PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

JUNIO – 2016

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno contestará a los ejercicios de una de las dos propuestas (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a ejercicios de una propuesta y a ejercicios distintos de la otra. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

PROPUESTA A

1º) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&2\\1&4\end{pmatrix}$.

i) Halle la matriz inversa de A.

ii) Encuentre la matriz X tal que $A\cdot X=B$.

----

i)

Se obtiene la inversa de A mediante el método de Gauss-Jordan.

$$(A|I)=\left(\begin{array}{cc|cc}1&1&1&0\\1&2&0&1\end{array}\right)\Rightarrow\{F_2\to F_2-F_1\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1&1&1&0\\0&1&-1&1\end{array}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\{F_1\to F_1-F_2\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1&0&2&-1\\0&1&-1&1\end{array}\right)\Rightarrow \underline{A^{-1}=\begin{pmatrix}2&-1\\-1&1\end{pmatrix}}.$$

ii)

$A\cdot X=B$, multiplicando por la izquierda los dos términos por A^{-1}:

$$A^{-1}\cdot A\cdot X=A^{-1}\cdot B;\ \ I\cdot X=A^{-1}\cdot B\ \Rightarrow\ \boldsymbol{X=A^{-1}\cdot B}.$$

$$X=A^{-1}\cdot B=\begin{pmatrix}2&-1\\-1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&2\\1&4\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ \underline{X=\begin{pmatrix}-1&0\\1&2\end{pmatrix}}.$$

****

2º) i) Calcule, si existe, $\lim_{x\to 0}(1+4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}$.

ii) Halle el área de la región delimitada por las gráficas de las siguientes parábolas: $y=x^2$, $x=y^2$.

----

i)

$$\lim_{x\to 0}(1+4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}=(1+0)^{\frac{1}{0}}=1^{\infty}\Rightarrow Ind.\,del\ tipo\ nº\ e.$$

Siendo $A=\lim_{x\to 0}(1+4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}$ y tomando logaritmos naturales:

$LA=L\left[\lim_{x\to 0}(1+4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}\right]$. Teniendo en cuenta que el logaritmo de un límite es el límite del logaritmo:

$$LA=\lim_{x\to 0}\left[\mathrm{L}(1+4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}\right]=\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{sen^2 x}\cdot L(1+4x^2)\right]=\lim_{x\to 0}\frac{L(1+4x^2)}{sen^2 x}=$$

$$=\frac{L(1+0)}{sen^2 0}=\frac{L1}{0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{\frac{8x}{1+4x^2}}{2\cdot sen\,x\cdot\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{8x}{(1+4x^2)\cdot sen\,(2x)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{8}{1+4x^2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{sen\,(2x)}=M\cdot N.\quad (*)$$

$$M=\lim_{x\to 0}\frac{8}{1+4x^2}=\frac{8}{1+0}=\mathbf{8}.$$

$$N=\lim_{x\to 0}\frac{x}{sen\,(2x)}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{1}{2\cdot\cos(2x)}=\frac{1}{2\cdot 1}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}.$$

Sustituyendo en (*) los valores obtenidos de M y N:

$$LA=M\cdot N=8\cdot\frac{1}{2}=4\Rightarrow\boldsymbol{A=e^4}.$$

$$\underline{\lim_{x\to 0}(1+4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}=e^4.}$$

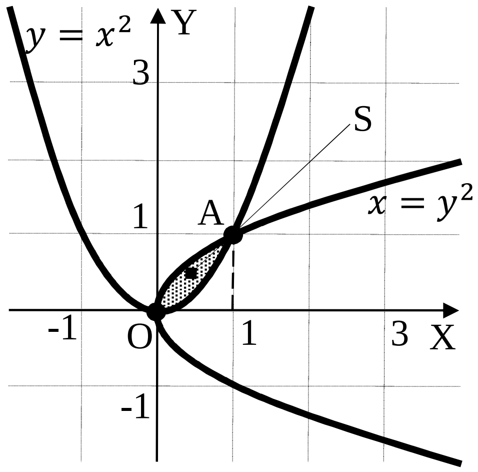
ii)

Los puntos de corte de las parábolas tienen por abscisas las soluciones reales de la ecuación que resulta de la igualación de sus expresiones:

$$\left.\begin{array}{l}y=x^2\\ x=y^2\end{array}\right\}\ o\ también:\ \left.\begin{array}{l}y=x^2\\ y=\sqrt{x}\end{array}\right\}\Rightarrow x^2=\sqrt{x};\ \ x^4=x^2;\ \ x^4-x^2=0;$$

$x^2(x^2-1)=0\Rightarrow x_1=0, x_2=1, x_3=-1$. (la solución $x=-1$ no tiene sentido).

