PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

JUNIO – 2018

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta sólo una de las dos opciones propuestas (OCIÓN A/OPCIÓN B). No está permitido el uso de calculadoras gráficas o programables.

OPCIÓN A

Parte 1

Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación.

1º) Consideramos la función $f(x)=\frac{x(x+a)}{x^2-4}$, donde a es un cierto parámetro real.

a) Determina el valor de a si la recta tangente en $x=0$ es paralela a la recta de ecuación $y=\frac{x}{4}+2.018$. Dar la ecuación de la recta tangente en $x=0$ para el valor obtenido de a.

b) Tomando $a=2$, determinar las asíntotas de $f(x)$.

----

a)

La pendiente de la recta tangente a una función en un punto es igual al valor de su primera derivada en ese punto.

$$f'(x)=\frac{[1\cdot(x+a)+x\cdot 1]\cdot(x^2-4)-x(x+a)\cdot 2x}{(x^2-4)^2}=\frac{(2x+a)\cdot(x^2-4)-2x^2\cdot(x+a)}{(x^2-4)^2}=$$

$$=\frac{2x^3-8x+ax^2-4a-2x^3-2ax^2}{(x^2-4)^2}=\frac{-8x-ax^2-4a}{(x^2-4)^2}=\frac{-ax^2-8x-4a}{(x^2-4)^2}.$$

$$m=f'(0)=\frac{-4a}{(-4)^2}=-\frac{a}{4}.$$

La pendiente de la recta $y=\frac{x}{4}+2.018\ es\ m=\frac{1}{4}$.

$$-\frac{a}{4}=\frac{1}{4}\ \Rightarrow\ \underline{a=-1}.$$

$b)$

Para $a = 2$ es $f(x) = \frac{x(x+2)}{x^2-4} = \frac{x^2+2x}{x^2-4}$.

Asíntotas horizontales: son de la forma $y = k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k = \lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+2x}{x^2-4} = 1.$$

$$\underline{La\ recta\ y = 1\ es\ asíntota\ horizontal\ de\ la\ función.}$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacer que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2.$$

$$\underline{Las\ rectas\ x = -2\ y\ x = 2\ son\ asíntotas\ verticales.}$$

No tiene asíntotas oblicuas por ser incompatibles con las asíntotas horizontales.

****

2º) La productora cinematográfica Filmtropía va a rodar tres películas familiares en los próximos meses. En cada una de ellas debe contratar actores, actrices e intérpretes infantiles. Cada día de rodaje tiene presupuestada una cantidad fija de dinero para el pago de honorarios a los intérpretes. El número de actores y actrices es conocido pero el número de intérpretes infantiles es un valor t que puede variar. Las retribuciones de los actores y actrices se fijarán en función del número de intérpretes infantiles que se contraten. La distribución de intérpretes por película y el presupuesto diario aparecen en la tabla adjunta.

	Película 1	Película 2	Película 3
Actores	2	4	2
Actrices	1	4	3
Intérpretes infantiles	t	$3t-2$	$2t-1$
Presupuesto diario (miles de euros)	17	40	27

a) Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar los honorarios de cada intérprete por día de trabajo.

b) Determinar dichos honorarios.

c) Como criterio para fijar el número de intérpretes infantiles se ha decidido que los actores y actrices deben cobrar lo mismo por cada día de trabajo. ¿Cuál será el número de intérpretes infantiles de cada película?

----

a)

Sean x, y, z los salarios diarios de actores, actrices e intérpretes infantiles que contrata la productora, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce de la tabla es el siguiente:

$$\underline{\left.\begin{array}{r} 2x+y+tz=17 \\ 4x+4y+(3t-2)z=40 \\ 2x+3y+(2t-1)z=27 \end{array}\right\}}.$$

b)

