PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

JUNIO – 2022

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1º) La suma de las edades de Carmela, Esperanza y Aurora es 68 años. La edad de Carmela es 5 años más que la mitad de la suma de las edades de Esperanza y Aurora. Además, dentro de 4 años la edad de Aurora será la edad que actualmente tiene Esperanza. Calcule las edades de cada una de ellas.

Sean x, y, z las edades actuales de Carmela, Esperanza y Aurora, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=68\\ x-5&=\frac{y+z}{2}\\ y&=z+4\end{aligned}\right\}\quad \left.\begin{aligned} x+y+z&=68\\ 2x-10&=y+z\\ y-z&=4\end{aligned}\right\}\quad \left.\begin{aligned} x+y+z&=68\\ 2x-y-z&=10\\ y-z&=4\end{aligned}\right\}.$$

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}68&1&1\\10&-1&-1\\4&1&-1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1&1&1\\2&-1&-1\\0&1&-1\end{vmatrix}}=\frac{68+10-4+4+68+10}{1+2+1+2}=\frac{156}{6}=26.$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}1&68&1\\2&10&-1\\0&4&-1\end{vmatrix}}{6}=\frac{-10+8+4+136}{6}=\frac{138}{6}=23.$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1&1&68\\2&-1&10\\0&1&4\end{vmatrix}}{6}=\frac{-4+136-10-8}{6}=\frac{114}{6}=19.$$

$\underline{Carmela\ tiene\ 26\ años, Esperenza\ tiene\ 23\ años\ y\ Aurora\ tiene\ 19\ años.}$

****

2º) Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ $y\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Si I denota la matriz identidad de orden 3, compruebe que $A^3 = -I$ y calcule A^{2023}.

b) Calcule la inversa de A.

c) Resuelva la ecuación matricial $AX - B^t = A^2$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

---

a)

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot A =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = -I.$$

$$\underline{Queda\ comprobado\ que\ A^3 = -I}.$$

$$A^{2023} = A^{3\cdot 674+1} = A^{3\cdot 674} \cdot A^1 = (A^3)^{674} \cdot A = (-I)^{674} \cdot A = I^{674} \cdot A =$$

$$= I \cdot A = A \Rightarrow \underline{A^{2023} = A}.$$

b)

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 12 + 15 - 16 - 12 = -1. \qquad A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 3 \\ 4 & -5 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$Adj.\,de\ A^t = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -5 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -5 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1} = \frac{Adj.\ de\ A^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}}{-1} \Rightarrow \underline{A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -4 & -4 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}}.$$

c)

$$AX - B^t = A^2;\ \ A \cdot X = A^2 + B^t;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (A^2 + B^t);$$

$$I \cdot X = A^{-1} \cdot (A^2 + B^t) \Rightarrow \underline{X = A^{-1} \cdot (A^2 + B^t)}.$$

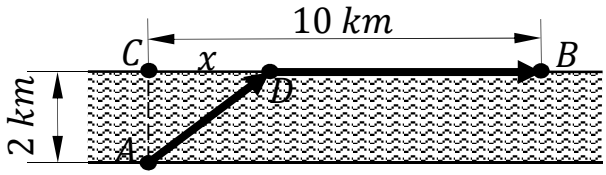
$$A^2 + B^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ -1 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \cdot (A^2 + B^t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -4 & -4 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ -1 & -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\underline{\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & -9 & -14 \\ 0 & 7 & 11 \end{pmatrix}.}$$

****

3º) En este ejercicio se puede utilizar el resultado del apartado a) para realizar el apartado b), aun en el caso en que no se sepa realizar el apartado a).



