PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

JULIO – 2017

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta sólo una de las dos opciones propuestas (OCIÓN A/OPCIÓN B).

OPCIÓN A

Parte 1

Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación.

1ª) Sea $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función dada.

b) Determina los extremos relativos de la función.

c) Utilizando la información de los apartados anteriores, haz una representación gráfica aproximada de la función.

----

a)

Para que una función sea creciente o decreciente es necesario que su primera derivada sea positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12.$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0;\ \ x^2 - x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Las raíces de la primera derivada dividen al dominio de la función, que es R, en los intervalos $(-\infty, -1), (-1, 2)\ y\ (2, +\infty)$, en los cuales la función es, alternativamente, creciente y decreciente. Considerando, por ejemplo, el valor $x = 0 \in (-1, 2)$, donde es $f'(0) = -12 < 0 \Rightarrow Decreciente$.

De lo anterior se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento de la función, que son los siguientes:

$$\underline{f(x)\ creciente: f'(x) > 0 \Rightarrow x \epsilon (-\infty, -1) \cup (2, +\infty).}$$

$\underline{f(x)\ Decreciente: f'(x) < 0 \Rightarrow x \epsilon (-1, 2)}$

$b)$

La condición para que una función polinómica tenga un extremo relativo, máximo o mínimo, es que se anule su primera derivada. Para diferenciar los máximos de los mínimos, se recurre a la segunda derivada: si es negativa para los valores que anulan la primera se trata de un máximo y, si es positiva, de un mínimo.

$f''(x) = 12x - 6.$

$f''(-1) = 12 \cdot (-1) - 6 = -12 - 6 = -18 < 0 \Rightarrow Máximo\ para\ x = -1.$

$f(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 - 12 \cdot (-1) - 7 = -2 - 3 + 12 - 7 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{Máximo: A(-1, 0)}.$

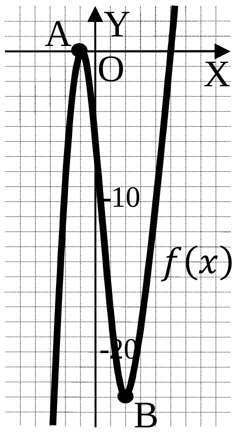
$f''(2) = 12 \cdot 2 - 6 = 24 - 6 = 18 > 0 \Rightarrow Mínimo\ para\ x = 2.$

$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - 7 = 16 - 12 - 24 - 7 = 16 - 43 < -23 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{Mínimo: B(2, -23)}.$

$c)$

La representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



****

2ª) Sea a un parámetro real. Consideramos el sistema $\begin{cases} ax+y+2az=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+z=a \end{cases}$.

$a)$ ¿Para qué valores del parámetro a el sistema es compatible y determinado?

$b)$ Calcular la solución para $a=1$.

$a)$

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} a & 1 & 2a \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} a & 1 & 2a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} a & 1 & 2a \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=a^2+2a+1-2a^2-a-1=-a^2+a=$$

$$=-a(a-1)=0 \Rightarrow a_1=0, a_2=1.$$

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a\neq 0 \\ a\neq 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M=Rang\ M'=3=nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$Para\ a=0 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=1+1=2\neq 0 \Rightarrow Rang\ M'=3.$$

$$\underline{Para\ a=0 \Rightarrow Rang\ A=2;\ Rang\ A'=3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.}$$

$$Para\ a=1 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M'=2$$

$$\underline{Para\ a=1 \Rightarrow Rang\ M=Rang\ M'=2<nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

$b)$

Para $a=1$ el sistema resulta: $\left.\begin{matrix} x+y+2z=1 \\ x+y+z=1 \\ x+y+z=1 \end{matrix}\right\}$, equivalente a $\left.\begin{matrix} x+y+2z=1 \\ x+y+z=1 \end{matrix}\right\}$,

que es compatible indeterminado.