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 17 & 1 & t \\ 40 & 4 & 3t-2 \\ 27 & 3 & 2t-1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & t \\ 4 & 4 & 3t-2 \\ 2 & 3 & 2t-1 \end{vmatrix}}=\frac{68(2t-1)+120t+27(3t-2)-108t-51(3t-2)-40(2t-1)}{8(2t-1)+12t+2(3t-2)-8t-6(3t-2)-4(2t-1)}=$$

$$=\frac{28(2t-1)+12t-24(3t-2)}{4(2t-1)+4t-4(3t-2)}=\frac{7(2t-1)+3t-6(3t-2)}{(2t-1)+t-(3t-2)}=\frac{14t-7+3t-18t+12}{2t-1+t-3t+2}=\frac{5-t}{1}=t-5.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 17 & t \\ 4 & 40 & 3t-2 \\ 2 & 27 & 2t-1 \end{vmatrix}}{1} = \frac{80(2t-1)+108t+34(3t-2)-80t-54(3t-2)-68(2t-1)}{1} =$$

$$= 12(2t-1) + 28t - 20(3t-2) = 24t - 12 + 28t - 60t + 40 = 28 - 8t.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 17 \\ 4 & 4 & 40 \\ 2 & 3 & 27 \end{vmatrix}}{1} = 216 + 204 + 80 - 136 - 240 - 108 = 500 - 484 = 16.$$

$c)$

$$t + (3t-2) + (2t-1) = t + 3t - 2 + 2t - 1 = 6t - 3.$$

Considerando w el sueldo de actores y actrices, el sistema resultante es el siguiente: $\left.\begin{array}{r} 3w + t = 17 \\ 8w + 3t - 2 = 40 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 3w + t = 17 \\ 8w + 3t = 42 \end{array}\right\}.$

$$\left.\begin{array}{r} -24w - 8t = -136 \\ 24w + 9t = 126 \end{array}\right\} \Rightarrow t = -10.$$

$\underline{En\ la\ 1^{a}\ película\ actuaron\ 10\ infantiles, en\ la\ 2^{a}\ 28\ y\ en\ la\ 3^{a}, 19}.$

****

3º) En una fábrica de calzado de Arnedo, la producción diaria de pares de zapatos sigue una distribución normal con una desviación típica de 200 pares.

a) Si la media de la producción fuese de 1.200 pares de zapatos, ¿cuál sería la probabilidad de que la producción media de una muestra de 36 días superase los 1.225 pares de zapatos?

b) Si una muestra de 100 días de trabajo en la fábrica tiene una media de 1.180 pares de zapatos, determinar un intervalo de confianza al 85 % para la media de la producción.

----

a)

$Datos$: $\mu = 1.200;\ \ n = 36;\ \ \sigma = 200.$

$$X \to N\left(\mu;\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(1.200;\ \frac{200}{\sqrt{36}}\right) = N\left(1.200;\ \frac{100}{3}\right).$$

Tipificando la variable: $Z = \frac{X-1.200}{\frac{100}{3}}$.

$$P = P(Z \geq 1.225) = P\left(Z \geq \frac{1.225-1.200}{\frac{100}{3}}\right) = P\left(Z \geq \frac{75}{100}\right) = P(Z \geq 0{,}75) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = \underline{0{,}2266}.$$

b)

Para un nivel de confianza del 85 % es:

$1 - \alpha = 0{,}85\ \rightarrow\ \alpha = 1 - 0{,}85 = 0{,}15\ \rightarrow\ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}075} = 1{,}44.$
$1 - 0{,}0750 = 0{,}9250\ \rightarrow z = 1{,}44).$

Datos: $n = 100;\ \ \overline{x} = 1.180;\ \ \sigma = 200;\ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}44.$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma\ y\ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$$\left(1.180 - 1{,}44 \cdot \frac{200}{\sqrt{100}};\ 1.180 + 1{,}44 \cdot \frac{200}{\sqrt{100}}\right);$$

$(1.180 - 1{,}44 \cdot 10;\ 1.180 + 1{,}44 \cdot 10);\ \ (1.180 - 14{,}4;\ 1.180 + 14{,}4).$

$$\underline{I.C._{85\ \%} = (1.165{,}6;\ 1.194{,}4).}$$

****

Parte 2

Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación.