Un triatleta participa en una competición de SwimRun en la que debe ir desde el punto A, situado en la orilla de un canal de agua en reposo de 2 km de ancho, hasta el punto B, situado en la otra orilla del canal y a una distancia de 10 km del punto C (punto opuesto de A), tal y como se indica en la figura. Para ello, debe ir nadando desde A hasta cualquier punto D de la otra orilla del canal y continuar corriendo desde D hasta B. El triatleta tiene plena libertad para elegir D.

a) Sabiendo que el triatleta es capaz de nadar a una velocidad de 4 km/h y de correr a una velocidad de 12 km/h, demuestre que el tiempo total empleado por el triatleta en ir desde A hasta B (pasando por D) viene dado por la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}}{4} + \frac{10-x}{12}$, donde x denota la distancia de C a D.

b) Calcule cuál debe ser el punto D para que el tiempo empleado por el triatleta en ir desde A hasta B sea mínimo. ¿Cuánto tardará en dicho caso?

---

a)

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 2^2 + x^2 = 4 + x^2;\ \ \overline{AD} = \sqrt{4+x^2}. \qquad \overline{DB} = 10 - x.$$

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t_{\overline{AD}} = \frac{\overline{AD}}{4} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{4} \\ t_{\overline{DB}} = \frac{\overline{BD}}{12} = \frac{10-x}{12} \end{array} \right\} \Rightarrow t = t_{\overline{AD}} + t_{\overline{DB}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Queda\ demostrado\ que\ t \Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}}{4} + \frac{10-x}{12}}.$$

b)

Para que el tiempo sea mínimo es condición necesaria que se anule su primera derivada:

$$f'(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2x}{2 \cdot \sqrt{x^2+4}} + \frac{1}{12} \cdot (-1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{12} = 0;\ \ \frac{3x}{\sqrt{x^2+4}} - 1 = 0;$$

$$\frac{3x}{\sqrt{x^2+4}} = 1;\ \ 3x = \sqrt{x^2+4};\ \ 9x^2 = x^2 + 4;\ \ 8x^2 = 4;\ \ x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = +\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cong 0{,}707\ km.$$

$$\underline{El\ tiempo\ empleado\ es\ mínimo\ cuando\ D\ esta\ a\ 707\ metros\ de\ C}.$$

El tiempo mínimo se produce para $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}+4}}{4} + \frac{10-\frac{\sqrt{2}}{2}}{12} = \frac{\sqrt{\frac{9}{2}}}{4} + \frac{\frac{20-\sqrt{2}}{2}}{12} = \frac{3}{4\sqrt{2}} + \frac{20-\sqrt{2}}{24} = \frac{3\sqrt{2}}{8} + \frac{20-\sqrt{2}}{24} = \frac{9\sqrt{2}+20-\sqrt{2}}{24} =$$

$$= \frac{8\sqrt{2}+20}{24} = \frac{2\sqrt{2}+5}{6} \cong 1{,}3047\ horas = 1\ hora + 0{,}3047\ horas =$$

$$= 1\ hora + 60 \cdot 0{,}3047\ minutos = 1\ hora + 18{,}2843\ minutos =$$

$$= 1\ hora + 18\ minutos + 0{,}2843\ minutos =$$

$$= 1\ hora + 18\ minutos + 60 \cdot 0{,}2843\ segundos =$$

$$= 1\ hora + 18\ minutos + 17\ segundos.$$

$$\underline{El\ tiempo\ mínimo\ que\ emplea\ el\ triatleta\ es\ de\ 1\ h\ 10\ m\ 17\ s.}$$

****

4º) Considere la función $f(x) = x \cdot Lx$, definida para $x > 0$.

a) Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcule la integral indefinida de la función $f(x)$.

c) Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto $P(1,0)$.

