PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

EXTRAORDINARIA – 2021

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El examen está distribuido en tres bloques, cada uno con tres ejercicios. En total se debe contestar a 4 ejercicios, de dos maneras posibles: o bien se eligen dos bloques y se contesta a 2 de cada uno de ellos, o bien se contesta a dos de un bloque y a uno de cada bloque restante. Para evitar confusiones, se recomienda consignar claramente en la primera página de las hojas de respuesta a qué cuatro ejercicios se responden en el examen. Todas las respuestas deben ser debidamente justificadas. Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean ni programables ni gráficas, y que no calculen integrales.

Bloque 1. Álgebra y programación lineal.

1º) En el último sorteo de la lotería primitiva Juan acertó 4 números. Su padre le preguntó qué números había acertado. Juan le planteó el siguiente acertijo para que adivinase tres de ellos: la suma de los tres números es 73; si al mayor de los tres números le quitas 3 unidades, obtienen la suma de los otros dos; el doble del menor de los tres números más el mayor de ellos es el triple del otro número más 8 unidades.

a) ¿Cuáles eran esos tres números?

b) ¿Cuál es el cuarto número, si es la mitad de la suma de los dos mayores de los tres números anteriores?

----

a)

Sean los números x, y, z $(x > y > z)$.

Del enunciado se deduce el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=73 \\ x-3=y+z \\ 2z+x=3y+8 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} x+y+z=73 \\ x-y-z=3 \\ x-3y+2z=8 \end{array}\right\}$$. Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 73 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 8 & -3 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}}=\frac{-146-9-8+8-219-6}{-2-3-1+1-3-2}=\frac{-146-9-219-6}{-2-3-3-2}=\frac{380}{10}=38.$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 73 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 8 & 2\end{vmatrix}}{-10}=\frac{6+8-73-3+8-146}{-10}=\frac{22-222}{-10}=\frac{-200}{-10}=20.$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1 & 73\\ 1 & -1 & 3\\ 1 & -3 & 8\end{vmatrix}}{-10}=\frac{-8-219+3+73+9-8}{-10}=\frac{85-235}{-10}=\frac{-150}{-10}=15.$$

$\underline{Los\ números\ son\ 38, 20\ y\ 15}.$

$b)$

$$w=\frac{38+20}{2}=19+10=29.$$

$\underline{El\ cuarto\ número\ es\ el\ 29}.$

****

2º) Sea A una matriz invertible de orden 2.

a) Halla las matrices X e Y que cumplen: $\begin{cases} AX + Y = I \\ AX - Y = O \end{cases}$, donde I es la matriz identidad de orden 2 y O es la matriz nula de orden 2).

b) En particular, calcula las matrices X e Y para $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

----

a)

$$\left.\begin{matrix} AX + Y = I \\ AX - Y = O \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2AX = I;\ \ A \cdot X = \frac{1}{2} \cdot I;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = \frac{1}{2} \cdot A^{-1} \cdot I = \frac{1}{2} \cdot A^{-1};$$

$$I \cdot X = \frac{1}{2} \cdot A^{-1} \Rightarrow \underline{X = \frac{1}{2} \cdot A^{-1}}.$$

$$\left.\begin{matrix} AX + Y = I \\ -AX + Y = -O \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2Y = I \Rightarrow \underline{Y = \frac{1}{2} \cdot I}.$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

La inversa de A se obtiene por el método de Gauss-Jordan.

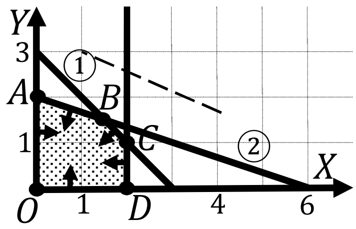
$$(A|I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \leftrightarrow F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \frac{1}{2} \cdot A = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}. \qquad \underline{Y = \frac{1}{2} \cdot I = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

****

3º) Dibuja la región del plano formada por los puntos (x, y) que cumplen las siguientes inecuaciones: $0 \leq y$; $0 \leq x \leq 2$; $x + y \leq 3$; $x + 3y \leq 6$. Averigua el valor máximo que alcanzan en dicha región las siguientes funciones, y en qué puntos lo alcanza cada una: $f(x, y) = 7x + 5y$ y $g(x, y) = x + 5y$.

