PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

JUNIO – 2017

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas. No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

OPCIÓN A

1º) Considere las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

a) Compruebe que las matrices A y B son regulares (o invertibles) y calcule sus correspondientes matrices inversas.

b) Determine la matriz X que cumple la ecuación $A\cdot X\cdot B=C$.

----

a)

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix};\ \ |A|=\begin{vmatrix}-2 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix}=-4\neq 0\ \Rightarrow\ \underline{A\ es\ invertible}.$$

$$A^t=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix};\ \ Adj.\,de\ A^t=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & -2\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ \underline{A^{-1}=\tfrac{1}{4}\cdot\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}}.$$

$$B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix};\ \ |B|=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix}=2-6=-4\neq 0\ \Rightarrow\ \underline{B\ es\ invertible}.$$

La inversa de B se obtiene por el método de Gauss-Jordan.

$$(B/I)=\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 3 & 1 & 0\\ 2 & 2 & 0 & 1\end{array}\right)\Rightarrow\{F_2\to F_2-2F_1\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 3 & 1 & 0\\ 0 & -4 & -2 & 1\end{array}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left\{F_2\to-\tfrac{1}{4}F_2\right\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 3 & 1 & 0\\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4}\end{array}\right)\Rightarrow\{F_1\to F_1-3F_2\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4}\\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4}\end{array}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \underline{B^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{3}{4}\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4}\end{pmatrix}=\tfrac{1}{4}\cdot\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}}.$$

$b)$

$$A \cdot X \cdot B = C; \;\; A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot B \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot C \cdot A^{-1}; \;\; I \cdot X \cdot I = A^{-1} \cdot C \cdot A^{-1}.$$

$$\underline{X = A^{-1} \cdot C \cdot A^{-1}}.$$

$$X = A^{-1} \cdot C \cdot A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{16} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \cdot \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 16 & -12 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}}.$$

****

2º) Considere el plano π que pasa por el punto $P(1,2,3)$ y tiene como vectores directores a $\vec{u}=(1,-1,0)$ y $\vec{v}=(1,0,2)$. Considere la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,4)$ y $B(3,2,2)$.

a) Determine la ecuación del plano π.

b) Determine la ecuación de la recta r.

c) Estudie la posición relativa del plano π y la recta r.

----

a)

$$\pi(P;\ \vec{u},\vec{v}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0;$$

$-2(x-1)+(z-3)-2(y-2)=0;\ -2x+2+z-3-2y+4=0;$

$-2x-2y+z+3=0.$

$$\underline{z \equiv 2x+2y-z-3=0}.$$

b)

Los puntos A y B determinan el vector: $\overrightarrow{AB}=[B-A]=(2,2,-2)$.

Un vector de la recta r pedida es cualquiera que sea linealmente dependiente del vector $\overrightarrow{AB}=(2,2,-2)$, por ejemplo, $\overrightarrow{v_r}=(1,1,-1)$.

La expresión de r dada, por ejemplo, por unas ecuaciones continuas es la siguiente:

$$\underline{r \equiv \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-1}}.$$

c)

Un vector normal del plano π es $\vec{n}=(2,2,-1)$, que es linealmente independiente del vector director de la recta, $\overrightarrow{v_r}=(1,1,-1)$, por no ser proporcionales sus componentes; por otra parte $\vec{n}\cdot\overrightarrow{v_r}=(2,2,-1)\cdot(1,1,-1)=2+2+1\neq 0$, tampoco son perpendiculares. De todo esto se deduce que:

$$\underline{La\ recta\ r\ corta\ al\ plano\ \pi\ en\ un\ punto\ no\ siendo\ perpendiculares.}$$

****

3º) Calcule los siguientes límites: $a)\ \lim_{x\to 4}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}\right)$. $\qquad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{sen\,x-x\cdot\cos x}{x-sen\,x}$.