Los puntos de corte son $O(0,0)$ y $A(1,1)$.



La representación gráfica de la situación es, aproximadamente, la expresada en la figura adjunta.

De la observación de la figura se deduce la superficie a calcular, que es la siguiente:

$$S = \int_0^1 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{2}} - x^2\right) dx = \left[\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \left(\frac{1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{1^3}{3}\right) - 0 =$$
$$= \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\underline{S = \frac{1}{3}\ u^2.}$$

****

3º) Sea $g(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-4}$.

$i)$ Determine el dominio y la continuidad de g.

$ii)$ Halle las asíntotas de la gráfica de g.

$iii)$ Determina los extremos relativos y estudie la monotonía de g.

$iv)$ Dibuje la gráfica de g destacando los elementos hallados anteriormente.

$i)$

La función puede simplificarse: $g(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-4} = \frac{x^2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2}{x-2}$.

Por tratarse de una función racional su dominio es R, excepto los valores de x que anulan el denominador: $\underline{D(g) \Rightarrow R - \{2\}}$.

La función es continua en R, excepto para los valores que anulan el denominador que no está definida.

$ii)$

Asíntotas horizontales: son de la forma y = k y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k = \lim_{x \to \infty} g(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{x-2} = \infty \ \Rightarrow \ \underline{No\ tiene\ asíntotas\ horizontales}.$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacer que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$x - 2 = 0 \ \Rightarrow \ \underline{La\ recta\ x = 2\ es\ asíntota\ vertical}.$$

Asíntotas oblicuas: son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{x} \text{ y } n = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{g(x)}{x} - mx\right].$$

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2}{x-2}}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{x^2-2x} = 1.$$

$$n = \lim_{x \to \infty} \left[\frac{g(x)}{x} - mx\right] = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2}{x-2} - x\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2-x^2+2x}{x-2} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x}{x-2} = 2 = n.$$

$$\underline{La\ recta\ y = x + 2\ es\ asíntota\ oblicua\ de\ la\ función.}$$

$iii)$

Una función tiene un extremo relativo (máximo o mínimo) para los valores de x que anulan la primera derivada.

$$g'(x)=\frac{2x\cdot(x-2)-x^2\cdot 1}{(x-2)^2}=\frac{2x^2-4x-x^2}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}.$$

$$g'(x)=0 \Rightarrow \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}=0;\ \ x(x-4)=0 \Rightarrow x_1=0, x_2=4.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: si es negativa para los valores que anulan la primera derivada se trate de un máximo relativo y, si es positiva, de un mínimo relativo.

$$g''(x)=\frac{(2x-4)\cdot(x-2)^2-x(x-4)\cdot[2\cdot(x-2)\cdot 1]}{(x-2)^4}=\frac{(2x-4)\cdot(x-2)-2x(x-4)}{(x-2)^3}=$$

$$=\frac{2x^2-4x-4x+8-2x^2+8x}{(x-2)^3}=\frac{8}{(x-2)^3}.$$

$$g''(0)=\frac{8}{(0-2)^3}=\frac{8}{-8}=-1<0\ \Rightarrow \boldsymbol{M\acute{a}ximo\ relativo\ para\ x=0}.$$

$$g(0)=\frac{0^2}{0-2}=0\ \Rightarrow\ \underline{M\acute{a}ximo\ relativo: O(0,0)}.$$

$$g''(4)=\frac{8}{(4-2)^3}=\frac{8}{8}=1>0\ \Rightarrow \boldsymbol{M\acute{i}nimo\ relativo\ para\ x=4}.$$

$$g(4)=\frac{4^2}{4-2}=\frac{16}{2}=8\ \Rightarrow\ \underline{M\acute{i}nimo\ relativo: A(4,8)}.$$

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada sea positiva o negativa, respectivamente.

Para estudiar el signo de la derivada $g'(x)=\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ tenemos en cuenta que, por ser el denominador positivo para los valores de su dominio, la derivada es positiva o negativa cuando lo sea su numerador.