Las restricciones son las siguientes:



$$\left.\begin{array}{r} x + y \leq 3 \\ x + 3y \leq 6 \\ 0 \leq x \leq 2;\ y \geq 0 \end{array}\right\}.$$

La región factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

Los vértices de la sección factible, además del origen de coordenadas, son los siguientes:

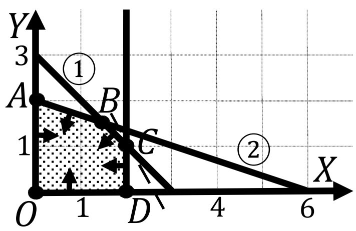
$$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ x + y = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow A(0, 3).$$

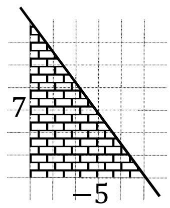
$$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -x - y = -3 \\ x + 3y = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow 2y = 3;\ \ y = \frac{3}{2};\ \ x + \frac{3}{2} = 3;\ \ 2x + 3 = 6;$$

$$2x = 3;\ \ x = \frac{3}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

$$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 2 \\ x + y = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow C(2, 1). \qquad D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 2 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow D(2, 0).$$

Función $f(x, y) = 7x + 5y$.





Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices de la zona factible son los siguientes:

$$A \Rightarrow f(0, 2) = 7 \cdot 0 + 5 \cdot 2 = 0 + 10 = 10.$$

$$B \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) = 7 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{12}{2} = 6.$$

$$C \Rightarrow f(2, 1) = 7 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 14 + 5 = 19.$$

$$D \Rightarrow f(2, 0) = 7 \cdot 2 + 5 \cdot 0 = 14 + 0 = 14.$$

El valor máximo se produce en el punto $C(2, 1)$.

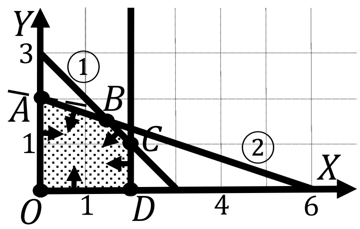
También se hubiera obtenido el punto C por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

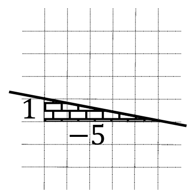
$f(x, y) = 7x + 5y = 0 \Rightarrow y = -\frac{7}{5}x \Rightarrow m = -\frac{7}{5}.$

$$\underline{Obtiene\ el\ máximo\ beneficio\ para\ x = 2\ e\ y = 1.}$$

Función $g(x, y) = x + 5y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices de la zona factible son los siguientes:





$A \Rightarrow g(0, 2) = 1 \cdot 0 + 5 \cdot 2 = 0 + 10 = 10.$

$B \Rightarrow g\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) = 1 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} = 3.$

$C \Rightarrow g(2, 1) = 1 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 2 + 5 = 7.$

$D \Rightarrow g(2, 0) = 1 \cdot 2 + 5 \cdot 0 = 2 + 0 = 2.$

El valor máximo se produce en el punto $A(0, 2)$.

También se hubiera obtenido el punto A por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$g(x, y) = x + 5y = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{5}x \Rightarrow m = -\frac{1}{5}.$

$$\underline{Obtiene\ el\ máximo\ beneficio\ para\ x = 0\ e\ y = 2.}$$

****

Bloque 2. Análisis.

4º) Representa gráficamente la función $f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}$, de forma que se aprecien claramente su dominio, sus asíntotas verticales y horizontales, sus cortes con los ejes, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos relativos.

Por ser una función racional su dominio en el conjunto de los números reales, excepto los valores reales de x que anulan el denominador.