4º) Consideramos un rectángulo cuyos lados miden $x\ e\ y$.

a) Encontrar el rectángulo de perímetro mínimo, si las longitudes de los lados del rectángulo verifican la relación $x \cdot y^2 = 4$.

b) Encontrar el rectángulo de área máxima, si las longitudes de los lados del rectángulo verifican la relación $x + 3y^2 = 1$.

----

a)

$$x \cdot y^2 = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{y^2}.$$

$$P = 2x + 2y \Rightarrow P(y) = 2 \cdot \frac{4}{y^2} + 2y = \frac{8}{y^2} + 2y \Rightarrow Mín.$$

$$P'(y) = \frac{-8 \cdot 2y}{y^4} + 2 = -\frac{16}{y^3} + 2.$$

$$P'(y) = 0 \Rightarrow -\frac{16}{y^3} + 2 = 0;\ \ \frac{8}{y^3} = 1;\ \ y^3 = 8 \Rightarrow y = 2.$$

$$P''(y) = -\frac{-16 \cdot 3y^2}{y^6} = +\frac{48}{y^4}. \qquad P''(2) = +\frac{48}{2^4} > 0 \Rightarrow Mín. para\ y = 2.$$

$$x = \frac{4}{y^2} = \frac{4}{2^2} = \frac{4}{4} = 1.$$

$$\underline{Las\ dimensiones\ del\ rectángulo\ son\ 1\ y\ 2\ unidades.}$$

b)

$$x + 3y^2 = 1 \Rightarrow x = 1 - 3y^2.$$

$$S = x \cdot y \Rightarrow S(y) = (1 - 3y^2) \cdot y = y - 3y^3 \Rightarrow Máximo.$$

$$S'(y) = 1 - 9y^2.$$

$$S'(y) = 0 \Rightarrow 1 - 9y^2 = 0;\ \ y^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow y = \frac{1}{3}.$$

$$S''(y) = -18y. \qquad S''\left(\tfrac{1}{3}\right) = -18 \cdot \frac{1}{3} = -6 < 0 \Rightarrow Máx. para\ y = \frac{1}{3}.$$

$$x = 1 - 3y^2 = 1 - 3 \cdot \frac{1}{9} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\underline{Las\ dimensiones\ del\ rectángulo\ son\ \frac{1}{3}\ y\ \frac{2}{3}\ unidades.}$$

$**********$

5º) Consideramos la matriz $A = \begin{bmatrix} 3a+2 & 2(a+1) \\ -(a+1) & -1 \end{bmatrix}$.

$a)$ Determinar los valores de a para los que existe la matriz inversa A^{-1}.

$b)$ Tomando $a = 1$, determinar una matriz X tal que $A \cdot X = 3A^t + A - 3 \cdot I_2$.

Nota: A^t indica la matriz traspuesta de A e I_2 la matriz identidad de orden dos.

$a)$

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 3a+2 & 2(a+1) \\ -(a+1) & -1 \end{vmatrix} = -3a - 2 + 2(a+1)^2 =$$

$$= -3a - 2 + 2(a^2 + 2a + 1) = -3a - 2 + 2a^2 + 4a + 2 = 2a^2 + a = 0;$$

$$a(2a+1) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = -\tfrac{1}{2}.$$

$$\underline{La\ matriz\ A\ es\ invertible\ \forall a \in R - \left\{0, -\tfrac{1}{2}\right\}}.$$

$b)$

Para $a = 1$ es $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot X = 3A^t + A - 3 \cdot I_2; \;\; A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (3A^t + A - 3 \cdot I_2);$$

$$I \cdot X = A^{-1} \cdot (3A^t + A - 3 \cdot I_2) \Rightarrow \underline{X = A^{-1} \cdot (3A^t + A - 3 \cdot I_2)}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}; \;\; |A| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -5 + 8 = 3; \;\; A^t = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$Adj.\,de\ A^t = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \tfrac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$3A^t + A - 3 \cdot I_2 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 15 & -6 \\ 12 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -2 \\ 10 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \cdot (3A^t + A - 3 \cdot I_2) = \tfrac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 17 & -2 \\ 10 & -7 \end{pmatrix} = \tfrac{1}{3}\begin{pmatrix} -57 & 30 \\ 84 & -39 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} -19 & 10 \\ 28 & -13 \end{pmatrix}}.$$

