=Rango\ M'=3=n^o\ incógnitas \Rightarrow Compatible\ Deter\min ado}$$

$$Para\ \ a=0\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2 & 0\\ 2 & 1 & 0 & 2\\ 2 & 1 & -1 & 3\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M'\ \Rightarrow\ \{C_1=2C_2\}\ \Rightarrow\ \{C_2,\ C_3,\ C_4\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \begin{vmatrix}1 & -2 & 0\\ 1 & 0 & 2\\ 1 & -1 & 3\end{vmatrix}=-4+2+6=4\neq 0\ \Rightarrow\ \underline{Rango\ \ M'=3}$$

$$Para\ \ a=1\Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2 & 0\\ 2 & 2 & 0 & 2\\ 2 & 2 & 0 & 4\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M'\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\{C_1,\ C_2,\ C_3\}\ \Rightarrow\ \begin{vmatrix}2 & 1 & -2\\ 2 & 2 & 0\\ 2 & 2 & 0\end{vmatrix}=-8+8=0\\ \\ \{C_1,\ C_2,\ C_4\}\ \Rightarrow\ \begin{vmatrix}2 & 1 & 0\\ 2 & 2 & 2\\ 2 & 2 & 4\end{vmatrix}=16+4-8-8=4\neq 0\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \underline{Rango\ \ M'=3}$$

$$\underline{Para\ \ \begin{Bmatrix}a=0\\ a=1\end{Bmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ M=2\ \ ;;\ \ Rango\ M'=3\ \Rightarrow\ Incompatible}$$

$$Para\ \ a=-1\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2 & 0\\ 2 & 0 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M'\ \Rightarrow\ \{C_2=-2C_1\}\ \Rightarrow\ \{C_1,\ C_2,\ C_4\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \begin{vmatrix}2 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2\end{vmatrix}=4-4=0\ \Rightarrow\ \underline{Rango\ \ M'=2}$$

$$\underline{Para\ \ a=-1\ \Rightarrow\ \ Rango\ M=Rango\ M'=2<n^o\ incógnitas\ \Rightarrow\ \ Compatible\ \ Indeterminado}$$

Resolvemos los casos de compatibilidad.

Para a ≠ 0, a ≠ 1 y a ≠ -1 el sistema es compatible determinado; resolvemos aplicando la Regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}0 & 1 & -2\\ 2 & a+1 & 0\\ a+3 & a+1 & a^2-1\end{vmatrix}}{2a(a^2-1)}=\frac{-4(a+1)+2(a+1)(a+3)-2(a+1)(a-1)}{2a(a+1)(a-1)}=\frac{-4+2(a+3)-2(a-1)}{2a(a-1)}=$$

$$= \frac{-4+2a+6-2a+2}{2a(a-1)} = \frac{4}{2a(a-1)} = \underline{\underline{\frac{2}{a(a-1)} = x}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & a+3 & a^2-1 \end{vmatrix}}{2a(a^2-1)} = \frac{4(a^2-1)-4(a+3)+8}{2a(a+1)(a-1)} = \frac{4a^2-4-4a-12+8}{2a(a-1)(a+1)} = \frac{4a^2-4a-8}{2a(a-1)(a+1)} =$$

$$= \frac{2a^2-2a-4}{a(a-1)(a+1)} = \frac{2(a^2-a-2)}{a(a-1)(a+1)} \overset{(*)}{=} \frac{2(a+1)(a-2)}{a(a-1)(a+1)} = \underline{\underline{\frac{2(a-2)}{a(a-1)} = y}}$$

(*) $\quad a^2-a-2=0 \;\;;;\;\; a = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \;\Rightarrow\; a_1 = -1 \;;;\; a_2 = 2 \;\Rightarrow\; \underline{a^2-a-2 = (a+1)(a-2)}$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & a+1 & 2 \\ 2 & a+1 & a+3 \end{vmatrix}}{2a(a^2-1)} = \frac{2(a+1)(a+3)+4-4(a+1)-2(a+3)}{2a(a+1)(a-1)} = \frac{2(a+1)(a+3)+4-4a-4-2a-6}{2a(a+1)(a-1)} =$$

$$= \frac{2(a+1)(a+3)-6a-6}{2a(a+1)(a-1)} = \frac{2(a+1)(a+3)-6(a+1)}{2a(a+1)(a-1)} = \frac{(a+3)-3}{a(a-1)} = \underline{\underline{\frac{a}{a(a-1)} = z}}$$

