

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)UNIVERSIDAD DE LAS PALMASSEPTIEMBRE - 2007

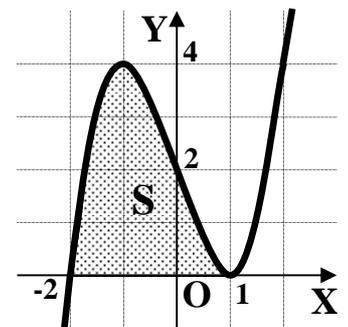
(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS IITiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

Elija una de las dos opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Este hecho forma parte de la calificación.

OPCIÓN A

1º) Se sabe que la gráfica de la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ es la que aparece en el dibujo.



a) Determina la función.

b) Calcula el área de la región sombreada.

a)

La función tiene un máximo relativo para $x = -1$ y un mínimo relativo para $x = 1$, por lo que su derivada tiene que anularse para esos puntos:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 2a + b = 0 \quad ; ; \quad \underline{2a - b = 3} & (1) \\ f'(1) = 0 \Rightarrow 3 + 2a + b = 0 \quad ; ; \quad \underline{2a + b = -3} & (2) \end{cases}$$

De las ecuaciones (1) y (2) se deduce que $\underline{a = 0}$ y $\underline{b = -3}$; conocidos éstos valores la función es $f(x) = x^3 - 3x + c$. Para determinar el valor de c podemos tener en cuenta, por ejemplo, que $f(1) = 0 \Rightarrow 0 = 1 - 3 + c \quad ; ; \quad \underline{c = 2}$.

$$\underline{\underline{La función es f(x) = x^3 - 3x + 2}}$$

b)

Teniendo en cuenta que todas las ordenadas del área pedida son positivas, su valor es el siguiente:

$$\begin{aligned}
S &= \int_{-2}^1 f(x) \cdot dx = \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) \cdot dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_{-2}^1 = \\
&= \left(\frac{1^4}{4} - \frac{3 \cdot 1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) - \left[\frac{(-2)^4}{4} - \frac{3 \cdot (-2)^2}{2} + 2 \cdot (-2) \right] = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 - \frac{16}{4} + \frac{12}{2} + 4 = \\
&= \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 - 4 + 6 + 4 = 8 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = \frac{32+1-6}{4} = \underline{\underline{\frac{27}{4} u^2 = S}}
\end{aligned}$$

2º) Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{e^x}$:

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función f.

b) Calcula los máximos y mínimos relativos de f.

a)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(4x-3) \cdot e^x - (2x^2-3x) \cdot e^x}{e^{2x}} = \frac{4x-3-(2x^2-3x)}{e^x} = \frac{4x-3-2x^2+3x}{e^x} = \\ &= \frac{-2x^2+7x-3}{e^x} = f'(x) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el denominador de la derivada es mayor que cero, para cualquier valor real de x, la derivada será positiva o negativa según lo sea su numerador.

$$-2x^2 + 7x - 3 = 0 \quad ; \quad 2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad ; \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Teniendo en cuenta que la función está definida en R y que las dos raíces del numerador dividen a R en tres intervalos y que, por ejemplo, para $x = 0$, es $f'(x) < 0$, los intervalos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{\underline{f'(x) < 0 \Rightarrow \forall x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (3, +\infty) \Rightarrow \text{Decreciente}}}$$

$$\underline{\underline{f'(x) > 0 \Rightarrow \forall x \in \left(\frac{1}{2}, 3\right) \Rightarrow \text{Creciente}}}$$

b)

Teniendo en cuenta que la función es continua y derivable en R, de los intervalos de crecimiento y decrecimiento se deduce que existe un mínimo relativo para $x = \frac{1}{2}$ y un máximo relativo para $x = 3$; no obstante, lo vamos a justificar a través de la segunda derivada.

$$f''(x) = \frac{(-4x+7) \cdot e^x - (-2x^2+7x) \cdot e^x}{e^{2x}} = \frac{-4x+7+2x^2-7x}{e^x} = \frac{2x^2-11x+7}{e^x} = f''(x)$$

$$f''\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 11 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 7}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{11}{2} + 7}{\sqrt{e}} = \frac{1 - 11 + 14}{2\sqrt{e}} = \frac{2}{2\sqrt{e}} = \frac{1}{\sqrt{e}} > 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Mínimo para } x = \frac{1}{2}}}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}{e^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{\sqrt{e}} = \frac{-1}{\sqrt{e}} = -\frac{\sqrt{e}}{e} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Mínimo: } P\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{e}}{e}\right)}}$$

$$f''(3) = \frac{2 \cdot 3^2 - 11 \cdot 3 + 7}{e^3} = \frac{18 - 33 + 7}{e^3} = \frac{-8}{e^3} < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Máximo para } x = 3}}$$

$$f(3) = \frac{2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3}{e^3} = \frac{18 - 9}{e^3} = \frac{9}{e^3} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Máximo: } Q\left(3, \frac{9}{e^3}\right)}}$$