$a)$

$$\lim_{x\to 4}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}\right)=\frac{1}{\sqrt{4}-2}-\frac{4}{4-4}=\frac{1}{0}-\frac{4}{0}=\infty-\infty\Rightarrow Ind.\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 4}\frac{x-4-4\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{x-4-4\sqrt{x}+8}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{x+4-4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}=\frac{4+4-4\sqrt{4}}{\left(\sqrt{4}-2\right)(4-4)}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 4}\frac{\left(x+4-4\sqrt{x}\right)\left(x+4+4\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)(x-4)\left(x+4+4\sqrt{x}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left[(x+4)^2-\left(4\sqrt{x}\right)^2\right]\left(\sqrt{x}+2\right)}{(x-4)(x-4)\left(x+4+4\sqrt{x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}+2}{x+4+4\sqrt{x}}\cdot\lim_{x\to 4}\frac{x^2-8x+16}{(x-4)^2}=\frac{2+2}{4+4+8}\cdot\lim_{x\to 4}\frac{(x-4)^2}{(x-4)^2}=\frac{4}{16}\cdot 1=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}.$$

También puede seguirse de la forma siguiente a partir de:

$$\cdots=\lim_{x\to 4}\frac{x+4-4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x-4)}=\frac{4+4-4\sqrt{4}}{\left(\sqrt{4}-2\right)(4-4)}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 4}\frac{1+0-\frac{4}{2\sqrt{x}}}{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-0\right)(x-4)+\left(\sqrt{x}-2\right)\cdot 1}=\lim_{x\to 4}\frac{2\sqrt{x}-4}{x-4+2x-4\sqrt{x}}=\lim_{x\to 4}\frac{2\sqrt{x}-4}{3x-4-4\sqrt{x}}=\frac{4-4}{12-4-8}=\frac{0}{0}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to 4}\frac{\frac{2}{2\sqrt{x}}-0}{3-0-\frac{4}{2\sqrt{x}}}=\frac{\frac{1}{2}}{3-1}=\frac{1}{4}.$$

$$\underline{\lim_{x\to 4}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}\right)=\frac{1}{4}.}$$

$b)$

$$\lim_{x\to 0}\frac{sen\,x-x\cdot\cos x}{x-sen\,x}=\frac{0-0\cdot 1}{0-0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{cos\,x-(1\cdot\cos x-1\cdot sen\,x)}{1-cos\,x}=\lim_{x\to 0}\frac{cos\,x-\cos x+x\cdot sen\,x}{1-cos\,x}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot sen\,x}{1-cos\,x}=\frac{0\cdot 0}{1-1}=\frac{0}{0}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot sen\,x+x\cdot\cos x}{0+sen\,x}=\lim_{x\to 0}\frac{sen\,x+x\cdot\cos x}{sen\,x}=\frac{0+0\cdot 1}{0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{cos\,x+1\cdot\cos x-x\cdot sen\,x}{cos\,x}=\frac{1+1-0}{1}=2.$$

$$\underline{\lim_{x\to 0}\frac{sen\,x-x\cdot\cos x}{x-sen\,x}=2}$$

****

4º) a) Calcule la siguiente integral indefinida $I = \int x \cdot sen\ \frac{\pi x}{2} \cdot dx$.

b) Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = 1$, y la gráfica de la función $f(x) = x \cdot sen\ \frac{\pi x}{2}$.

----

a)

$$I = \int x \cdot sen\ \frac{\pi x}{2} \cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{matrix} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = sen\ \frac{\pi x}{2} \cdot dx \rightarrow v = -\frac{2}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} \quad (*) \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = x \cdot \left(-\frac{2}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2}\right) - \int -\frac{2}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} \cdot dx = -\frac{2x}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot \int \cos\frac{\pi x}{2} \cdot dx =$$

$$= -\frac{2x}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot sen\ \frac{\pi x}{2} + C = -\frac{2x}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} + \frac{4}{\pi^2} \cdot sen\ \frac{\pi x}{2} + C.$$

$$\underline{I = \int x \cdot sen\ \frac{\pi x}{2} \cdot dx = -\frac{2x}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} + \frac{4}{\pi^2} \cdot sen\ \frac{\pi x}{2} + C.}$$