$x^2+2x+1=0;\ \ (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1.$

$$\underline{D(f) \Rightarrow R-\{-1\}}.$$

Asíntotas horizontales: son de la forma $y=k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}=1 \Rightarrow \underline{La\ recta\ y=1\ es\ asíntota\ horizontal}.$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacen que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$x^2+2x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow \underline{La\ recta\ x=-1\ es\ asíntota\ vertical}.$$

$$\underline{No\ tiene\ asíntotas\ oblicuas\ por\ ser\ incompatibles\ con\ las\ horizontales}.$$

Cortes eje OX: $f(x)=0 \Rightarrow \frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}=0;\ \ x^2-2x=0;\ \ x(x-2)=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \to \underline{O(0,0)} \\ x_2=2 \to \underline{A(2,0)} \end{cases}.$ Eje OY: $f(0)=\frac{0^2-2\cdot 0}{0^2+2\cdot 0+1}=\frac{0}{1}=0 \Rightarrow \underline{O(0,0)}.$

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

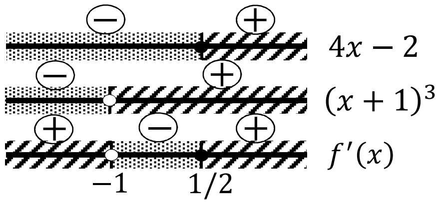
$$f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}=\frac{x(x-2)}{(x+1)^2}.$$

$$f'(x)=\frac{(2x-2)\cdot(x+1)^2-x(x-2)\cdot[2\cdot(x+1)\cdot 1]}{(x+1)^4}=\frac{(2x-2)\cdot(x+1)-2x(x-2)}{(x+1)^3}=$$

$$=\frac{2x^2+2x-2x-2-2x^2+4x}{(x+1)^3} \Rightarrow f'(x)=\frac{4x-2}{(x+1)^3}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4x-2}{(x+1)^3} = 0;\;\; 4x-2=0;\;\; 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Teniendo en cuenta el dominio de la función y de la observación del esquema adjunto se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento de la función, que son los siguientes:



$$\underline{Crecimiento: f'(x) > 0 \Rightarrow x\epsilon(-\infty,-1) \cup \left(\frac{1}{2},+\infty\right).}$$

$$\underline{Decrecimiento: f'(x) < 0 \Rightarrow x\epsilon\left(-1,\frac{1}{2}\right).}$$

La condición necesaria para que una función tenga un extremo relativo, máximo o mínimo, es que se anule su primera derivada.

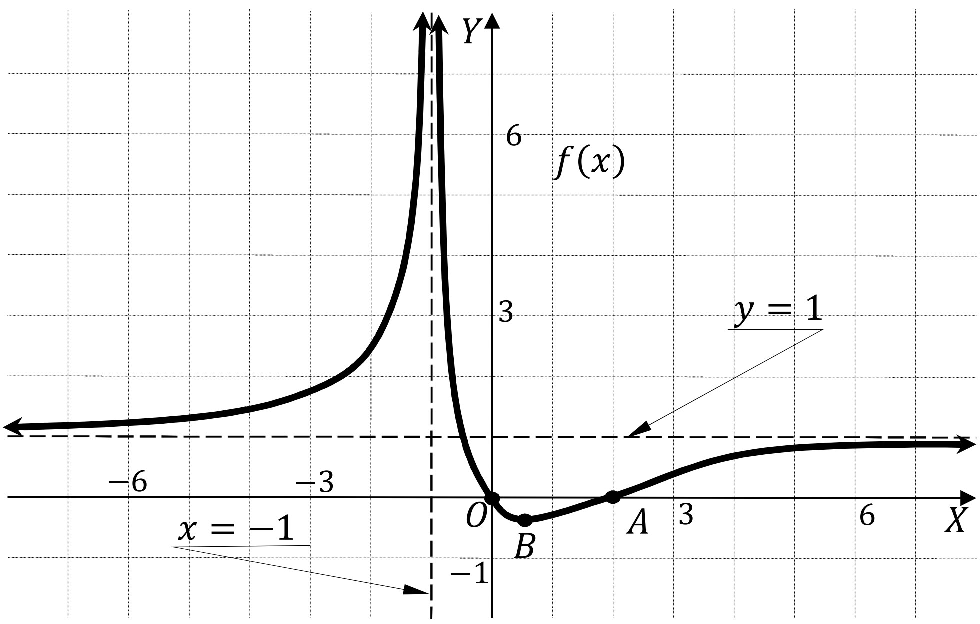
Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; se es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x) = \frac{4\cdot(x+1)^3-(4x-2)[3\cdot(x+1)^2\cdot 1]}{(x+1)^6} = \frac{4\cdot(x+1)-3\cdot(4x-2)}{(x+1)^4} = \frac{4x+4-12x+6}{(x+1)^4} = \frac{10-8x}{(x+1)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{2\cdot(5-4x)}{(x+1)^4}. \qquad f''\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2\cdot\left(5-4\cdot\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}+1\right)^4} = \frac{6}{\left(\frac{3}{2}\right)^4} > 0 \Rightarrow Mín. relativo\ para\ x=\frac{1}{2}.$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}-2\right)}{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2} = \frac{-\frac{3}{4}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{9}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow Mínimo: B\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right).$$

La representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



****

5º) Considera la función $f(x) = x^3 - 3x$.

a) Halla sus extremos relativos.

b) ¿Cuánto vale $f'(1)$? ¿Cuál es la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P[1, f(1)]$?

c) ¿En qué otro punto $Q[t, f(t)]$ corta dicha recta a la gráfica de f?
Nota: si ha has sabido responder al apartado b), en c) debes resolver la ecuación $f(x) = f(1)$.

----

a)

Por ser $f(-x) = -f(x)$ la función es simétrica con respecto al origen.

$f'(x) = 3x^2 - 3$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0;\ \ 3(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1$.

$f''(-1) = 6 \cdot (-1) = -6 < 0 \Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = -1$.

$f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = -1 + 3 = 2 \Rightarrow \underline{Máx. \rightarrow A(-1, 2)}$.

Por simetría con respecto al origen: $\underline{Mín. \rightarrow B(1, -2)}$.

b)

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 3 = 3 - 3 = 0 \Rightarrow \underline{f'(1) = 0}$.

La pendiente de la tangente de la gráfica de una función en un punto es el valor de la derivada en ese punto.

$m = f'(1) = 0$.

$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 = 1 - 3 = -2$.

El punto de tangencia es $P(1, -2)$.

La expresión de una recta conocido un punto y la pendiente viene dada por la fórmula $y - y_0 = m(x - x_0)$, que aplicada al punto $P(1, -2)$ con $m = 0$ es:

$y + 2 = 0 \cdot (x - 1) = 0$.

$$\underline{La\ recta\ tangente\ es\ t \equiv y + 2 = 0}.$$

c)

Los puntos de corte de la función $f(x) = x^3 - 3x$ y la recta $y + 2 = 0$ tienen por abscisas las raíces de la ecuación que resulta de la igualación de sus expresiones:

$f(x) = y \Rightarrow x^3 - 3x = -2;\ \ x^3 - 3x + 2 = 0$. Resolviendo por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -3 & 2 \\
1 & & 1 & 1 & -2 \\
\hline
 & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \\
1 & & 1 & 2 & \\
\hline
 & 1 & 2 & \boxed{0} & \\
-2 & & -2 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

Los puntos de corte se producen para los valores $x = 1$ y $x = -2$.

El punto de tangencia hallado es $P(1, -2)$ y el otro punto pedido es el siguiente:

$$\underline{Q(-2, -2).}$$

****

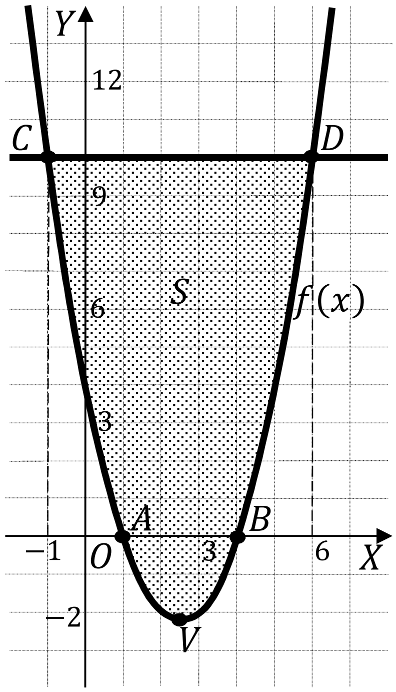
6º) Haz un dibujo de la gráfica de la función $f(x) = (x-1)(x-4)$, señalando, si existen, sus máximos y mínimos. Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica y la recta $y = 10$.