3°) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, resolver la siguiente ecuación matricial: $B \cdot (2A + I) = A \cdot X \cdot A + B$.

$$B \cdot (2A) + B \cdot I = A \cdot X \cdot A + B \quad ; ; \quad 2 \cdot (B \cdot A) + B = A \cdot X \cdot A + B \quad ; ; \quad 2B \cdot A = A \cdot X \cdot A \quad ; ;$$

$$2B = A \cdot X \quad ; ; \quad A^{-1} \cdot (2B) = A^{-1} \cdot A \cdot X \quad ; ; \quad 2 \cdot A^{-1} \cdot B = I \cdot X \quad ; ; \quad \underline{X = 2 \cdot (A^{-1} \cdot B)} \quad (*)$$

Calculamos en primer lugar A^{-1} por el método de Gaus-Jordan:

$$(A/I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \{F_1 \rightarrow F_1 + F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \underline{A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1 & 2-1 \\ 0-1 & 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \underline{A^{-1} \cdot B}$$

Sustituyendo en (*) los valores obtenidos y operando, resulta:

$$X = 2 \cdot (A^{-1} \cdot B) = 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{\underline{X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}}}$$

4º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ y - z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-1}{-2} = y+1 = z-2$:

a) Determina su posición relativa.

b) En caso de cortarse, determina el ángulo que forman y el punto de corte.

a)

El estudio de la posición relativa mediante vectores directores es como sigue.

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ y - z + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{z = \lambda} \quad ; ; \quad \underline{y = -3 + \lambda} \quad ; ; \quad x = y + 2 = \underline{-1 + \lambda} = x \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = -3 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

Los vectores directores de las rectas son $\vec{v}_r = (1, 1, 1)$ y $\vec{v}_s = (-2, 1, 1)$, que son linealmente independientes por cumplirse que $\frac{1}{-2} \neq \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$, lo cual significa que las rectas se cortan o se cruzan.

Para diferenciar el caso determinamos un vector \vec{w} que tenga como origen un punto de la recta r, por ejemplo, A(1, -3, 0) y como extremo un punto de la recta s, por ejemplo, B(1, -1, 2): $\vec{w} = B - A = (1, -1, 2) - (1, -3, 0) = \underline{(0, 2, 2) = \vec{w}}$.

Si los vectores \vec{v}_r , \vec{v}_s y \vec{w} son coplanarios, las rectas se cortan; en caso contrario, se cruzan.

Tres vectores son coplanarios cuando el rango de la matriz que determinan es menor que tres.

$$\text{Rango} \{ \vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{w} \} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \{C_2 = C_3\} \Rightarrow \underline{\text{Rango} \{ \vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{w} \} = 2}$$

Las rectas r y s se cortan.

b)

El ángulo que forman las rectas r y s es el menor que forman sus vectores directores.

El ángulo que forman dos vectores se deduce de su producto escalar:

$$\begin{aligned} \vec{v}_r \cdot \vec{v}_s &= |\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_s| \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{v}_r \cdot \vec{v}_s}{|\vec{v}_r| \cdot |\vec{v}_s|} = \frac{(1, 1, 1) \cdot (-2, 1, 1)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} = \\ &= \frac{-2+1+1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = \frac{0}{\sqrt{10}} = 0 \Rightarrow \underline{\alpha = 90^\circ} \end{aligned}$$

Las rectas r y s son perpendiculares.

Existen diversas formas de hallar el punto P de corte; una de ellas consiste en expresar las rectas por unas ecuaciones implícitas y resolver el sistema de cuatro ecuaciones con tres incógnitas que forman:

$$r \equiv \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ y - z + 3 = 0 \end{cases} \quad ; ; \quad r \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = -3 \end{cases} \quad ; ; \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = -2y - 2 \\ y + 1 = z - 2 \end{cases} \quad ; ; \quad s \equiv \begin{cases} x + 2y = -1 \\ y - z = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = -3 \\ x + 2y = -1 \\ y - z = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = -3 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + y = -2 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{y = -1} \quad ; ; \quad \underline{x = 1} \quad ; ; \quad \underline{z = 2} \Rightarrow$$

El punto de corte es P(1, -1, 2).