De la observación del sistema se deduce que $z = 0$. Haciendo $y = \lambda$:

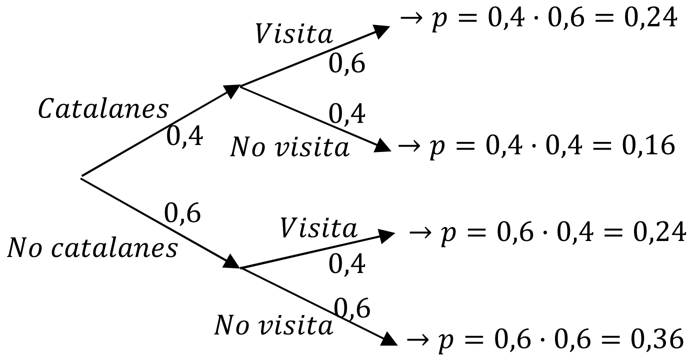
$$\underline{Solución: x = 1 - \lambda, y = \lambda, z = 0, \forall \lambda \in R.}$$

****

3ª) Durante la pasada Semana Santa el 40 % de los turistas nacionales que visitaron Logroño procedían de Cataluña. El 60 % de los turistas catalanes visitó alguna bodega y el 40 % de los turistas de otras comunidades también lo hizo.

a) Calcula el porcentaje de turistas nacionales (no catalanes) que visitó una bodega.

b) Se sabe que un determinado turista no visitó una bodega, calcula la probabilidad de que fuese catalán.



a)

$$P = P(\overline{C} \cap V) = P(\overline{C}) \cdot P(V/\overline{C}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = \underline{0{,}48}.$$

b)

$$P = P(C/\overline{V}) = \frac{P(C \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \frac{P(C) \cdot P(\overline{V}/C)}{P(C) \cdot P(\overline{V}/C) + P(\overline{C}) \cdot P(\overline{V}/\overline{C})} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}4}{0{,}4 \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}6} = \frac{0{,}16}{0{,}16 + 0{,}36} =$$

$$= \frac{0{,}16}{0{,}52} = \underline{0{,}3077}.$$

****

Parte 2

Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

4ª) Cierta empresa fabrica puertas y ventanas. Las instalaciones de la empresa imponen las siguientes restricciones sobre la producción diaria:

1 El número de puertas realizadas debe ser mayor o igual al número de ventanas, pero nunca puede superar su doble.

2 La empresa puede fabricar, entre puertas y ventanas, un máximo de 900 unidades diarias, y el número de puertas debe ser al menos de 400 unidades.

Con estos datos, se pide:

a) Plantea el conjunto de restricciones y dibuja la región factible asociada con ellas.

b) Si el precio de venta de las puertas es de cien euros la unidad y el de las ventanas es de ciento veinte euros, ¿cómo debe ser la producción de la empresa para maximizar los ingresos diarios?

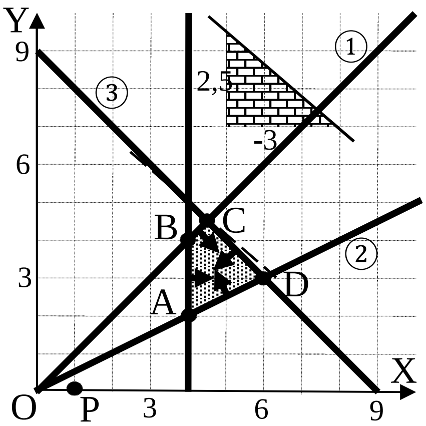
----

a)

Sean x e y el número de puertas y ventanas que se fabrica la empresa al día, respectivamente.

Las restricciones del ejercicio son: $\left.\begin{array}{r} x \geq y \\ x \leq 2y \\ x + y \leq 9 \\ x \geq 400 \end{array}\right\}.$

La región factible se indica sombreada en la figura adjunta.