La función $f(x) = (x-1)(x-4)$ es una parábola de expresión $f(x) = x^2 - 5x + 4$ es una parábola convexa ($\cup$), por ser positivo el coeficiente de x^2, que corta al eje X en los puntos $A(1, 0)$ y $B(4, 0)$ y cuyo vértice es el siguiente:

$$f'(x) = 2x - 5 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}.$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - 1\right)\left(\frac{5}{2} - 4\right) = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right).$$



Los puntos de corte de la función $f(x)$ y la recta $y = 10$ tienen como abscisas las raíces de la ecuación que resulta de la igualación de sus expresiones:

$$f(x) = y \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 10;\ \ x^2 - 5x - 6 = 0;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \to C(-1, 10) \\ x_2 = 6 \to D(6, 10) \end{cases}.$$

La representación gráfica de la situación se expresa, de forma aproximada, en la figura adjunta.

Para el cálculo del área pedida se tiene en cuenta que en el intervalo correspondiente a la superficie a calcular todas las ordenadas de $f(x)$ son iguales o menores que las correspondientes ordenadas de la recta $y = 10$, por lo cual la superficie es la siguiente:

$$S = \int_{-1}^{6} [y - f(x)] \cdot dx = \int_{-1}^{6} [10 - (x^2 - 5x + 4)] \cdot dx =$$

$$= \int_{-1}^{6} (-x^2 + 5x + 6) \cdot dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 6x\right]_{-1}^{6} =$$

$$= \left(-\frac{6^3}{3} + \frac{5 \cdot 6^2}{2} + 6 \cdot 6\right) - \left[-\frac{(-1)^3}{3} + \frac{5 \cdot (-1)^2}{2} + 6 \cdot (-1)\right] =$$

$$= -72 + 90 + 36 - \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 6 = 60 - \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = \frac{360 - 2 - 15}{6} \Rightarrow \underline{S = \frac{343}{6}\ u^2 \cong 57{,}17\ u^2}.$$

****

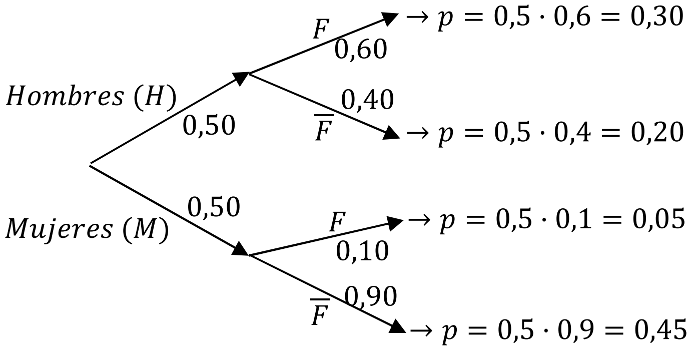
Bloque 3. Estadística y probabilidad.

7º) Hace un siglo, en cierto país el porcentaje de hombres y mujeres entre la población adulta era en ambos casos del 50 %. El porcentaje de fumadores entre los hombres era del 60 %, mientras que únicamente fumaba la décima parte de las mujeres.

a) ¿Cuál era el porcentaje de personas fumadoras entre la población adulta de ese país?

b) Entre las personas fumadoras, ¿cuál era el porcentaje de mujeres?

c) El abuelo Joaquín decía que una persona era "como Dios manda" si o bien era hombre o fumaba o bien era mujer y no fumaba. ¿Qué porcentaje de personas adultas eran como Dios manda, según el abuelo Joaquín?



a)

$$P = P(F) = P(H \cap F) + P(M \cap F) = P(H) \cdot P(F/H) + P(M) \cdot P(F/M) =$$

$$= 0{,}50 \cdot 0{,}60 + 0{,}50 \cdot 0{,}10 = 0{,}30 + 0{,}05 = \underline{0{,}35}.$$

b)

$$P = P(M/F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{P(M) \cdot P(F/M)}{P(F)} = \frac{0{,}50 \cdot 0{,}10}{0{,}35} = \frac{0{,}05}{0{,}35} = 0{,}1428 = \underline{14{,}28\ \%}.$$

c)

$$P = P(H \cap F) + P\left(M \cap \overline{F}\right) = P(H) \cdot P(F/H) + P(M) \cdot P\left(\overline{F}/M\right) =$$

$$= 0{,}50 \cdot 0{,}60 + 0{,}50 \cdot 0{,}90 = 0{,}30 + 0{,}45 = 0{,}75 = \underline{75\ \%}.$$