OPCIÓN B

1º) Sabiendo que la función $f(x) = \frac{3x-4}{x^3 + bx^2 + 8x - 4}$ es discontinua en $x = 2$, calcula b y justifica razonadamente el comportamiento de la función en la proximidad de los puntos de discontinuidad.

Por tratarse de una función racional y sabiendo que es discontinua para $x = 2$ tiene que anularse el denominador para ese valor, por lo cual:

$$2^3 + b \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 4 = 0 \quad ; ; \quad 8 + 4b + 16 - 4 = 0 \quad ; ; \quad 4b = -20 \quad ; ; \quad \underline{\underline{b = -5}}$$

La función resulta ser $f(x) = \frac{3x-4}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}$.

Los puntos de discontinuidad de la función son los valores que anulan el denominador; sabiendo que uno de estos puntos es para $x = 2$ y descomponiendo por Ruffini para facilitar la tendencia de los límites laterales:

2	1	-5	8	-4
	2	-6	4	
	1	-3	2	0
2	2	-2		
	1	-1	0	
1	1			
	1	0		

La función también es discontinua para $x = 1$.

$$f(x) = \frac{3x-4}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4} = \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)^2}$$

Los límites laterales de los puntos de discontinuidad son los siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{6-4}{(2-1)(2^+ - 2)^2} = \frac{2}{1 \cdot 0^+} = +\infty$$

2º) a) Calcular el valor de a para que la integral entre 0 y a de la función $f(x) = x \cdot e^x$ sea igual a 1.

b) Resolver la integral indefinida $I = \int \frac{dx}{x+1+\sqrt{x+1}}$.

a)

$$\int_0^a f(x) \cdot dx = 1 \Rightarrow \int_0^a x \cdot e^x \cdot dx = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = u \rightarrow dx = du \\ e^x \cdot dx = dv \rightarrow v = e^x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [x \cdot e^x - \int e^x \cdot dx]_0^a = 1 \quad ; ; \quad [x \cdot e^x - e^x]_0^a = 1 \quad ; ; \quad [e^x(x-1)]_0^a = 1 \quad ; ;$$

$$[e^a(a-1)] - e^0(0-1) = 1 \quad ; ; \quad e^a(a-1) + 1 = 1 \quad ; ; \quad e^a(a-1) = 0 \Rightarrow a-1 = 0 \quad ; ; \quad \underline{\underline{a=1}}$$

b)

$$I = \int \frac{dx}{x+1+\sqrt{x+1}} = \int \frac{(x+1-\sqrt{x+1}) \cdot dx}{(x+1+\sqrt{x+1})(x+1-\sqrt{x+1})} = \int \frac{(x+1-\sqrt{x+1}) \cdot dx}{(x+1)^2 - (\sqrt{x+1})^2} =$$

$$= \int \frac{(x+1-\sqrt{x+1}) \cdot dx}{x^2 + 2x + 1 - x - 1} = \int \frac{(x+1-\sqrt{x+1}) \cdot dx}{x^2 + x} = \int \frac{(x+1) \cdot dx}{x^2 + x} - \int \frac{\sqrt{x+1} \cdot dx}{x^2 + x} =$$

$$= \int \frac{(x+1) \cdot dx}{x(x+1)} - \int \frac{\sqrt{x+1} \cdot dx}{x(x+1)} = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{\sqrt{x+1} \cdot dx}{x(x+1)} = \underline{L|x| - I_1 = I} \quad (*)$$

$$I_1 = \int \frac{\sqrt{x+1} \cdot dx}{x(x+1)} = \int \frac{(\sqrt{x+1})^2 \cdot dx}{x(x+1)\sqrt{x+1}} = \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} = t \rightarrow x = t^2 - 1 \\ \frac{dx}{2\sqrt{x+1}} = dt \rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = 2dt \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int \frac{2dt}{t^2 - 1} = \int \frac{2dt}{(t+1)(t-1)} = \int \left(\frac{A}{t+1} + \frac{B}{t-1} \right) \cdot dt = \int \frac{At - A + Bt + B}{t^2 - 1} \cdot dt =$$

$$= \int \frac{(A+B)t + (-A+B)}{t^2 - 1} \cdot dt \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A+B=0 \\ -A+B=2 \end{array} \right\} \rightarrow B=1 \quad ; ; \quad A=-1 \quad \left. \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \int \left(\frac{-1}{t+1} + \frac{1}{t-1} \right) \cdot dt = L|t-1| - L|t+1| = L \left| \frac{t-1}{t+1} \right| = L \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| =$$

$$= L \left| \frac{(\sqrt{x+1}-1)^2}{(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1)} \right| = L \left| \frac{x+1-2\sqrt{x+1}+1}{x+1-1} \right| = L \left| \frac{x-2\sqrt{x+1}+2}{x} \right| = I_1$$