(*) $\quad v = \int sen\ \frac{\pi x}{2} \cdot dx \Rightarrow \left\{\frac{\pi x}{2} = t \rightarrow dx = \frac{2}{\pi} \cdot dt\right\} \Rightarrow \frac{2}{\pi} \int sen\ t \cdot dt = -\frac{2}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2}$

b)

En el intervalo $(0, 1)$ todas las ordenadas de la función $f(x) = sen\ \left(\frac{\pi x}{2}\right)$ son positivas, por lo cual el área pedida es la siguiente, teniendo en cuenta (*):

$$S = \int_0^1 f(x) \cdot dx = \left[-\frac{2x}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi x}{2} + \frac{4}{\pi^2} \cdot sen\ \frac{\pi x}{2}\right]_0^1 =$$

$$= \left(-\frac{2}{\pi} \cdot \cos\frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi^2} \cdot sen\ \frac{\pi}{2}\right) - \left(-0 \cdot \cos 0 + \frac{4}{\pi^2} \cdot sen\ 0\right) = -\frac{2}{\pi} \cdot 0 + \frac{4}{\pi^2} \cdot 1 - 0 = \frac{4}{\pi^2}.$$

$$\underline{S = \frac{4}{\pi^2}\ u^2 \cong 0{,}405\ u^2.}$$

****

5º) Según un estudio reciente, el 68 % de los encuestados poseen un smartphone, el 38 % tienen una tablet y el 16 % disponen de ambos dispositivos.

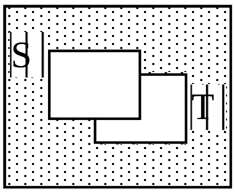
a) Calcule la probabilidad de que una persona elegida al azar no disponga de ninguno de los dos dispositivos.

b) Resulta que la persona elegida posee un smartphone, ¿qué probabilidad hay de que tenga una tablet?

$Smartphone \rightarrow P(S) = 0{,}68.$ $Tablet \rightarrow P(T) = 0{,}38.$ $P(S \cap T) = 0{,}16.$

a)

$$P = P(\overline{S} \cap \overline{T}) = 1 - P(S \cup T) =$$



$$= 1 - [P(S) + P(T) - P(S \cap T)] =$$

$$= 1 - (0{,}68 + 0{,}38 - 0{,}16) = 1 - 0{,}90 = \underline{0{,}10}.$$

b)

$$P = P(T/S) = \frac{P(T \cap S)}{P(S)} = \frac{0{,}16}{0{,}68} = \underline{0{,}2353}.$$

****

OPCIÓN B

1º) Considere el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x+y+2z=0 \\ 2x+3y+2z=0 \\ x-y+a^2z=a-1 \end{cases}$ en función del parámetro a:

a) Determine para qué valores del parámetro a el sistema tiene solución única. No hay que resolverlo.

b) Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

c) Determine para qué valor del parámetro a el sistema no tiene solución.

----

a)

Según el teorema de Rouché-Fröbenius, un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas tiene solución única cuando el determinante de la matriz de coeficientes es tres.

Matriz de coeficientes: $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & a^2 \end{pmatrix}$.

$$|M| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & a^2 \end{vmatrix} = 0;\ \ 6a^2-4+2-6+4-2a^2 = 4a^2-4=0;$$

$a^2-1=0 \Rightarrow a_1=-1, a_2=1.$

$$\underline{El\ sistema\ tiene\ soluci\acute{o}n\ \text{única}\ \forall a \in R-\{-1,1\}.}$$

b)

Según el teorema de Rouché-Fröbenius, un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas tiene infinitas soluciones cuando los determinantes de la matriz de coeficientes y la matriz ampliada son iguales y menor que el número de incógnitas. Como en este caso existe en el sistema el menor $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$, el rango de las dos matrices tiene que ser dos.

