PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

JULIO – 2020

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1º) Considere el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+y-z=4 \\ x+a^2y-z=3-a \\ x-y+az=1 \end{cases}$ en función del parámetro a.

a) Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para $a=0$.

b) Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

c) Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & a^2 & -1 \\ 1 & -1 & a \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & a^2 & -1 & 3-a \\ 1 & -1 & a & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & a^2 & -1 \\ 1 & -1 & a \end{vmatrix}=a^3+1-1+a^2-1-a=$$

$$=a^3+a^2-a-1=0.$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & -1 & \\ \hline & 1 & 1 & \boxed{0} & \\ -1 & & -1 & & \\ \hline & 1 & \boxed{0} & & \end{array}$$

Resolviendo por la regla de Ruffini, las raíces son: $x_1 = 1, x_2 = x_3 = -1$.

$a)$

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a \neq 1 \\ a \neq -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

Para $a = 0$ el sistema resulta $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x - z = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{3-1-4}{1-1-1} = \frac{-2}{-1} = 2. \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{-1} = \frac{-1-4+3+1}{-1} = \frac{-1}{-1} = 1.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{-1} = \frac{-4+3+3-1}{-1} = \frac{-1}{-1} = 1.$$

$$\underline{Solución: x = 2, y = 1, z = 1.}$$

$b)$

$$Para\ a = -1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_1 = F_2\} \Rightarrow Rang\ M' = 2.$$

$$\underline{Para\ a = -1 \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

Para $a = -1$ el sistema resulta $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + y - z = 4 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$, que es compatible indeterminado y equivalente al sistema $\begin{rcases} x + y - z = 4 \\ x - y - z = 1 \end{rcases}$.

Para resolverlo se hace $z = \lambda$: $\begin{rcases} x + y = 4 + \lambda \\ x - y = 1 + \lambda \end{rcases} \Rightarrow 2x = 5 + 2\lambda;\ \ x = \frac{5}{2} + \lambda.$

$x + y = 4 + \lambda;\ \frac{5}{2} + \lambda + y = 4 + \lambda;\ \ y = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}.$

$$\underline{Solución: x = \frac{5}{2} + \lambda, y = \frac{3}{2}, z = \lambda, \forall \lambda \in R.}$$

$c)$

$$Para\ a = 1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 4 + 2 - 4 + 2 - 1 = -4 \neq 0 \Rightarrow Rang\ M' = 3.$$

$$\underline{Para\ a = 1 \Rightarrow Rang\ M = 2;\ Rang\ M' = 3 \Rightarrow Sistema\ incompatible}.$$

****

2º) Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Compruebe que las matrices A y B son regulares (o invertibles) y calcule sus matrices inversas.

b) Resuelve la ecuación matricial $AXB = A^t - 3B$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

----

a)

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = -4 + 3 = -1 \neq 0.$$

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2 + 3 = 1 \neq 0.$$

$\underline{\textit{Queda comprobado que las matrices A y B son invertibles}}.$

$|A| = -1.$ $\quad A^t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. $\quad Adj.\, de\ A^t = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A^{-1} = \frac{Adj.de\ B^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}{-1} = \underline{\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}}.$$

Se obtiene la inversa de B por el método de Gauss-Jordan.

$$(B|I) = \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \leftrightarrow F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_2 \to F_2 + F_1\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \to -2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_1 \to F_1 - 2F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow \underline{B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}.$$

b)

$$AXB = A^t - 3B;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot B \cdot B^{-1} = A^{-1} \cdot (A^t - 3B) \cdot B^{-1};$$

$$I \cdot X \cdot I = A^{-1} \cdot (A^t - 3B) \cdot B^{-1} \Rightarrow X = A^{-1} \cdot (A^t - 3B) \cdot B^{-1}. \quad (*)$$

$$A^t - 3B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}.$$

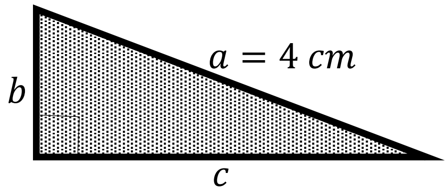
Sustituyendo en (*) los valores obtenidos anteriormente:

$$X = A^{-1} \cdot (A^t - 3B) \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & -8 \\ -5 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{X = \begin{pmatrix} 28 & 38 \\ -18 & -23 \end{pmatrix}}.$$

****

3º) De entre todos los triángulos rectángulo cuya hipotenusa mide 4 metros, determine las dimensiones de aquel cuya área es máxima. ¿Cuál es el valor de dicha área máxima?