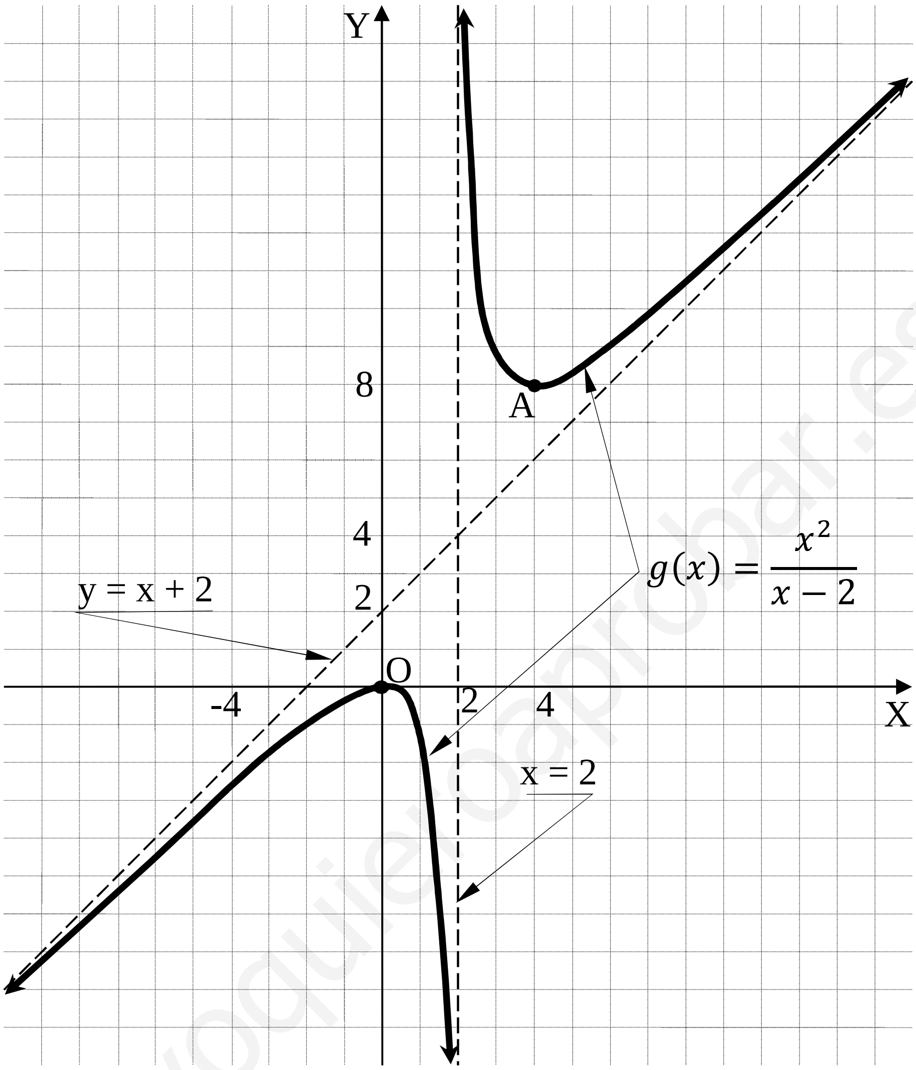
Considerando lo anterior y teniendo en cuenta el dominio de la función y los máximos y mínimos relativos encontrados, los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{Crecimiento \Rightarrow g'(x)>0 \Rightarrow x\in(-\infty,0)\cup(4,+\infty)}.$$

$$\underline{Decrecimiento \Rightarrow g'(x)<0 \Rightarrow x\in(0,2)\cup(2,4)}.$$

$iv)$

Considerando los elementos hallados anteriormente, a representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



****

4º) Dadas las rectas $r_1 \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$:

i) Determine la posición relativa de las rectas r_1 y r_2.

ii) Halle el punto de la recta r_1 más próximo al punto $P(1, 0, 1)$.

----

i)

Un punto y un vector de cada una de las rectas son los siguientes:

Recta r_1: $O(0, 0, 0)$ y $\overrightarrow{v_1} = (1, 2, 3)$. Recta r_2: $B(1, -1, 1)$ y $\overrightarrow{v_2} = (0, 1, -1)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_1}$ y $\overrightarrow{v_2}$ son linealmente independientes por no ser proporcionales sus componentes; esto implica que las rectas r_1 y r_2 se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso hacemos lo siguiente:

Se considera el vector $\overrightarrow{w}$ que tiene como origen el punto $O \in r_1$ y extremo el punto $B \in r_2$: $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{OB} = (1, -1, 1)$.

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{w}\}$ sean o no coplanarios las rectas r_1 y r_2 se cortan o se cruzan, respectivamente.