Para a = -1 resulta el sistema $\begin{cases} 2x+y-2z=0 \\ 2x=2 \\ 2x=-1+3 \end{cases}$, equivalente a $\begin{cases} 2x+y-2z=0 \\ x=1 \end{cases}$, que es compatible indeterminado (como se ha comprobado anteriormente) por tener dos ecuaciones con tres incógnitas. Parametrizando una de las incógnitas, por ejemplo z, resulta:

$$\left.\begin{matrix} 2x+y-2z=0 \\ \underline{x=1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{z=\lambda} \Rightarrow 2+y-2\lambda=0 \;\;;;\;\; \underline{y=-2+2\lambda}$$

$$\underline{\underline{Solución: \begin{cases} x=1 \\ y=-2+2\lambda \quad , \quad \forall \lambda \in R \\ z=\lambda \end{cases}}}$$

****

2º) Halla la ecuación continua de la recta r que pasa por el punto P(1, 0, 1) y no corta al plano $\pi \equiv 3x - y - z + 1 = 0$ ni al plano π_1 que pasa por los puntos $Q_1(1, -1, 1)$, $Q_2(0, 1, -2)$ y $Q_3(-1, 0, 1)$.

La recta r tiene que ser paralela a la recta s que determinan los planos π y π_1.

El plano π_1 tiene como vectores directores a:

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{Q_1Q_2} = Q_2 - Q_1 = (0,\ 1,\ -2) - (1,\ -1,\ 1) = (-1,\ 2,\ -3)$$

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{Q_1Q_3} = Q_3 - Q_1 = (-1,\ 0,\ 1) - (1,\ -1,\ 1) = (-2,\ 1,\ 0)$$

La expresión general del plano π_1, tomando, por ejemplo el punto $Q_3(-1, 0, 1)$, es la siguiente: $\pi_1(Q_3;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y & z-1 \\ -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$;; $-(z-1) + 6y + 4(z-1) + 3(x+1) = 0$;;

$3(x+1) + 6y + 3(z-1) = 0$;; $(x+1) + 2y + (z-1) = 0$;; $x + 1 + 2y + z - 1 = 0$;; $\underline{\pi_1 \equiv x + 2y + z = 0}$

La recta s que determinan los planos π y π_1 es $s \equiv \begin{cases} 3x - y + z + 1 = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$, cuya expresión por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$s \equiv \begin{cases} 3x - y - z + 1 = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{z = \lambda} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3x - y = -1 + \lambda \\ x + 2y = -\lambda \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} 6x - 2y = -2 + 2\lambda \\ x + 2y = -\lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow 7x = -2 + \lambda \ ;;$$

$$\underline{x = -\frac{2}{7} + \frac{1}{7}\lambda} \ ;; \left.\begin{matrix} 3x - y = -1 + \lambda \\ x + 2y = -\lambda \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} -3x + y = 1 - \lambda \\ 3x + 6y = -3\lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow 7y = 1 - 4\lambda \ ;; \ \underline{y = \frac{1}{7} - \frac{4}{7}\lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{s \equiv \begin{cases} x = -\frac{2}{7} + \frac{1}{7}\lambda \\ y = \frac{1}{7} - \frac{4}{7}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}} \Rightarrow Vector\ \ director: \ \underline{\overrightarrow{w} = (1,\ -4,\ 7)}$$

La recta r es la que pasa por P y tiene como vector director a $\overrightarrow{w} = (1,\ -4,\ 7)$:

$$\underline{\underline{r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z-1}{7}}}$$

****

OPCIÓN B

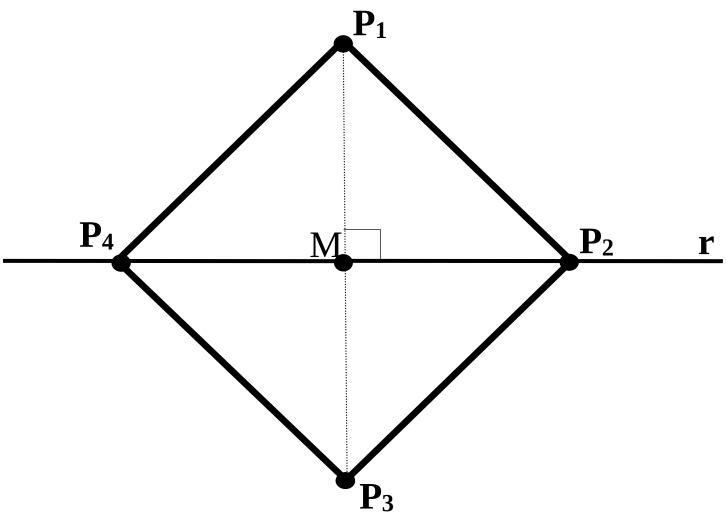
1º) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & t \end{pmatrix}$, calcula el valor de t para que se cumpla A · B = B · A.