Superficie: $S = \frac{b \cdot c}{2} \Rightarrow Máxima.$

Por el teorema de Pitágoras: $4^2 = b^2 + c^2$.

$c = \sqrt{16 - b^2}$. Sustituyendo en la superficie:

$S(b) = \frac{b \cdot \sqrt{16-b^2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{16b^2 - b^4}$.

La superficie será máxima cuando se anule su primera derivada:

$S'(b) = \frac{1}{2} \cdot \frac{32b-4b^3}{2 \cdot \sqrt{16b^2-b^4}} = 0 \Rightarrow 32b - 4b^3 = 0;\ \ 4b(8 - b^2) = 0 \Rightarrow$

$b_1 = 0;\ \ 8 - b^2 = 0;\ \ b = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow b_2 = -2\sqrt{2}, b_3 = 2\sqrt{2}.$

La solución $b = 0$ es para mínimo.

El valor negativo carece de sentido lógico, por lo cual: $b = 2\sqrt{2}$.

$c = \sqrt{16 - b^2} = \sqrt{16 - 8} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$

$S = \frac{b \cdot c}{2} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot 2 = 4.$

$\underline{Triángulo\ rectángulo\ isósceles\ de\ catetos\ b = c = 2\sqrt{2}\ cm\ y\ 4\ cm^2\ de\ área.}$

****

4º) a) Calcule la siguiente integral indefinida: $I = \int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \cdot dx$.

b) Determine el área del recinto limitado por el eje OX, la gráfica de la función $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ y la recta vertical $x = 1$.

----

a)

$$I = \int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} 1+\sqrt{x} = t \to \sqrt{x} = t-1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx = dt \Rightarrow dx = 2(t-1) \cdot dt \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int \frac{t-1}{t} \cdot 2(t-1) \cdot dt = 2 \cdot \int \frac{t^2-2t+1}{t} \cdot dt = 2 \cdot \int \left(t - 2 + \frac{1}{t}\right) \cdot dt =$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{t^2}{2} - 2t + Lt\right) + C = 2 \cdot \left[\frac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{2} - 2 \cdot \left(1+\sqrt{x}\right) + L\left(1+\sqrt{x}\right)\right] + C =$$

$$= 1 + 2\sqrt{x} + x - 4 - 4\sqrt{x} + 2L\left(1+\sqrt{x}\right) + C.$$

$$\underline{I = \int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \cdot dx = x - 2\sqrt{x} - 3 + 2L\left(1+\sqrt{x}\right) + C.}$$

b)

La función $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ corta al eje OX, únicamente, en el origen de coordenadas y, en el intervalo $(0, 1)$ todas las ordenadas de la función son positivas, por lo cual, la superficie a calcular es la siguiente:

$$S = \int_0^1 f(x) \cdot dx = \left[x - 2\sqrt{x} - 3 + 2L\left(1+\sqrt{x}\right)\right]_0^1 =$$

$$= \left[1 - 2\sqrt{1} - 3 + 2L\left(1+\sqrt{1}\right)\right] - \left[0 - 2\sqrt{0} - 3 + 2L\left(1+\sqrt{0}\right)\right] =$$

$$= -2 - 2 + 2L2 + 3 - 2L1 = 2L2 - 1 - 0.$$

$\underline{S = (2L2 - 1)\ u^2 \cong 0{,}386\ u^2}$.

****

5º) Se llama *mediana* de un triángulo a cada una de las rectas que pasan por un vértice del triángulo y por el punto medio del lado opuesto a dicho vértice.

a) Calcule las ecuaciones de las tres medianas del triángulo de vértices $A(-1,2,3)$, $B(3,-4,1)$ y $C(1,-4,5)$.

b) Compruebe que las tres medianas se cortan en un punto y calcule las coordenadas de dicho punto.

----

a)

Punto medio de AB $\Rightarrow M(1,-1,2)$. Punto medio de AC $\Rightarrow N(0,-1,4)$.

Punto medio de BC $\Rightarrow P(2,-4,3)$.

Vector director de $r_{CM} \Rightarrow \overrightarrow{v_{CM}} = [M-C] = [(1,-1,2)-(1,-4,5)] = (0,3,-3)$.