$① \Rightarrow x \geq y \Rightarrow y \leq x \Rightarrow$
$\Rightarrow P(1,0) \rightarrow Si.$

x	0	900
y	0	900

$② \Rightarrow x \leq 2y \Rightarrow y \geq \frac{x}{2} \Rightarrow$
$P(1,0) \rightarrow No.$

x	0	600
y	0	300

$③ \Rightarrow x + y \leq 900 \Rightarrow y = 900 - x \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	900	0
y	0	900

b)

Los vértices de la zona factible son los siguientes:

$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 4 \\ x = 2y \end{array}\right\} \Rightarrow A(400, 200).$ $\qquad B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 4 \\ x = y \end{array}\right\} \Rightarrow B(400, 400).$

$$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = y \\ x + y = 900 \end{array}\right\} \Rightarrow C(450, 450). \quad D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 2y \\ x + y = 900 \end{array}\right\} \Rightarrow D(600, 300).$$

La función de objetivos es la siguiente: $f(x, y) = 100x + 120y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$$A \Rightarrow f(400, 200) = 100 \cdot 400 + 120 \cdot 200 = 40.000 + 24.000 = 64.000.$$

$$B \Rightarrow f(400, 400) = 100 \cdot 400 + 120 \cdot 400 = 40.000 + 48.000 = 88.000.$$

$$C \Rightarrow f(450, 450) = 100 \cdot 450 + 120 \cdot 450 = 45.000 + 54.000 = 99.000.$$

$$D \Rightarrow f(600, 300) = 100 \cdot 600 + 120 \cdot 300 = 10.000 + 36.000 = 46.000.$$

El máximo se produce en el punto C.

También se hubiera obtenido el punto C por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x, y) = 100x + 120y = 0 \Rightarrow y = -\frac{100}{120}x = -\frac{5}{6}x = -\frac{2,5}{3}x \Rightarrow \boldsymbol{m} = -\frac{\mathbf{2,5}}{\mathbf{3}}.$$

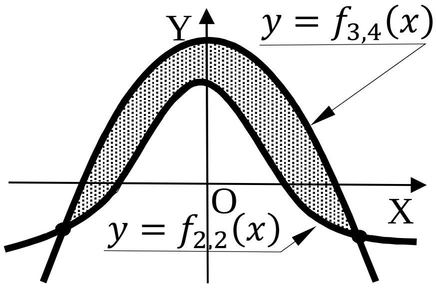
$$\underline{Máximo\ beneficio\ fabricando\ al\ día\ 450\ puertas\ y\ 450\ ventanas.}$$

$$\underline{El\ beneficio\ máximo\ diario\ es\ de\ 99.000\ euros.}$$

****

5ª) Sea la función $f_{a,b}(x) = x^2(x^2 - 2a) + b$, donde a y b son parámetros reales.

a) Consideramos las curvas $y = f_{a,b}(x)$ e $y = f_{2,2}(x)$. Determinar el área de la región limitada por ambas curvas. Dicha región aparece sombreada en la siguiente figura.



b) Calcula $\lim_{x \to 4} \frac{f_{8,0}(x)}{x-4}$.

----

a)

$$y = f_{3,4}(x) = x^2(x^2 - 2 \cdot 3) + 4 = x^4 - 6x^2 + 4.$$

$$y = f_{2,2}(x) = x^2(x^2 - 2 \cdot 2) + 2 = x^4 - 4x^2 + 2.$$

Los puntos de corte de las dos funciones tienen por abscisas las soluciones de la ecuación que determinan la igualación de sus expresiones:

$$f_{3,4}(x) = f_{2,2}(x) \Rightarrow x^4 - 6x^2 + 4 = x^4 - 4x^2 + 2;\ \ 2x^2 = 2;\ \ x^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1.$$