Sustituyendo en (*) el valor de I_1 queda:

$$I = L|x| - L \left| \frac{x-2\sqrt{x+1}+2}{x} \right| + C = L|x| - L|x-2\sqrt{x+1}+2| + L|x| + C =$$

$$= 2L|x| - L|x-2\sqrt{x+1}+2| + C$$

$$\underline{\underline{I = 2L|x| - L|x-2\sqrt{x+1}+2| + C}}$$

3º) Estudiar el sistema $\begin{cases} a^2x + 3y + 2z = 0 \\ ax - y + z = 0 \\ 8x + y + 4z = 0 \end{cases}$ según los valores del parámetro a . Resolverlo en todos los casos posible.

Se trata de un sistema homogéneo por carecer todas las ecuaciones de término independiente. Independientemente de los valores del parámetro a , siempre admite la solución trivial $x = y = z = 0$.

Las matriz de coeficientes es $M = \begin{pmatrix} a^2 & 3 & 2 \\ a & -1 & 1 \\ 8 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

El rango de M en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} a^2 & 3 & 2 \\ a & -1 & 1 \\ 8 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -4a^2 + 2a + 24 + 16 - a^2 - 12a = -5a^2 - 10a + 40 = 0 \quad ; ; \quad a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \Rightarrow \underline{a_1 = 2} \quad ; ; \quad \underline{a_2 = -4}$$

Para $\begin{cases} a \neq 2 \\ a \neq -4 \end{cases} \Rightarrow \text{Rango } M = \text{Rango } M' = 3 = n^\circ \text{ incógnitas} \Rightarrow \text{Compatible Determinado}$

(Solución trivial : $x = y = z = 0$)

Para $a = 2 \Rightarrow |M| = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 8 & 1 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow \{F_1 + 2F_2 = F_3\} \Rightarrow \underline{\text{Rango } M = 2}$

Para $a = -4 \Rightarrow |M| = \begin{vmatrix} 16 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 1 \\ 8 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -64 - 8 + 24 + 16 - 16 + 48 = 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } M = 2}$

Para $\begin{cases} a = 2 \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow \text{Rango } M = \text{Rango } M' = 2 < n^\circ \text{ incóg.} \Rightarrow \text{Compatible Indeterminado}$

Para $a = 2$ el sistema es $\begin{cases} 4x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ 8x + y + 4z = 0 \end{cases}$. Despreciando la tercera ecuación y pa-

rametrizando la variable $z = \lambda$, resulta:

$$\begin{cases} 4x + 3y = -2\lambda \\ 2x - y = -\lambda \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 4x + 3y = -2\lambda \\ -4x + 2y = 2\lambda \end{cases} \Rightarrow 5y = 0 \quad ; \quad \underline{y = 0} \quad ; \quad 2x = -\lambda \quad ; \quad \underline{x = -\frac{1}{2}\lambda}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = -\frac{1}{2}\lambda \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{cases} \quad \forall \lambda \in R$$

Para $a = -4$ el sistema es $\begin{cases} 16x + 3y + 2z = 0 \\ -4x - y + z = 0 \\ 8x + y + 4z = 0 \end{cases}$. Despreciando la primera ecuación y

parametrizando la variable $z = \lambda$, resulta:

$$\begin{cases} -4x - y = -\lambda \\ 8x + y = -4\lambda \end{cases} \Rightarrow 4x = -5\lambda \quad ; \quad \underline{x = -\frac{5}{4}\lambda} \quad ; \quad y = -4x + \lambda = 5\lambda + \lambda \quad ; \quad \underline{y = 6\lambda}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = -\frac{5}{4}\lambda \\ y = 6\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \forall \lambda \in R$$

4º) Determinar la ecuación general (implícita) del plano π que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo a las rectas $r \equiv x = y + 1 = z$ y $s \equiv \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$.

Los vectores directores de las rectas son $\vec{v}_r = (1, 1, 1)$ y $\vec{v}_s = (3, 0, 0)$.

El plano π , por ser paralelo a las rectas r y s , tiene como vectores directores a los dos vectores directores de las rectas y, por pasar por el origen de coordenadas, carece de término independiente.

La ecuación general o implícita del plano π , teniendo en cuenta lo expuesto, es la siguiente:

$$\pi(O; \vec{v}_r, \vec{v}_s) \equiv \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & z \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = y - z = 0$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv y - z = 0}}$$