Los vectores $\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{w}\}$ son coplanarios cuando el rango del determinante que forman es cero y las rectas r_1 y r_2 se cortan; en caso contrario, se cruzan.

$$Rang\ \{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 - 3 - 1 = -6 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{w}\} = 3 \ \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{w}\ no\ son\ coplanarios}.$$

$\underline{Las\ rectas\ r_1\ y\ r_2\ se\ cruzan}.$

ii)

Una forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

El haz de planos perpendiculares a r_1 es de la forma $\beta \equiv x + 2y + 3z + D = 0$.

De los infinitos planos pertenecientes al haz β, el plano π que contiene al punto $P(1, 0, 1)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} \beta \equiv x + 2y + 3z + D = 0 \\ P(1, 0, 1) \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + 3 \cdot 1 + D = 0;\ \ 4 + D = 0 \Rightarrow D = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi \equiv x + 2y + 3z - 4 = 0.$$

La expresión de $r_1 \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente: $r_1 \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 3\lambda \end{cases}$.

El punto Q, intersección de la recta $r_1 \equiv x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ con el plano π es la solución del sistema que forman:

$$\left.\begin{array}{r} r_1 \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 3\lambda \end{cases} \\ \pi \equiv x + 2y + 3z - 4 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda + 2 \cdot 2\lambda + 3 \cdot 3\lambda - 4 = 0;\ \ \lambda + 4\lambda + 9\lambda - 4 = 0;$$

$14\lambda - 4 = 0;\ \ 7\lambda = 2 \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = \frac{2}{7}} \Rightarrow \boldsymbol{Q\left(\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right)}$.

$$\underline{El\ punto\ de\ r_1\ más\ próximo\ a\ P(1, 0, 1)\ es\ Q\left(\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right).}$$

****

PROPUESTA B

1º) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

i) Halle la matriz inversa de A. ii) Encuentre la matriz X tal que $A \cdot X = B$.

2º) i) Calcule, si existe, $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 4x^2)^{\frac{1}{sen^2 x}}$.

ii) Halle el área de la región delimitada por las gráficas de las siguientes parábolas: $y = x^2$, $x = y^2$.

(Resueltos en la Propuesta A)

3º) Sean a y b números reales y la función $f(x) = \begin{cases} x^3 & si\ \ x < -1 \\ ax + 1 & si\ \ -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + bx + 2 & si\ \ x > 1 \end{cases}$.

i) Calcule los valores de a y b tales que la función f es continua en todos los puntos reales.

ii) Determine, en función de a y b, la derivabilidad de f y calcule f' cuando sea posible.

iii) Utilice el teorema de Bolzano para justificar que si P es un polinomio de grado 5, con coeficiente principal positivo, tal que $P(-1) > -1$, entonces la ecuación $f(x) = P(x)$ tiene al menos una solución c, con $c < -1$.

----

i)

La función f(x) es continua en $\forall a, b \in R$. Se trata de determinar los valores de α y b para que sea continua en los puntos críticos $x = -1$ y $x = 1$.

Para que la función sea continua en x = -1 es necesario que sus límites laterales sean iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1} x^3 = (-1)^3 = -1 \\ \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1} (ax + 1) = -a + 1 = f(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow -1 = a + 1 \Rightarrow \underline{a = -2}.$$

Para que la función sea continua en x = 1 es necesario que sus límites laterales sean iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (-2x + 1) = -2 + 1 = -1 = f(1) \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x^2 + bx + 2) = 1 + b + 2 = b + 3 \end{array}\right\} \Rightarrow -1 = \mathrm{b} + 3 \Rightarrow \underline{b = -4}.$$

La función resulta: $f(x)=\begin{cases} x^3 & si\ \ x<-1 \\ -2x+1 & si\ \ -1\leq x\leq 1 \\ x^2-4x+2 & si\ \ x>1 \end{cases}$

$ii)$

Una función es derivable en un punto cuando existen las derivadas laterales en ese punto y además son iguales:

$$f'(x)=\begin{cases} 3x^2 & si\ \ x<-1 \\ -2 & si\ \ -1\leq x\leq 1 \\ 2x-4 & si\ \ x>1 \end{cases}$$

$f'(-1^-)=3\cdot(-1)^2=3.\quad f'(-1^+)=-2.$

$$\underline{f'(-1^-)\neq f'(-1^+)\Rightarrow f(x)\ no\ es\ derivable\ en\ x=-1.}$$