$$\left.\begin{array}{l} A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2+0 & -1+t^2 \\ 0+0 & -0+2t \end{pmatrix}=\underline{\begin{pmatrix} 2 & t^2-1 \\ 0 & 2t \end{pmatrix}=A\cdot B} \\ \\ B\cdot A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & t \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2-0 & 2t-2 \\ 0+0 & 0+2t \end{pmatrix}=\underline{\begin{pmatrix} 2 & 2t-2 \\ 0 & 2t \end{pmatrix}=B\cdot A} \end{array}\right\}\Rightarrow\begin{pmatrix} 2 & t^2-1 \\ 0 & 2t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 2t-2 \\ 0 & 2t \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ t^2-1=2t-2\ ;;\ t^2-2t+1=0\ ;;\ (t-1)^2=0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{t=1}}$$

****

2º) Se sabe que los puntos $P_1(2, -3, 3)$ y $P_3(0, 1, -1)$ son vértices de un cuadrado C. Halla los otros dos vértices de C, sabiendo que están en la recta $r \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$.



El punto medio del segmento de extremos los puntos $P_1(2, -3, 3)$ y $P_3(0, 1, -1)$ es $M(1, -1, 1)$, que es el centro del cuadrado, por lo cual equidista de los cuatro vértices del cuadrado.

La distancia $\overline{MP_1}$ es:

$$\overline{MP_1} = \sqrt{(2-1)^2 + (-3+1)^2 + (3-1)^2} =$$

$$= \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{1+4+4} = \underline{3}$$

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es $r \equiv \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = -2 + \lambda \\ z = -1 + 2\lambda \end{cases}$ y sus puntos tienen una expresión de la forma $P(3-2\lambda,\ -2+\lambda,\ -1+2\lambda)$.

La distancias $\overline{MP_2}$ y $\overline{MP_4}$ son iguales e igual a 3:

$$\overline{MP_2} = \sqrt{(3-2\lambda-1)^2 + (-2+\lambda+1)^2 + (-1+2\lambda-1)^2} = \sqrt{(2-2\lambda)^2 + (\lambda-1)^2 + (2\lambda-2)^2} = 3 \ ;;$$

$$(2-2\lambda)^2 + (\lambda-1)^2 + (2\lambda-2)^2 = 9 \ ;; \ 4 - 8\lambda + 4\lambda^2 + \lambda^2 - 2\lambda + 1 + 4\lambda^2 - 8\lambda + 4 = 9 \ ;;$$

$$9\lambda^2 - 18\lambda + 9 = 9 \ ;; \ 9\lambda^2 - 18\lambda = 0 \ ;; \ \lambda^2 - 2\lambda = 0 \ ;; \ \lambda(\lambda - 2) = 0 \Rightarrow \underline{\lambda_1 = 0} \ ;; \ \underline{\lambda_2 = 2}$$

<u>Los puntos pedidos son $P_2(3, -2, -1)$ y $P_4(-1, 0, 3)$.</u>

****

GRUPO 2

OPCIÓN C

1º) Halla la integral indefinida $I=\int x^2 \cdot sen\,(2x)\cdot dx$.

$$I=\int x^2 \cdot sen\,(2x)\cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} u=x^2 \rightarrow du=2x\,dx \\ sen\,(2x)\cdot dx=dv \rightarrow v=-\frac{1}{2}\cos\,(2x) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 \cdot \left[-\frac{1}{2}\cos\,(2x)\right]-\int -\frac{1}{2}\cos\,(2x)\cdot 2x\cdot dx=-\frac{x^2}{2}\cos\,(2x)+\int x\cdot\cos\,(2x)\cdot dx=$$

$$=\underline{-\frac{x^2}{2}\cos\,(2x)+I_1=I} \qquad (*)$$

$$I_1=\int x\cdot\cos\,(2x)\cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} u=x \rightarrow du=dx \\ \cos\,(2x)\cdot dx=dv \rightarrow v=\frac{1}{2}\,sen\,(2x) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot\frac{1}{2}\,sen\,(2x)-\int\frac{1}{2}\,sen\,(2x)\cdot dx=\frac{x}{2}\,sen\,(2x)-\frac{1}{2}\int sen\,(2x)\cdot dx=$$

$$=\frac{x}{2}\,sen\,(2x)-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\cos\,(2x)=\underline{\frac{x}{2}\,sen\,(2x)+\frac{1}{4}\cos\,(2x)=I_1}$$