****

8º) Los ingresos mensuales por ventas de un establecimiento siguen una distribución normal, con una desviación típica de 900 euros. Con los datos de los últimos 9 meses han calculado, como intervalo de confianza para la media mensual de ingresos, el intervalo comprendido entre 4.663 y 5.839 euros.

a) ¿Cuál fue el promedio de los ingresos en esos nueve meses?

b) ¿Con qué nivel de confianza se ha obtenido el intervalo?

c) Si con el mismo nivel de confianza el intervalo hubiera sido el comprendido entre 4.957 y 5.545, ¿cuántos meses habrían formado la muestra?

----

a)

$$\overline{x} = \frac{5.839+4.663}{2} = \frac{10.502}{2} = 5.251.$$

$$\underline{El\ promedio\ de\ los\ ingresos\ mensuales\ de\ los\ 9\ meses\ fue\ de\ 5.251\ euros.}$$

b)

$$E = \frac{5.839-4.663}{2} = \frac{1.176}{2} = 588.$$

$Datos$: $\sigma = 900$; $n = 9$; $E = 588$.

Siendo $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{E \cdot \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{588 \cdot \sqrt{9}}{900} = \frac{1.764}{900} = 1,96.$

Mirando en la tabla $N(0,1)$ a 1,96 le corresponde 0,9750:

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0,9750$; $2 - \alpha = 1,9500 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,95.$

$$\underline{El\ intervalo\ se\ ha\ obtenido\ con\ un\ nivel\ del\ confianza\ del\ 95\ \%.}$$

c)

$E = \frac{5.545-4.957}{2} = \frac{588}{2} = 294.$ $Datos$: $\sigma = 900$; $E = 294$; $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96.$

Siendo $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E} \Rightarrow n = \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(1,96 \cdot \frac{900}{294}\right)^2 =$

$= (1,96 \cdot 3,0612)^2 = 6^2 = 36.$

$$\underline{El\ tamaño\ mínimo\ de\ la\ muestra\ tiene\ que\ ser\ de\ 36\ meses}$$

****

9º) Un estudio de la OCDE de 2.009 estableció que la estatura media de los adultos varones en España era de 174 cm, con una desviación típica de 8 cm. Asumiremos que la distribución era normal. ¿Cuál era la probabilidad de que un hombre adulto español midiera más de 190 cm? Responde utilizando la tabla de la distribución normal están- dar. Entre los hombres holandeses, que eran los más altos según aquel estudio, la pro- babilidad de medir más de 190 cm (suponiendo también una desviación típica de 8 cm y una distribución normal) era 0,15866. ¿Cuál era la estatura media de los hombres holandeses?

$Datos: \ \mu = 174; \ \ \sigma = 8.$

$X \rightarrow N(\mu; \ \sigma) = N(174, 8).$ Tipificando la variable: $Z = \frac{X-174}{8}$.

$P = P(X > 190) = P\left(Z > \frac{190-174}{8}\right) = P\left(Z > \frac{16}{8}\right) = P(Z > 2) =$

$= [1 - P(Z \leq 2)] = 1 - 0{,}9772 = \underline{0{,}0228}.$

$P(X > 190) = 0{,}15866 \Rightarrow P\left(Z > \frac{190-\mu}{8}\right) = 0{,}15866;$

$1 - P\left(Z \leq \frac{190-\mu}{8}\right) = 0{,}15866; \ \ 1 - 0{,}15866 = P\left(Z \leq \frac{190-\mu}{8}\right);$

$0{,}84144 = P\left(Z \leq \frac{190-\mu}{8}\right).$

Mirando de forma inversa en la tabla $N(0{,}1)$ a 0,84144 le corresponde, aproxi- madamente, 1,00:

$\frac{190-\mu}{8} = 1; \ \ 190 - \mu = 8; \ \ \mu = 190 - 8 = 182.$

$\underline{La\ estatura\ media\ de\ los\ hombres\ holandeses\ era\ de\ 182\ cm}.$

****