$f'(1^-)=-2.\quad f'(1^+)=2\cdot 1-4=-2.$

$$\underline{f'(1^-)=f'(1^+)\Rightarrow f(x)\ es\ derivable\ en\ x=1.}$$

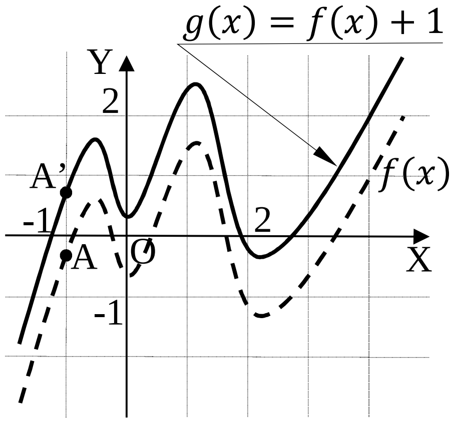
$iii)$

Siendo $f(x)=P(x)$ y $P(-1)>-1$, considerando la función $g(x)=f(x)+1$ se cumple que $g(-1)=f(-1)+1=P(-1)+1>-1+1>0$.

La gráfica adjunta pretende ilustrar la cuestión; el punto A corresponde al valor $f(-1)>-1$ y el punto A' corresponde al valor $g(-1)>0$.

Por otra parte: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, por ser $f(x)$ una función de quinto grado con el coeficiente principal positivo.

De lo anterior se deduce que $\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}[f(x)+1]=-\infty+1=-\infty$.



Lo anterior implica, teniendo en cuenta la continuidad de la función $g(x)$ en R por ser polinómica, que para un valor $k\in R$ suficiente grande es $g(-k)<0$.

Probar que $f(x)$ tiene al menos una solución $c<-1$, que es lo pedido, es equivalente a probar que la función $g(x)$ tiene al menos una solución igual a la pedida, $c<-1$.

Aplicando el teorema de Bolzano a la función $g(x)$ y considerando el intervalo finito $[-k,-1]$:

$$\left.\begin{array}{l} g(-k) < 0 \\ g(-1) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \exists \boldsymbol{c} \in [-\boldsymbol{k}, -\mathbf{1}] \Rightarrow \boldsymbol{g}(\boldsymbol{c}) = \mathbf{0}.$$

$\underline{Queda\ probado\ que\ f(x)\ tiene\ al\ menos\ una\ solución\ c < -1.}$

****

4º) Sea c un número real y el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} cx+y+cz=1 \\ x+cy+z=c^2 \\ x+y+cz=c^3 \end{cases}$:

i) Calcule el determinante de la matriz de los coeficientes y determine para qué valores de c el sistema anterior es compatible, compatible determinado y compatible indeterminado.

ii) Resuelve el sistema anterior cuando $c=2$.

----

i)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A=\begin{pmatrix} c & 1 & c \\ 1 & c & 1 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix} \text{ y } A'=\begin{pmatrix} c & 1 & c & 1 \\ 1 & c & 1 & c^2 \\ 1 & 1 & c & c^3 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro c es el siguiente:

$$|A|=\begin{vmatrix} c & 1 & c \\ 1 & c & 1 \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix}=c^3+c+1-c^2-c-c=0;\ \ c^3-c^2-c+1=0.$$

Resolviendo por Ruffini resultan las raíces: $\boldsymbol{c_1=c_2=1, c_3=-1}$.

Según el teorema de Rouché-Fröbenius:

$$\underline{Para\ \begin{Bmatrix} c\neq 1 \\ c\neq -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ A=Rang\ A'=3=nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$Para\ c=1\ es\ A'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{Rang\ A=Rang\ A'=1}.$$

$$\underline{Para\ c=1 \Rightarrow Rang\ A=Rang\ A'=1<nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

(Dos grados de libertad)

$$Para\ c=-1\ es\ A'=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=-1+1+1+1+1+1=4\neq 0 \Rightarrow \boldsymbol{Rang\ A'=3}.$$

$$\underline{Para\ c=-1 \Rightarrow Rang\ A=2, Rang\ A'=3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.}$$

$ii)$

Para $c = 2$ el sistema resulta $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = 4 \\ x + y + 2z = 8 \end{cases}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{4+8+8-32-1-8}{8+2+1-4-2-2} = \frac{20-41}{11-8} = \frac{-21}{3} = -7.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 8 & 2 \end{vmatrix}}{3} = \frac{16+16+1-8-16-2}{3} = \frac{33-26}{3} = \frac{7}{3}.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 8 \end{vmatrix}}{3} = \frac{32+1+4-2-8-8}{3} = \frac{37-18}{3} = \frac{19}{3}.$$

$\underline{Para\ c = 2\ las\ soluciones\ del\ sistema\ son: x = -7, y = \frac{7}{3}, z = \frac{19}{3}.}$

****