PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CANARIAS

JULIO – 2020

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Instrucciones:
Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas libremente de los grupos A o B. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se permite el uso de calculadoras científica, no programable ni con conexión a internet.

GRUPO A

1º) Consideramos la función $f(x)=\frac{Lx}{x^2}$, donde Lx denota el logaritmo neperiano. Resuelva justificadamente los siguientes apartados:

a) Presente el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los posibles extremos relativos de la función $f(x)$.

b) Calcule el valor de la integral $I=\int_1^e f(x)\cdot dx$.

----

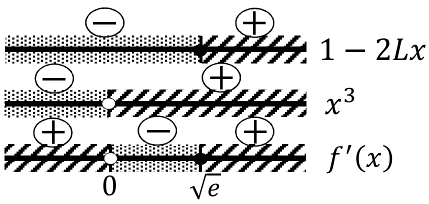
a)

$\underline{D(f) \Rightarrow (0,+\infty).}$

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x^2-Lx\cdot 2x}{x^4}=\frac{x-2x\cdot Lx}{x^4}=\frac{1-2Lx}{x^3}.$$

$$1-2Lx=0;\ \ Lx=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\sqrt{e}.$$



Teniendo en cuenta el dominio de la función y de la observación del esquema adjunto se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento, que son los siguientes:

$$\underline{Crecimiento: f'(x)>0 \Rightarrow x \in \left(\sqrt{e},+\infty\right).}$$

$$\underline{Decrecimiento: f'(x)<0 \Rightarrow x \in \left(0,\sqrt{e}\right).}$$

La condición necesaria para que una función tenga un extremo relativo, máximo o mínimo, es que se anule su primera derivada.

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: si es negativa para los valores que anulan la primera se trata de un máximo y, si es positiva, de un mínimo.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - 2Lx = 0 \Rightarrow x = \sqrt{e}.$$

$$f''(x) = \frac{-\frac{2}{x} \cdot x^3 - (1-2Lx) \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{-2x - (1-2Lx) \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{-2x - 3x \cdot (1-2Lx)}{x^5}.$$

$$f''\left(\sqrt{e}\right) = \frac{-2\sqrt{e} - 3\sqrt{e} \cdot 0}{\left(\sqrt{e}\right)^5} = \frac{-2\sqrt{e}}{e^2 \cdot \sqrt{e}} = -\frac{2}{e^2} < 0 \Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = \sqrt{e}.$$

$$f\left(\sqrt{e}\right) = \frac{L\sqrt{e}}{e^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot Le}{e^2} = \frac{Le}{2e^2} \Rightarrow \underline{Máx. \Rightarrow P\left(\sqrt{e}, \frac{Le}{2e^2}\right)}.$$

$b)$

$$\int \frac{Lx}{x^2} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = Lx \to du = \frac{1}{x} \cdot dx \\ \frac{1}{x^2} \cdot dx = dv \to v = -\frac{1}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow Lx \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) - \int -\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx =$$

$$= -\frac{Lx}{x} + \int \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\frac{Lx}{x} - \frac{1}{x} = -\frac{\mathbf{1+Lx}}{\boldsymbol{x}}.$$

$$I = \int_1^e f(x) \cdot dx = \left[-\frac{1+Lx}{x}\right]_1^e = \left[\frac{1+Lx}{x}\right]_e^1 = \left(\frac{1+L1}{1}\right) - \left(\frac{1+Le}{e}\right) = \frac{1+0}{1} - \frac{1+1}{e} =$$

$$= 1 - \frac{2}{e}.$$

$$\underline{\int \frac{Lx}{x^2} \cdot dx = \frac{e-2}{e}}.$$

****

2º) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 0 & k-1 & k-1 \\ k & 1 & k-3 \end{pmatrix}$:

a) Halle los valores del parámetro k para los que la matriz A tiene inversa.

b) Tomando el valor $k = -1$ en la matriz A, calcule la matriz X que verifique la igualdad: $A \cdot X = 24 \cdot I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

----

a)