Vector director de $r_{BN} \Rightarrow \overrightarrow{v_{BN}} = [N-B] = [(0,-1,4)-(3,-4,1)] = (-3,3,3)$.

Vector director de $r_{AP} \Rightarrow \overrightarrow{v_{AP}} = [P-A] = [(2,-4,3)-(-1,2,3)] = (3,-6,0)$.

Las ecuaciones paramétricas de las tres medianas son las siguientes:

$$\underline{r_{CM} \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = -4+3\lambda \\ z = 5-3\lambda \end{cases}}. \quad \underline{r_{BN} \equiv \begin{cases} x = 3-3\mu \\ y = -4+3\mu \\ z = 1+3\mu \end{cases}}. \quad \underline{r_{AP} \equiv \begin{cases} x = -1+3\delta \\ y = 2-6\delta \\ z = 3 \end{cases}}.$$

b)

Punto de corte de las medianas r_{CM} y r_{BN}: $\left.\begin{cases} 1 = 3-3\mu \\ -4+3\lambda = -4+3\mu \\ 5-3\lambda = 1+3\mu \end{cases}\right\}$.

$1 = 3-3\mu;\ \ 3\mu = 2 \Rightarrow \mu = \frac{2}{3}$.

$-4+3\lambda = -4+3\mu;\ \ -4+3\lambda = -4+2;\ \ 3\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}$.

Punto de corte de las medianas r_{CM} y r_{BN} $\Rightarrow D(1,-2,3)$.

Punto de corte de las medianas r_{CM} y r_{AP}: $\left.\begin{cases} 1 = -1+3\delta \\ -4+3\lambda = 2-6\delta \\ 5-3\lambda = 3 \end{cases}\right\}$.

$1 = -1+3\delta;\ \ 3\delta = 2 \Rightarrow \delta = \frac{2}{3}$.

$5-3\lambda = 3;\ \ 3\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}$.

Punto de corte de las medianas r_{CM} y r_{AP} $\Rightarrow D(1,-2,3)$.

$\underline{Queda\ comprobado\ que\ las\ medianas\ se\ cortan\ en\ el\ punto\ D(1, -2, 3).}$

****

6º) Considere la recta $r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{0}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y - z = 4$:

a) Estudie la posición relativa de la recta y el plano.

b) En caso de que la recta corte al plano, calcule el punto de corte y el ángulo que forman. En caso contrario, calcule la distancia entre la recta y el plano.

c) Determine el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π.

----

a)

La expresión de r dada por unas ecuaciones implícitas es la siguiente:

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{0} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+1 = 2y-4 \\ z-1 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x - 2y = -5 \\ z = 1 \end{cases}.$$

La recta r y el plano π determinan el sistema $\left.\begin{array}{r} x - 2y = -5 \\ z = 1 \\ x - 2y - z = 4 \end{array}\right\}$.

Las matrices de coeficientes y ampliadas del sistema son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Según sean los rangos de M y M' pueden presentarse los siguientes casos:

$1 \to Rang\ M = Rang\ M' = 2 \Rightarrow La\ recta\ está\ contenida\ en\ el\ plano.$

$2 \to Rang\ M = 2;\ Rang\ M' = 3 \Rightarrow La\ recta\ es\ paralela\ al\ plano.$

$3 \to Rang\ M = Rang\ M' = 3 \Rightarrow La\ recta\ y\ el\ plano\ son\ secantes.$

$$Rang\ M \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \{C_2 = -2C_1\} \Rightarrow Rang\ M = 2.$$

$$Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 4 + 5 + 1 \neq 0 \Rightarrow Rang\ M' = 3.$$

$\underline{Rang\ M = 2;\ Rang\ M' = 3 \Rightarrow La\ recta\ r\ y\ el\ plano\ \pi\ son\ paralelos.}$

b)

La distancia entre $r\ y\ \pi$ es la misma que la distancia de un punto de la recta r al plano π. Un punto de la recta r es $P(-1, 2, 1)$.

La distancia de un punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ al plano $Ax + By + Cz + D = 0$ viene dada por la fórmula $d(P_0, \pi) = \frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Aplicando la fórmula al punto $P(-1, 2, 1)$ y al plano $\pi \equiv x - 2y - z - 4 = 0$:

$$d(r, \pi) = d(P, \pi) = \frac{|1\cdot(-1)-2\cdot2-1\cdot1-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}} = \frac{|-1-4-1-4|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{|-10|}{\sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{6}}{6} = \underline{\frac{5\sqrt{6}}{3}\ unidades.}$$

$c)$

Un vector normal del plano π es $\vec{n} = (1, -2, -1)$.