Por ser las ordenadas de la función $y = f_{3,4}(x)$ mayores que las correspondientes ordenadas de la función $y = f_{2,2}(x)$ en el intervalo del área a calcular, la superficie pedida es la siguiente, teniendo en cuenta que ambas funciones son simétricas con respecto al eje de ordenadas, por ser ambas funciones pares:

$$S = \int_{-1}^{1} \left[f_{3,4}(x) - f_{2,2}(x)\right] \cdot dx = 2 \cdot \int_{0}^{1} \left[f_{3,4}(x) - f_{2,2}(x)\right] \cdot dx =$$

$$= 2 \cdot \int_0^1 [(x^4 - 6x^2 + 4) - (x^4 - 4x^2 + 2)] \cdot dx = 2 \cdot \int_0^1 (-2x^2 + 2) \cdot dx =$$

$$= 2 \cdot \left[-\frac{2x^3}{3} + 2x\right]_0^1 = 2 \cdot \left[\left(-\frac{2 \cdot 1^3}{3} + 2 \cdot 1\right) - 0\right] = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3} + 2\right) = 2 \cdot \frac{4}{3} = \underline{\frac{8}{3}\ u^2}.$$

b)

$$\lim_{x \to 4} \frac{f_{8,0}(x)}{x-4} = \lim_{x \to 4} \frac{x^2(x^2 - 2 \cdot 8) + 0}{x-4} = \lim_{x \to 4} \frac{x^4 - 16x^2}{x-4} = \lim_{x \to 4} \frac{x^2(x^2 - 16)}{x-4} = \frac{16(16-16)}{4-4} = \frac{0}{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Indet. \Rightarrow \lim_{x \to 4} \frac{x^2(x+4)(x-4)}{x-4} = \lim_{x \to 4} [x^2(x+4)] = 4^2 \cdot (4+4) = 16 \cdot 8 = \underline{128}.$$

****

6ª) Andoni, el cocinero jefe del afamado restaurante El Caracol Vertiginoso, tiene a su disposición diez botellas de aceite indistinguibles en una estantería. Hay dos botellas que contienen aceite elaborado con aceitunas de la variedad arbequina, tres con aceite hecho a partir de la variedad picual y cinco cuyo aceite se ha obtenido mezclando aceitunas de distintas variedades. Esta mañana Andoni ha elaborado tres platos en cuya elaboración era necesaria aceite. Para hacer cada uno de ellos ha tomado una botella de la estantería de manera aleatoria e inmediatamente la ha devuelto.

a) Determinar la probabilidad de que en algún plato haya usado aceite elaborado con aceitunas de la variedad picual.

b) Determinar la probabilidad de que para elaborar los tres platos haya usado los tres tipos de aceite disponibles.

$$P(A) = 0{,}2;\ \ P(P) = 0{,}3;\ \ P(M) = 0{,}5.$$

a)

El suceso contrario a que "utilice aceite picual en alguno de los tres platos" es que "no utilice picual en ninguno de los tres platos":

$$P = 1 - P(\overline{P}) \cdot P(\overline{P}) \cdot P(\overline{P}) = 1 - 0{,}8^3 = 1 - 0{,}512 = \underline{0{,}488}.$$

b)

Los casos posibles de utilización de los tres tipos de aceite en los tres platos son los siguientes: $AMP\ \ APM\ \ MAP\ \ MPA\ \ PAM\ \ PMA$, que son $P3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Como los seis sucesos son equiprobables:

$$P = 6 \cdot (0{,}2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}5) = 6 \cdot 0{,}030 = \underline{0{,}18}.$$

****

OPCIÓN B

Parte 1

Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación.

1ª) Sea $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función dada.

b) Determina los extremos relativos de la función.

c) Utilizando la información de los apartados anteriores, haz una representación gráfica aproximada de la función.

2ª) Sea a un parámetro real. Consideramos el sistema $\begin{cases} ax + y + 2az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + z = a \end{cases}$.

a) ¿Para qué valores del parámetro a el sistema es compatible y determinado?

b) Calcular la solución para $a = 1$.