---

a)

$$f'(x) = 1 \cdot Lx + x \cdot \frac{1}{x} \Rightarrow \underline{f'(x) = Lx + 1}.$$

Una función es creciente o decreciente cuando su derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow Lx + 1 = 0;\ \ Lx = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}.$$

Teniendo en cuenta que el dominio de la función es $D(f) \Rightarrow (0, +\infty)$, los periodos de crecimiento o decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{Decrecimiento: f'(x) < 0 \Rightarrow x\epsilon \left(0, \frac{1}{e}\right).}$$

$$\underline{Crecimiento: f'(x) > 0 \Rightarrow x\epsilon \left(\frac{1}{e}, +\infty\right).}$$

b)

$$I = \int x \cdot Lx \cdot dx \Rightarrow \begin{Bmatrix} u = Lx \rightarrow du = \frac{1}{x} \cdot dx \\ x \cdot dx = dv \rightarrow v = \frac{x^2}{2} \end{Bmatrix} \Rightarrow Lx \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot Lx - \frac{1}{2} \cdot \int x \cdot dx = \frac{x^2}{2} \cdot Lx - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + C.$$

$$\underline{I = \int x \cdot Lx \cdot dx = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + C.}$$

c)

La función $f(x)$ tienen infinitas funciones primitivas, y tienen por expresión la función obtenida en el apartado anterior: $F(x) = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + C$.

De las infinitas funciones primitivas de $f(x)$ la que contiene al punto $P(1,0)$ es la que satisface su ecuación:

$$F(1) = 0 \Rightarrow \frac{1^2}{4} \cdot (2L1 - 1) + C = 0;\ \frac{1}{4} \cdot (2 \cdot 0 - 1) + C = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{4}.$$

$$\underline{F(x) = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + \frac{1}{4}.}$$

****

5º) Considere las rectas $r \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{0}$ y $s \equiv \begin{cases} x - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$.

a) Estudie la posición relativa de ambas rectas.

b) En caso de que las rectas se corten, calcule la ecuación del plano que las contiene y el ángulo que forman ambas rectas. En caso de que las rectas se crucen, calcula la perpendicular común a ambas rectas.

---

a)

Un punto y un vector director de la recta r son $A(-2,3,0)$ y $\overrightarrow{v_r} = (1,-1,0)$.

La expresión de la recta s dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$s \equiv \begin{cases} x - z = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = z = \lambda \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1. \\ z = \lambda \end{cases}$$

Un punto y un vector director de la recta s son $B(0,1,0)$ y $\overrightarrow{v_s} = (1,0,1)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son linealmente independientes por no ser proporcionales sus componentes; esto implica que las rectas r y s se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso hacemos lo siguiente:

Se considera el vector $\vec{w}$ que tiene como origen el punto $A \in r$ y extremo el punto $B \in s$: $\vec{w} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = [(0,1,0) - (-2,3,0)] = (2,-2,0)$.

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ sean o no coplanarios las rectas r y s se cortan o se cruzan, respectivamente.

Los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ son coplanarios cuando el rango del determinante que forman es cero y las rectas r y s se cortan; en caso contrario, se cruzan.

$$Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2 + 2 = 0 \Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} = 2 < 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\ son\ coplanarios.$$

$$\underline{Las\ rectas\ r\ y\ s\ se\ cortan\ en\ un\ punto.}$$

La expresión de s por unas ecuaciones paramétricas es $r \equiv \begin{cases} x = -2 - \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = 0 \end{cases}$.

Si las rectas se cortan en un punto tiene que cumplirse: $\left.\begin{array}{r}\lambda = -2 - \mu \\ 1 = 3 + \mu \\ \lambda = 0\end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = 0;\ \mu = -2.$ El punto de corte es: $\underline{B(0,1,0)}$.

$b)$

El plano π que contiene a las rectas tiene la siguiente expresión general:

$$\pi(B;\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}) \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0;\ -x + z - (y-1) = 0;$$

$-x + z - y + 1 = 0 \Rightarrow \underline{\pi \equiv x + y - z - 1 = 0}$.