Sustituyendo en valor obtenido de I_1 en el valor de I dado en (*), queda:

$$I=-\frac{x^2}{2}\cos\,(2x)+\frac{x}{2}\,sen\,(2x)+\frac{1}{4}\cos\,(2x)+C=\frac{1}{4}\left(1-2x^2\right)\cos\,(2x)+\frac{x}{2}\,sen\,(2x)+C$$

$$I=\frac{1}{4}\left[\left(1-2x^2\right)\cos\,(2x)+2x\cdot sen\,(2x)\right]+C$$

****

2º) Dada la función $f(x)=\left(1-x^2\right)\cdot\cos\left(\pi x\right)$, demuestra que existe $c\in\left(1,\ 2\right)$ tal que $f'\left(c\right)=-2$. Menciona los resultados teóricos que utilices.

El Teorema de Bolzano establece que “si una función f(x) es continua en un intervalo cerrado [a, b] y f(a) y f(b) son de distinto signo, existe por lo menos un valor c entre a y b para el cual f (c) = 0” y, generalizando el Teorema de Bolzano, la Propiedad de Darboux dice que “si una función f(x) es continua en un intervalo cerrado [a, b] y k es un número real cualquiera comprendido entre f(a) y f(b), entonces existe un valor c entre a y b para el cual f(c) = k.

La función $f'\left(x\right)=-2x\cos\left(\pi x\right)-\pi\left(1-x^2\right)sen\left(\pi x\right)$ es continua en todo su dominio, que es R por ser la suma algebraica de dos funciones continuas, por lo cual será continua en cualquier intervalo finito considerado, por ejemplo, (1, 2) y, por consiguiente le es aplicable el Teorema de Bolzano y la Propiedad de Darboux.

$$f'\left(x\right)=-2x\cos\left(\pi x\right)-\pi\left(1-x^2\right)sen\left(\pi x\right)\Rightarrow\begin{cases} f'\left(1\right)=-2\cos\pi-\pi\left(1-1^2\right)sen\,\pi=-2\cdot\left(-1\right)-0=2 \\ \\ f'\left(2\right)=-4\cos\left(2\pi\right)-\pi\left(-3\right)sen\left(2\pi\right)=-4\cdot 1+0=-4 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{Por\ \ ser\ \ f\left(1\right)>-2>f\left(2\right),\ \ \exists c\in\left(1,\ 2\right)\ \ tal\ \ que\ \ f'\left(c\right)=-2,\ \ c.q.d.}}$$

****

OPCIÓN D

1º) Halla los siguientes límites: a) $\lim_{x \to 0} [\cos(2x)]^{\frac{1}{sen(x^2)}}$ b) $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{1 - tag\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{L(4x^2)}$.

----

a)

$$\lim_{x \to 0} [\cos(2x)]^{\frac{1}{sen(x^2)}} = 1^{\frac{1}{0}} = 1^{\infty} \Rightarrow Indeterminado \Rightarrow L\left\{\lim_{x \to 0} [\cos(2x)]^{\frac{1}{sen(x^2)}}\right\} = L\,A \;;;$$

$$\lim_{x \to 0} L[\cos(2x)]^{\frac{1}{sen(x^2)}} = L\,A \Rightarrow \lim_{x \to 0} \left\{\frac{1}{sen(x^2)} \cdot L[\cos(2x)]\right\} = \lim_{x \to 0} \frac{L[\cos(2x)]}{sen(x^2)} = \frac{L1}{sen\ 0} =$$

$$= \frac{0}{0} \Rightarrow Ind. \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{\frac{-2\,sen(2x)}{\cos(2x)}}{2x \cdot \cos(x^2)} =$$

$$= -\lim_{x \to 0} \frac{1}{\cos(2x) \cdot \cos(x^2)} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{sen(2x)}{x} = -\frac{1}{1 \cdot 1} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{sen(2x)}{x} = -\lim_{x \to 0} \frac{sen(2x)}{x} =$$

$$= -\frac{0}{0} \Rightarrow Ind. \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow -\lim_{x \to 0} \frac{2\cos(2x)}{1} = -2 \cdot 1 = -2 = L\,A = A = e^{-2} = \underline{\frac{1}{e^2} = A}$$

$$\underline{\underline{\lim_{x \to 0} [\cos(2x)]^{\frac{1}{sen(x^2)}} = \frac{1}{e^2}}}$$