3ª) Durante la pasada Semana Santa el 40 % de los turistas nacionales que visitaron Logroño procedían de Cataluña. El 60 % de los turistas catalanes visitó alguna bodega y el 40 % de los turistas de otras comunidades también lo hizo.

a) Calcula el porcentaje de turistas nacionales que visitó una bodega.

b) Se sabe que un determinado turista no visitó una bodega, calcula la probabilidad de que fuese catalán.

(Resueltos en la OPCIÓN A)

Parte 2

Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

4ª) Considera la matriz $A = \begin{bmatrix} 5-3a & 2-a \\ 2(2-a) & 1-a \end{bmatrix}$.

a) Determinar los valores de a para los que existe la matriz inversa A^{-1}.

b) Tomando $a = -2$, determinar una matriz X tal que $4 \cdot A \cdot X = A^t + A^2$.
(Nota: A^t indica la matriz traspuesta de la matriz A)

----

a)

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 5-3a & 2-a \\ 2(2-a) & 1-a \end{vmatrix} = (5-3a)(1-a) - 2(2-a)^2 =$$

$$= 5 - 5a - 3a + 3a^2 - 2 \cdot (4 - 4a + a^2) = 3a^2 - 8a + 5 - 8 + 8a - 2a^2 =$$

$$= a^2 - 3 = 0 \Rightarrow a_1 = -\sqrt{3}, a_2 = \sqrt{3}.$$

$$\underline{La\ matriz\ A\ es\ invertivle\ \forall a \in R - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}.}$$

$b)$

Para $a = -2$ es $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

$$4 \cdot A \cdot X = A^t + A^2 = M;\ \ 4 \cdot A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot M;\ \ 4I \cdot X = A^{-1} \cdot M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{X = \tfrac{1}{4} \cdot A^{-1} \cdot M.}$$

$$M = A^t + A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 33 & 8 \\ 16 & 41 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 32 & 16 \\ 20 & 44 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 11 \end{pmatrix} = M.$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 32 = -35. \quad A^t = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$Adj.de\ A^t = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}. \qquad A^{-1} = \frac{Adj.de\ A^t}{|A|} = -\frac{1}{35} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}.$$

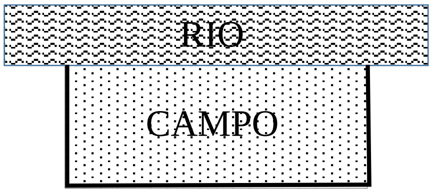
Sustituyendo los valores obtenidos de $M\ y\ A^{-1}$ en la expresión de X:

$$X = \frac{1}{4} \cdot A^{-1} \cdot M = \frac{1}{4} \cdot \left[-\frac{1}{35} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}\right] \cdot \left[4 \cdot \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 11 \end{pmatrix}\right] = -\frac{1}{35} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -32 \\ -69 & -43 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \frac{1}{35} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 32 \\ 69 & 43 \end{pmatrix}.}$$

****

5ª) Deseamos construir un campo rectangular que debe tener un área de 3.200 m^2. Dicho campo está ubicado a lo largo de un río y no es necesario cercar el lado situado a lo largo de la orilla. (Los lados que se deben cercar aparecen con raya gruesa en la figura adjunta).

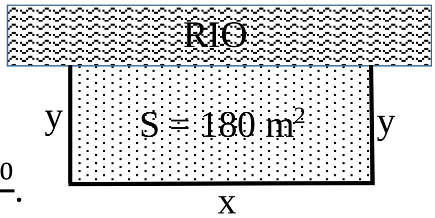


a) ¿Cuáles habrán de ser las dimensiones del campo para que se necesite el mínimo posible de metros de cerca?

b) Determinar el coste de construcción del cercado si cada metro construido perpendicular al río tiene un coste de 500 euros y cada metro paralelo al río cuesta 400 euros.