El ángulo que forman dos rectas es el menor de los ángulos que forman sus vectores directores:

$$\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s} = |\overrightarrow{v_r}| \cdot |\overrightarrow{v_s}| \cdot \cos\beta \Rightarrow \frac{|\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s}|}{|\overrightarrow{v_r}| \cdot |\overrightarrow{r_s}|} = \frac{|(1,-1,0)\cdot(1,0,1)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \beta = arc\cos 0{,}5 \Rightarrow \underline{\beta = 60°}$.

****

6º) Considere los puntos $A(1,-1,2)$ y $B(3,5,2)$.

a) Determine la ecuación del plano π perpendicular al segmento AB y que pasa por el punto medio de dicho segmento.

b) Calcule la distancia del punto A al plano π.

---

a)

Los puntos $A(1,-1,2)$ y $B(3,5,2)$ determinan el vector:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = [(3,5,2) - (1,-1,2)] = (2,6,0).$$

El punto medio del segmento AB es el siguiente:

$$M \Rightarrow \left\{x = \frac{1+3}{2} = 2;\ \ y = \frac{-1+5}{2} = 2;\ \ z = \frac{2+2}{2} = 2\right\} \Rightarrow M(2,2,2).$$

El vector normal del plano es cualquiera que sea linealmente dependiente del vector $\overrightarrow{AB} \Rightarrow \vec{n} = (1,3,0)$.

La expresión general del haz de planos β perpendiculares al segmento AB es la siguiente: $\beta \equiv x + 3y + D = 0$.

De los infinitos planos del haz β, el plano π que contiene al punto $M(2,2,2)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r}\beta \equiv x + 3y + D = 0\\ M(2,2,2)\end{array}\right\} \Rightarrow 2 + 3 \cdot 2 + D = 0;\ \ 8 + D = 0 \Rightarrow D = -8.$$

$$\underline{\pi \equiv x + 3y - 8 = 0.}$$

b)

La distancia del punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ al plano $Ax + By + Cz + D = 0$ viene dada por la fórmula $d(P_0, \pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$. Aplicando la fórmula al punto $A(1,-1,2)$ y al plano $\pi \equiv x + 3y - 8 = 0$:

$$d(A,\pi) = \frac{|1+3\cdot(-1)-8|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{|1-3-8|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