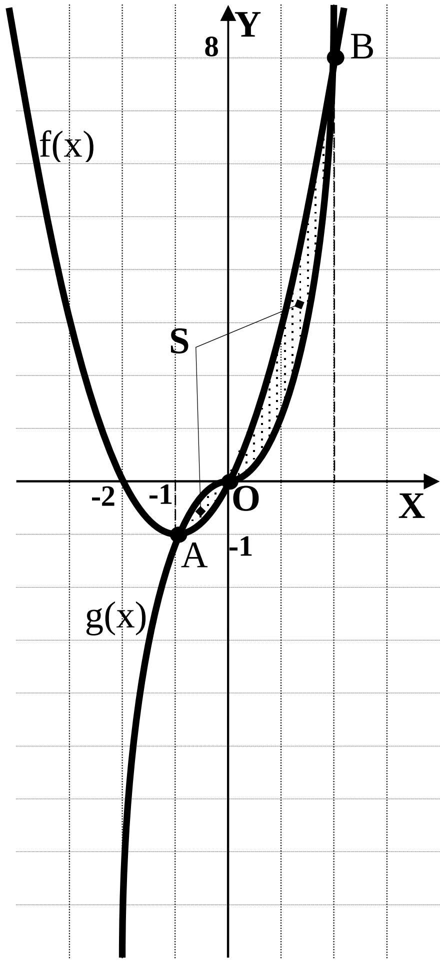
b)

$$\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{1 - tag\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{L(4x^2)} = \frac{1 - tag\frac{\pi}{4}}{L1} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \Rightarrow Indet. \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\frac{0 - \frac{\pi}{2}}{\cos^2\frac{\pi x}{2}}}{\frac{8x}{4x^2}} = \lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\frac{\pi}{2\cos^2\frac{\pi x}{2}}}{\frac{2}{x}} = \lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\pi x}{\cos^2\frac{\pi x}{2}} = \frac{\pi \cdot \frac{1}{2}}{\cos^2 \pi} = \frac{\pi}{2 \cdot (-1)^2} = \underline{\underline{\frac{\pi}{2}}}$$

****

2º) Halla los puntos en que se cortan las funciones $f(x)=x(x+2)$ y $g(x)=x^3$ y calcula el área de la región del plano encerrada entre sus gráficas.



Los puntos de corte de las funciones se obtienen igualando sus ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=x(x+2) \\ \\ g(x)=x^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x^2+2x=x^3 \;\;;;\;\; x^3-x^2-2x=0 \;\;;;$$

$$x(x^2-x-2)=0 \;\;;;\;\; \underline{x_1=0} \;\rightarrow\; \underline{O(0,\;0)} \;\;;;\;\; x^2-x-2=0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm 3}{2} \;\Rightarrow\; \begin{cases} x_2=-1 \;\rightarrow\; \underline{A(-1,\;-1)} \\ \\ x_3=2 \;\rightarrow\; \underline{B(2,\;8)} \end{cases}$$

La representación gráfica, aproximada, de la situación se puede observar en el gráfico.

Teniendo en cuenta las ordenadas de las funciones, que para valores de x negativos son mayores los de g(x) y para valores positivos de x son mayores los de f(x), el valor de la superficie pedida es:

$$S=\int_{-1}^{0}[g(x)-f(x)]\cdot dx+\int_{0}^{2}[f(x)-g(x)]\cdot dx=\int_{-1}^{0}\left[x^3-(x^2+2x)\right]\cdot dx+\int_{0}^{2}\left[(x^2+2x)-x^3\right]\cdot dx=$$

$$=\int_{-1}^{0}(x^3-x^2-2x)\cdot dx+\int_{0}^{2}(-x^3+x^2+2x)\cdot dx=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-x^2\right]_{-1}^{0}+\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+x^2\right]_{0}^{2}=$$

$$=0-\left[\frac{(-1)^4}{4}-\frac{(-1)^3}{3}-(-1)^2\right]+\left(-\frac{2^4}{4}+\frac{2^3}{3}+2^2\right)-0=-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+1-4+\frac{8}{3}+4=1-\frac{1}{4}+\frac{7}{3}=$$

$$=\frac{12-3+28}{12}=\underline{\underline{\frac{37}{12}\;u^2=S}}$$

****