Un punto y un vector director de r son $\overrightarrow{v_r} = (2, 1, 0)$ y $P(-1, 2, 1)$.

El plano β que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π tiene la siguiente expresión general: $\beta(P;\ \vec{n}, \overrightarrow{v_r}) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z-1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0;$

$-2(y-2) + (z-1) + 4(z-1) + (x+1) = 0;\ -2y + 4 + 5z - 5 + x + 1 = 0.$

$$\underline{\beta \equiv x - 2y + 5z = 0.}$$

****

7º) Una urna tiene 2 bolas blancas y 3 bolas negras. Consideramos la variable aleatoria que cuenta el número de bolas blancas que se obtienen al repetir nueve veces el siguiente experimento: se saca una bola de la urna y, después de anotar el color, se devuelve la bola a la urna.

$a)$ ¿Qué tipo de distribución sigue dicha variable aleatoria y cuáles son sus parámetros?

$b)$ ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?

$c)$ ¿Cuál es la probabilidad de que el número de bolas anotado sea menor o igual que 4?

$a)$

$$\underline{Se\ trata\ de\ una\ distribución\ binomial\ con\ n = 9; p = \frac{2}{5} = 0{,}4\ y\ q = \frac{3}{5} = 0{,}6.}$$

$b)$

La media y la desviación típica en una distribución binomial vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\mu = n \cdot p = 9 \cdot 0{,}4 \Rightarrow \underline{\mu = 3{,}6}.$$

$$\rho = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{9 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = \sqrt{2{,}16} \Rightarrow \underline{\rho \cong 1{,}4697}.$$

$c)$

$$P = P(X \leq 4) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) =$$

$$= \binom{9}{0} \cdot 0{,}4^0 \cdot 0{,}6^9 + \binom{9}{1} \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^8 + \binom{9}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^7 + \binom{9}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^6 +$$

$$+ \binom{9}{4} \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^5 = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}0101 + 9 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}0168 + \frac{9!}{7! \cdot 2!} \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}0278 +$$

$$+ \frac{9!}{6! \cdot 3!} \cdot 0{,}064 \cdot 0{,}0467 + \frac{9!}{5! \cdot 4!} \cdot 0{,}0256 \cdot 0{,}0778 =$$

$$= 0{,}0101 + 0{,}0605 + 36 \cdot 0{,}0045 + 84 \cdot 0{,}0030 + 126 \cdot 0{,}0020 =$$

$$= 0{,}0101 + 0{,}0605 + 0{,}1612 + 0{,}2508 + 0{,}2508 = \underline{0{,}7334}.$$

****

8º) En una determinada población, el 40 % de los individuos lee diariamente la prensa y el 75 % ve diariamente las noticias en la televisión. Además, el 25 % de los individuos lee la prensa y ve las noticias en la televisión diariamente.

a) ¿Son independientes los sucesos "leer diariamente la prensa" y "ver diariamente las noticias en la televisión"?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo lea la prensa diariamente pero no vea las noticias en la televisión?

c) Si un individuo lee la prensa diariamente, ¿cuál es la probabilidad de que también vea las noticias de la televisión?

$$Datos: P(pr) = 0{,}40;\ \ P(tv) = 0{,}75;\ \ P(pr \cap tv) = 0{,}25.$$

a)

Dos sucesos A y B son independientes cuando $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$:

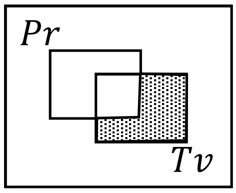
$$P(Pr) \cdot P(Tv) = 0{,}4 \cdot 0{,}75 = 0{,}3 \neq 0{,}25 = P(Pr \cap Tv).$$

$$\underline{Los\ sucesos\ (Pr)\ y\ (Tv)\ no\ son\ independientes}.$$

b)

$$P = P\left(Pr \cap \overline{Tv}\right) = P(Pr) - P(Pr \cap Tv) =$$

$$= 0{,}40 - 0{,}25 = \underline{0{,}15}.$$



c)

$$P(Tv|Pr) = \frac{P(Tv \cap Pr)}{P(Pr)} = \frac{0{,}25}{0{,}40} = \underline{0{,}625}.$$

****