$$\underline{d(A,\pi) = \sqrt{10}\ unidades.}$$

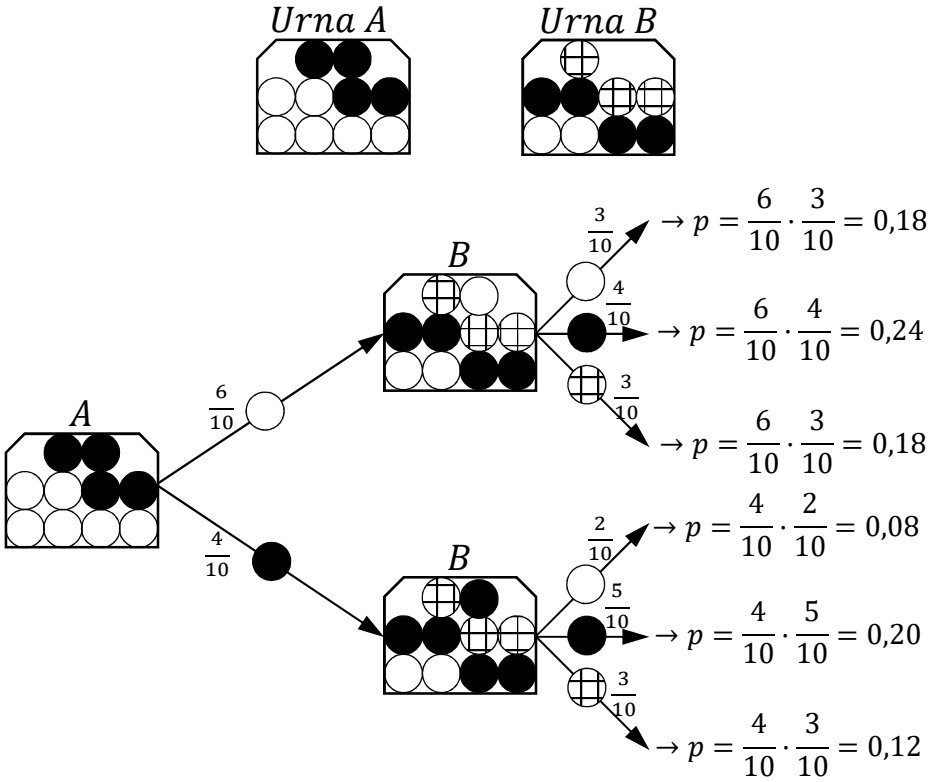
****

7º) Dos urnas A y B contienen bolas de colores con la siguiente composición: la urna A contiene 6 bolas blancas y 4 bolas negras, y la urna B contiene 2 bolas blancas, 4 bolas negras y 3 bolas rayadas. Se saca al azar una bola de la urna A y se mete en la urna B. A continuación, se saca al azar una bola de la urna B. Calcule:

a) La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea rayada.

b) La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea blanca, sabiendo que la bola que se sacó de la urna A era blanca.

c) La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea negra.



a)

$$P = P(R) = P(B \cap R) + P(N \cap R) = P(B) \cdot P(R/B) + P(N) \cdot P(R/N) =$$

$$= \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{10} = 0{,}18 + 0{,}12 = \underline{0{,}30}.$$

b)

Se trata de obtener bola blanca de la urna B cuando se añade una bola blanca:

$$P = \frac{nº\ de\ bolas\ blancas}{nº\ total\ de\ bolas} = \frac{3}{3+4+3} = \frac{3}{10} = \underline{0{,}30}.$$

c)

$$P = P(N) = P(B \cap N) + P(N \cap N) = P(B) \cdot P(N/B) + P(N) \cdot P(N/N) =$$

$$= \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10} = 0{,}24 + 0{,}20 = \underline{0{,}44}.$$

****

8º) En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades.
El cociente intelectual (CI) de los estudiantes universitarios sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ desconocidas. Se sabe que la media es igual a 10 veces la desviación típica y que el 93,32 % de los estudiantes tiene un CI menor de 115.

a) Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.

b) Si se eligen al azar 5 estudiantes universitarios, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellos tengan un CI mayor de 115?

---

a)

$Datos$: $\mu = 10\sigma$; σ.

$X \to N(10\sigma;\ \sigma)$. Tipificando la variable: $Z = \frac{X-10\sigma}{\sigma}$.

$P = P(X < 115) = P\left(Z < \frac{115-10\sigma}{\sigma}\right) = 0{,}9332$. Mirando este valor en la tabla $N(0,1)$ de forma inversa, le corresponde el valor exacto de 1,5:

$\frac{115-10\sigma}{\sigma} = 1{,}5$; $115 - 10\sigma = 1{,}5\sigma$; $115 = 11{,}5\sigma \Rightarrow \underline{\sigma = 10;\ \mu = 100}$.

b)

Se trata de una distribución binomial con $n = 5\ y\ r = 3$. Hay que determinar los valores de $p\ y\ q$, para lo cual tenemos en cuenta que $p = P(X > 115)$.

Teniendo en cuenta el apartado anterior:

$p = P(X > 115) = 1 - P(X \leq 115) = 1 - 0{,}9332 \Rightarrow p = 0{,}0668$ y, en consecuencia: $q = 1 - p = 0{,}9332$.

La fórmula de la probabilidad binomial de n elementos de los cuales se produzcan r viene dada por la fórmula: $P(r) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot q^{n-r}$.

$$P = \binom{5}{3} \cdot 0{,}0668^3 \cdot 0{,}9332^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot 0{,}000298 \cdot 0{,}8709 = 10 \cdot 0{,}00026 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \underline{P = 0{,}0026}$.

****