****

6º) De los habitantes de Logroño se sabe que tres cuartas partes han visitado en alguna ocasión San Sebastián y tres quintas partes han estado alguna vez en Zaragoza. Además, un cuarenta por ciento de los logroñeses reconoce haber visitado ambas ciudades.

a) Si mi amigo Juan, que es de Logroño, me ha dicho que el otro día estuvo comiendo en San Sebastián, ¿cuál es la probabilidad de que haya estado también en Zaragoza en alguna ocasión?

b) Luís, otro amigo mío de Logroño, es de poco viajar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya visitado ninguna de las dos ciudades?

$$Datos:\ P(Ss) = 0{,}75;\ \ P(Z) = 0{,}60;\ \ P(Ss \cap Z) = 0{,}40.$$

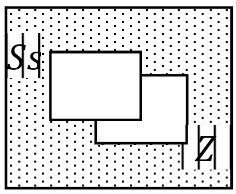
a)

$$P = P(Z/Ss) = \frac{P(Ss \cap Z)}{P(Ss)} = \frac{0{,}40}{0{,}75} = \underline{0{,}5333}.$$

b)

$$P(Ss \cup Z) = P(Ss) + P(Z) - P(Ss \cap Z) =$$

$$0{,}75 + 0{,}6 - 0{,}4 = 0{,}95.$$



$\overline{Ss} \cap \overline{Z} = 1 - (Ss \cup Z)$

$$P = P\left(\overline{Ss} \cap \overline{Z}\right) = 1 - P(Ss \cup Z) =$$

$$= 1 - 0{,}95 = \underline{0{,}05}.$$

****

OPCIÓN B

Parte 1

Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación.

1º) Consideramos la función $f(x)=\frac{x(x+a)}{x^2-4}$, donde a es un cierto parámetro real.

a) Determina el valor de a si la recta tangente en $x=0$ es paralela a la recta de ecuación $y=\frac{x}{4}+2.018$. Dar la ecuación de la recta tangente en $x=0$ para el valor obtenido de a.

b) Tomando $a=2$, determinar las asíntotas de $f(x)$.

2º) La productora cinematográfica Filmtropía va a rodar tres películas familiares en los próximos meses. En cada una de ellas debe contratar actores, actrices e intérpretes infantiles. Cada día de rodaje tiene presupuestada una cantidad fija de dinero para el pago de honorarios a los intérpretes. El número de actores y actrices es conocido pero el número de intérpretes infantiles es un valor t que puede variar. La retribuciones de los actores y actrices se fijarán en función del número de intérpretes infantiles que se contraten. La distribución de intérpretes por película y el presupuesto diario aparecen en la tabla adjunta.

	Quiosco 1	Quiosco 2	Quiosco 3
Actores	2	4	2
Actrices	1	4	3
Intérpretes infantiles	t	$3t-2$	$2t-1$
Presupuesto diario (miles de euros)	17	40	27

a) Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar los honorarios de cada intérprete por día de trabajo.

b) Determinar dichos honorarios.

c) Como criterio para fijar el número de intérpretes infantiles se ha decidido que los actores y actrices deben cobrar lo mismo por cada día de trabajo. ¿Cuál será el número de intérpretes infantiles de cada película?

3º) En una fábrica de calzado de Arnedo, la producción diaria de pares de zapatos sigue una distribución normal con una desviación típica de 200 pares.

a) Si la media de la producción fuese de 1.200 pares de zapatos, ¿cuál sería la probabilidad de que la producción media de una muestra de 36 días superase los 1.225 pares de zapatos?

b) Si una muestra de 100 días de trabajo en la fábrica tiene una media de 1.180 pares de zapatos, determinar un intervalo de confianza al 85 % para la media de la producción.

(RESUELTOS EN LA OPCIÓN A)

<u>Parte 2</u>

Responde a <u>dos de las tres preguntas</u> que se plantean a continuación.