$$|M|=0 \Rightarrow a_1=-1, a_2=1.\ \ Para\ a=-1\ y\ a=1 \Rightarrow Rang\ M=2.$$

$$Para\ a=-1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -12+4=-8 \neq 0 \Rightarrow Rang\ M'=3.$$

$$Para\ a = 1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \{C_1 = C_3\} \Rightarrow RangM' = 2.$$

$$\underline{El\ sistema\ tiene\ infinitas\ soluciones\ para\ a = 1}.$$

$Para\ a = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 2z = 0 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$, que es homogéneo. Para resolverlo se desprecia una ecuación (segunda) y se parametriza una incógnita, por ejemplo, $z = \lambda$.

$$\left. \begin{array}{r} 2x + y = -2\lambda \\ x - y = -\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow 3x = -3\lambda;\ \ x = -\lambda. \quad\ y = x + \lambda = -\lambda + \lambda = 0.$$

$$\underline{Solución: x = -\lambda;\ y = 0;\ \ z = \lambda, \forall \lambda \in R}.$$

$c)$

Según el teorema de Rouché-Fröbenius, un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas es incompatible cuando los rangos de las matrices de coeficientes y ampliada son diferentes.

$$Para\ a = -1 \Rightarrow Rang\ M = 2; Rang\ M' = 3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.$$

$$\underline{El\ sistema\ no\ tiene\ solución\ para\ a = -1}.$$

****

2º) Los vértices de un triángulo ABC son $A(-a, 1, 1)$, $B(2, -1, 2)$ y $C(1, -2a, 3)$.

$a)$ ¿Cuánto ha de valer a para que el triángulo sea rectángulo en B?

$b)$ Calcule el área del triángulo ABC para el caso de $a = -1$.

$a)$

$$\overrightarrow{AB} = [B - A] = [(2, -1, 2) - (-a, 1, 1)] = (2 + a, -2, 1).$$

$$\overrightarrow{BC} = [C - B] = [(1, -2a, 3) - (2, -1, 2)] = (-1, 1 - 2a, 1).$$

Dos vectores son perpendiculares cuando su producto escalar es cero:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow (2 + a, -2, 1) \cdot (-1, 1 - 2a, 1) = 0;$$

$$-(2 + a) - 2(1 - 2a) + 1 = 0;\ -2 - a - 2 + 4a + 1 = 0;\ \ 3a - 3 = 0;$$

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1.$$

$$\underline{El\ triángulo\ de\ vértices\ ABC\ es\ rectángulo\ en\ B\ para\ a = 1}.$$

$b)$

Para $a = -1$: $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 2)$ y $C(1, 2, 3)$.

$$\overrightarrow{AB} = [B - A] = [(2, -1, 2) - (1, 1, 1)] = (1, -2, 1).$$

$$\overrightarrow{AC} = [C - A] = [(1, 2, 3) - (1, 1, 1)] = (0, 1, 2).$$

El área del triángulo que determinan tres puntos no alineados es la mitad del módulo del producto vectorial de los dos vectores que determinan los puntos:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix}\right\| = \frac{1}{2} \cdot |-4i + k - i - 2j| =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot |-5i - 2j + k| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{25 + 4 + 1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30}.$$

$$\underline{S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30}\ u^2}.$$

****

3º) La producción mensual de una fábrica de bombillas viene dada por $P = 2LK^2$ (en millones), donde L es el coste de la mano de obra y K es el coste del equipamiento (en millones de euros). La fábrica pretende producir 8 millones de unidades al mes. ¿Qué valores de L y K minimizarían el coste total $L + K$?