----

a)



$$S = x \cdot y = 3.20 \rightarrow y = \frac{3.200}{x}.$$

$$Perímetro = P = x + 2y = x + \frac{6.400}{x} = \frac{x^2 + 6.400}{x}.$$

Para que el perímetro sea mínimo es condición necesaria que se anule su primera derivada:

$$P'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2 + 6.400)}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 - 6.400}{x^2} = \frac{x^2 - 6.400}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 6.400 = 0;$$

$$x = \pm\sqrt{6.400} \Rightarrow x_1 = -80, x_2 = 80.$$

Por ser x una longitud, la solución $x = -80$ carece de sentido lógico, por lo cual, la solución es $x = 80$.

$$y = \frac{6.400}{x} = \frac{6.400}{80} = 80.$$

$$\underline{El\ lado\ paralelo\ al\ rio\ mide\ 80\ m\ y\ los\ otro\ lados\ miden\ 40\ m}.$$

b)

$$Coste = 2 \cdot 40 \cdot 500 + 800 \cdot 400 = 40.000 + 32.000 = 72.000.$$

$$\underline{El\ coste\ de\ la\ construcción\ es\ de\ 72.000\ euros}.$$

****

6ª) Se conoce como grado de la uva al vendimiar el contenido en azúcares de la misma. Durante la última vendimia en Rioja Alta se ha detectado que el grado de la uva de los viñedos de la zona sigue una distribución normal con una desviación típica de 1,5 grados.

a) Si al tomar una muestra de 64 viñedos se ha obtenido una media de 13 grados, determinar un intervalo de confianza al 85 % para la media del grado alcohólico.

b) ¿Cuál habrá sido el tamaño y la media de una muestra cuyo intervalo de confianza al 90 % para la media del grado alcohólico ha sido $(12{,}225; 12{,}775)$.

----

a)

Nivel de confianza del 85 %.

$1-\alpha=0{,}85 \rightarrow \alpha=1-0{,}85=0{,}15 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0{,}075}=\mathbf{1{,}44}$.

$(1-0{,}075=0{,}9250 \rightarrow z=1{,}44)$.

Datos: $\overline{x}=13;\ n=64;\ \sigma=1{,}5;\ z_{\frac{\alpha}{2}}=1{,}44$.

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma\ y\ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$\left(13-1{,}44\cdot\frac{1{,}5}{\sqrt{64}};\ 13+1{,}44\cdot\frac{1{,}5}{\sqrt{64}}\right)$;

$(13-1{,}44\cdot 0{,}1875;\ 13+1{,}44\cdot 0{,}1875)$; $(13-0{,}27;\ 13+0{,}27)$

$$\underline{I.C._{85\ \%}\ (12{,}73;\ 13{,}27).}$$

b)

$1-\alpha=0{,}90 \rightarrow \alpha=1-0{,}90=0{,}10 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0{,}05}=\mathbf{1{,}645}$.

$(1-0{,}05=0{,}9500 \rightarrow z=1{,}645)$.

La media muestral es: $\overline{x}=\frac{12{,}775+12{,}225}{2}=\frac{25}{2}=\underline{12{,}5}$.

El error máximo es: $E=\frac{12{,}775-12{,}225}{2}=\frac{0{,}55}{2}=0{,}275$.

Datos: $\sigma=1{,}5;\ z_{\frac{\alpha}{2}}=1{,}645;\ E=0{,}275$.

Siendo $E=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n}=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{E} \Rightarrow n=\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=\left(1{,}645\cdot\frac{1{,}5}{0{,}275}\right)^2=$

$=(1{,}645\cdot 5{,}4545)^2=8{,}9727^2=80{,}51$.

$\underline{La\ media\ es\ 12{,}5\ gramos\ y\ el\ tamaño\ mínimo\ es\ de\ 81\ viñedos}.$

****