4º) Consideremos la función $f(x)=\begin{cases} -ax^3+6bx^2-3x, & x<-1 \\ ax+b, & -1\le x\le 1 \\ -ax^3-4bx^2-3x, & x>1 \end{cases}$ con a y b dos parámetros reales .

a) ¿Para qué valores de a y b es continua la función dada?

b) Tomando $a=1$ y $b=-1$, calcular la integral definida $I=\int_0^3 f(x)\cdot dx$.

----

a)

La función $f(x)$ es continua en R, excepto para $x=-1$ y $x=1$, cuya continuidad es dudosa y se van a determinar los valores reales de a y b para que lo sea.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$Para\ x=-1 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}(-ax^3+6bx^2-3x)=a+6b+3 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}(ax+b)=-a+b=f(-1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -1^-} f(x)=\lim_{x\to -1^+} f(x)=f(-1)\Rightarrow a+6b+3=-a+b;\ \ 2a+5b=-3.$$

$$Para\ x=1 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(ax+b)=a+b=f(1) \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(-ax^3-4bx^2-3x)=-a-4b-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=f(1)\Rightarrow a+b=-a-4b-3;\ \ 2a+5b=-3.$$

$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ continua\ en\ su\ dominio\ \forall a,b\in R.}$$

b)

Para $a=1$ y $b=-1$ la función es $f(x)=\begin{cases} -x^3-6x^2-3x, & x<-1 \\ x-1, & -1\le x\le 1 \\ -x^3+4x^2-3x, & x>1 \end{cases}$.

$$I=\int_0^3 f(x)\cdot dx=\int_0^1 (x-1)\cdot dx+\int_1^3 f(-x^3+4x^2-3x)\cdot dx=$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_0^1 + \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right]_1^3 =$$

$$= \left(\frac{1^2}{2} - 1\right) - 0 + \left(-\frac{3^4}{4} + \frac{4\cdot 3^3}{3} - \frac{3\cdot 3^2}{2}\right) - \left(-\frac{1^4}{4} + \frac{4\cdot 1^3}{3} - \frac{3\cdot 1^2}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - 1 - \frac{81}{4} + 36 - \frac{27}{2} + \frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = 35 - \frac{23}{2} - 40 - \frac{4}{3} = -5 - \frac{23}{2} - \frac{4}{3} =$$

$$= -\frac{30+69+8}{6} = -\frac{107}{6}.$$

$$\underline{I = \int_0^3 f(x)\cdot dx = -\frac{107}{6}}.$$

****

5º) Sean $\begin{cases} 3(y-2) \leq x \leq 2y \\ 2(2-y) \leq x \leq 6-y \end{cases}$ las restricciones asociadas a un cierto problema de optimización.

a) Dibujar la región factible asociada a las restricciones dadas, indicando claramente los vértices de la misma.

b) ¿Cuál es máximo de la función $f(x,y) = 3x + y$ en la región factible?

c) Si a es un cierto valor real positivo y sabemos que el máximo de la función $g(x,y) = ax + 3y$ en la región factible es 15, ¿cuál es el valor de a?

----

a)

Las restricciones se pueden expresar de la forma:

$$\left.\begin{array}{r} 3y-6 \leq x \\ x \leq 2y \\ 4-2y \leq x \\ x \leq 6-y \end{array}\right\} \text{ o mejor: } \left.\begin{array}{r} x-3y \geq -6 \\ x-2y \leq 0 \\ x+2y \geq 4 \\ x+y \leq 6 \end{array}\right\}.$$

① $\Rightarrow x - 3y \geq -6 \Rightarrow y \leq \frac{x+6}{3} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	0	6
y	2	4

② $\Rightarrow x - 2y \leq 0 \Rightarrow y \geq \frac{x}{2} \Rightarrow P(2,0) \rightarrow No.$

x	0	6
y	0	3

③ $\Rightarrow x + 2y \geq 4 \Rightarrow y \geq \frac{4-x}{2} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow No.$

x	0	4
y	2	0

④ $\Rightarrow x + y \leq 6 \Rightarrow y \leq 6 - x \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