$P = 2LK^2 = 8 \Rightarrow L = \frac{8}{2K^2} = \frac{4}{K^2}$. Llamando $S = L + K$:

$$S(K) = L + K = \frac{4}{K^2} + K = \frac{4+K^3}{K^2}.$$

$$S'(K) = \frac{3K^2 \cdot K^2 - (4+K^3) \cdot 2K}{K^4} = \frac{3K^3 - 2(4+K^3)}{K^3} = \frac{3K^3 - 8 - 2K^3}{K^3} = \frac{K^3-8}{K^3}.$$

$$S'(K) = 0 \Rightarrow \frac{K^3-8}{K^3} = 0 \Rightarrow K^3 - 8 = 0 \Rightarrow K = 2.$$

Justificación de que se trata de un mínimo:

$$S''(K) = \frac{3K^2 \cdot K^3 - (K^3-8) \cdot 3K^2}{K^6} = \frac{3K^3 - 3(K^3-8)}{K^4} = \frac{3K^3 - 3K^3 + 24}{K^4} = \frac{24}{K^4}.$$

$$S''(2) = \frac{24}{2^4} = \frac{24}{16} > 0 \Rightarrow Mínimo, como\ se\ quería\ justificar.$$

$$L(2) = \frac{4}{2^2} = \frac{4}{4} = 1.$$

$\underline{Se\ minimiza\ el\ coste\ para\ K = 2.000.000\ euros\ y\ L = 1.000.000\ euros.}$

****

4º) Calcule la siguiente integral indefinida: $I=\int \frac{x}{x^2+x-6}\cdot dx$.

$$x^2+x-6=0;\;\; x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{-1\pm5}{2}\Rightarrow x_1=-3, x_2=2\Rightarrow$$

$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$.

$$\frac{x}{x^2+x-6}=\frac{x-2}{(x+3)(x-2)}=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-2}=\frac{Ax-2A+Bx+3B}{(x+3)(x-2)}=\frac{(A+B)x+(-2A+3B)}{x^2+x-6}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{r}A+B=1\\-2A+3B=0\end{array}\right\}\;\left.\begin{array}{r}2A+2B=2\\-2A+3B=0\end{array}\right\}\Rightarrow 5B=2;\;\; B=\frac{2}{5}.\;\; A=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}.$$

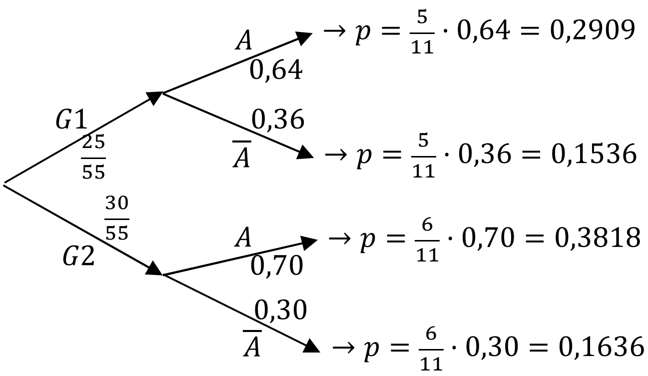
$$I=\int\frac{x}{x^2+x-6}\cdot dx=\int\left(\frac{\frac{3}{5}}{x+3}+\frac{\frac{2}{5}}{x-2}\right)\cdot dx=\frac{3}{5}L|x+3|+\frac{2}{5}L|x-2|+C.$$

$$\underline{I=\int\frac{x}{x^2+x-6}\cdot dx=\frac{1}{5}\cdot L|(x+3)^3\cdot(x-3)^2|+C.}$$

****

5º) Dos aulas de 2º de Bachillerato hacen conjuntamente un examen de Matemáticas. En el primer grupo hay 25 alumnos de los cuales aprueba el 64 %, mientras que en el segundo grupo, de 30 alumnos, lo hace el 70 %. De entre todos los exámenes se elige uno al azar y resulta que está aprobado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un alumno del primer grupo?

$$Total\ alumnos: 25+30=55.$$



$$P=P(G1/A)=\frac{P(G1\cap A)}{P(A)}=\frac{P(G1)\cdot P(A/G1)}{P(G1)\cdot P(A/G1)+P(G2)\cdot P(A/G2)}=\frac{\frac{25}{55}\cdot 0{,}64}{\frac{25}{55}\cdot 0{,}64+\frac{30}{55}\cdot 0{,}70}=$$

$$=\frac{0{,}2909}{0{,}2909+0{,}3818}=\frac{0{,}2909}{0{,}6727}=\underline{0{,}4324}.$$

****