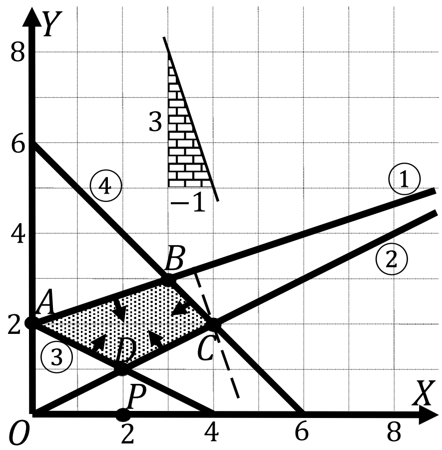
x	0	6
y	6	0

La zona factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

b)

La función de objetivos es $f(x,y) = 3x + y$.

Los vértices de la zona factible son los siguientes:



$$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-3y=-6 \\ x+2y=4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -x+3y=6 \\ x+2y=4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 5y = 10;\ \ y = 2;\ \ x + 4 = 4;\ \ x = 0 \Rightarrow A(0,2).$

$$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-3y=-6 \\ x+y=6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -x+3y=6 \\ x+y=6 \end{array}\right\} \Rightarrow 4y = 12;\ \ y = 3 \Rightarrow B(3,3).$$

$$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x - 2y = 0 \\ x + y = 6 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} -x + 2y = 0 \\ x + y = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow 3y = 6;\ \ y = 2 \Rightarrow C(4, 2).$$

$$D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x = 4;\ \ x = 2;\ \ 2 + 2y = 4;\ \ y = 1 \Rightarrow D(2, 1).$$

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0, 2) = 3 \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2.$

$B \Rightarrow f(3, 3) = 3 \cdot 3 + 3 = 9 + 3 = 12.$

$C \Rightarrow f(4, 2) = 3 \cdot 4 + 2 = 12 + 2 = 14.$

$D \Rightarrow f(2, 1) = 3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7.$

El máximo se produce en el punto $C(4, 2)$.

También se hubiera obtenido el punto C por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$f(x, y) = 3x + y = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{1}x \Rightarrow m = -\frac{3}{1}.$

$$\underline{El\ máximo\ de\ la\ función\ f(x, y) = 3x + y\ es\ C(4, 2)}.$$

$c)$

La función de objetivos es ahora $g(x, y) = ax + 3y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0, 2) = a \cdot 0 + 3 \cdot 2 = 0 + 6 = 6.$

$B \Rightarrow f(3, 3) = a \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 3a + 9.$

$C \Rightarrow f(4, 2) = a \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 4a + 6.$

$D \Rightarrow f(2, 1) = a \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 2a + 3.$

Teniendo en cuenta que $g(4, 2) = 2 \cdot g(2, 1)\ y\ g(3, 3) = 3 \cdot g(2, 1)$, el valor máximo se produce en el punto $B(3, 3)$, por lo cual:

$3a + 9 = 15;\ \ 3a = 6 \Rightarrow \underline{a = 2}.$

****

6º) En la Escuela Oficial de Idiomas de mi ciudad, hay tres aulas de primer curso de inglés. La distribución de chicos y chicas en cada aula es como se muestra en la tabla adjunta:

	Aula 1	Aula 2	Aula 3
Chicos	21	16	16
Chicas	18	16	24

a) Determina la probabilidad de que al elegir un estudiante de primer curso sea chica.

b) Si elegimos una chica de primer curso al azar, ¿a qué aula es más probable que pertenezca?

----

a)

Aplicando la regla de Laplace:

$$P = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ posibles} = \frac{18+16+24}{21+16+16+18+16+24} = \frac{58}{111} = \underline{0{,}5225}.$$

b)

Probabilidad de pertenecer al Aula 1: $p = \frac{18}{21+18} = \frac{18}{39} = 0{,}4615.$

Probabilidad de pertenecer al Aula 2: $p = \frac{16}{16+16} = \frac{16}{32} = 0{,}5.$

Probabilidad de pertenecer al Aula 3: $p = \frac{24}{16+24} = \frac{24}{40} = 0{,}6.$

$$\underline{Es\ más\ probable\ que\ pertenezca\ al\ Aula\ 3.}$$

****