Una matriz tiene inversa cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} k & 0 & 1 \\ 0 & k-1 & k-1 \\ k & 1 & k-3 \end{vmatrix} = k(k-1)(k-3) - k(k-1) - k(k-1) = 0;$$

$k(k-1)(k-3) - 2k(k-1) = 0;\ \ k(k-1)[(k-3)-1] = 0;$

$k(k-1)(k-4) = 0 \Rightarrow k_1 = 0, k_2 = 1, k_3 = 4.$

$$\underline{La\ matriz\ A\ es\ invertible\ \forall k \in R - \{0, 1, 4\}}.$$

b)

$A \cdot X = 24 \cdot I;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot 24 \cdot I;\ \ I \cdot X = 24 \cdot A^{-1} \Rightarrow \underline{X = 24 \cdot A^{-1}}.$

Para $k = -1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Se obtiene la inversa de A por el método de Gauss-Jordan.

$$(A|I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \to -F_1\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_3 \to F_3 + F_1\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{F_2 \to -\tfrac{1}{2}F_2\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_3 \to F_3 - F_2\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -1 & \frac{1}{2} & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{F_3 \to -\tfrac{1}{6}F_3\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{6} \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \to F_1 + F_3 \\ F_2 \to F_2 - F_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{6} & -\frac{5}{12} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{6} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{6} \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$X = 24 \cdot A^{-1} = -24 \cdot \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} -20 & -2 & -4 \\ -4 & -10 & 4 \\ 4 & -2 & -4 \end{pmatrix}.}$$

****

3º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z=4 \\ x+2y=7 \end{cases}$ $y\ s \equiv \begin{cases} x=2 \\ y+5=0 \end{cases}$:

a) Estudie la posición relativa de $r\ y\ s$.

b) Halle la ecuación del plano π perpendicular a la recta r, y que contiene el punto $A(11,-2,5)$.

----

a)

Las expresiones de las rectas $r\ y\ s$ por ecuaciones paramétricas son las siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x+y-z=4 \\ x+2y=7 \end{cases} \Rightarrow z=\lambda \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=4+\lambda \\ x+2y=7 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -x-y=-4-\lambda \\ x+2y=7 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=3-\lambda;\ \ x=7-2y=7-6+2\lambda \Rightarrow x=1+2\lambda \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=3-\lambda \\ z=\lambda \end{cases}.$$

$$s \equiv \begin{cases} x=2 \\ y+5=0 \end{cases} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x=2 \\ y=-5. \\ z=\mu \end{cases}$$

Un punto y un vector director de la recta r son $A(1,3,0)$ y $\overrightarrow{v_r}=(2,-1,1)$.

Un punto y un vector director de la recta s son $B(2,-5,0)$ y $\overrightarrow{v_s}=(0,0,1)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son linealmente independientes por no ser proporcionales sus componentes; esto implica que las rectas r y s se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso hacemos lo siguiente:

Se considera el vector $\vec{w}$ que tiene como origen el punto $A \in r$ y extremo el punto $B \in s$: $\vec{w}=\overrightarrow{AB}=[B-A]=[(2,-5,0)-(0,0,1)]=(2,-5,-1)$.

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s},\vec{w}\}$ sean o no coplanarios las rectas r y s se cortan o se cruzan, respectivamente.

Los vectores $\{\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s},\vec{w}\}$ son coplanarios cuando el rango del determinante que forman es cero y las rectas r y s se cortan; en caso contrario, se cruzan.

$$Rang\ \{\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s},\vec{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & -1 \end{vmatrix} = -2+10 \neq 0 \Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s},\vec{w}\}=3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s},\vec{w}\ no\ son\ coplanarios.$$

$$\underline{Las\ rectas\ r\ y\ s\ se\ cruzan.}$$

$b)$

El haz de planos α perpendiculares a la recta r tiene la siguiente expresión general: $\alpha \equiv 2x - y + z + D = 0$.

De los infinitos planos del haz α el plano π que contiene al punto $A(11, -2, 5)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} \alpha \equiv 2x - y + z + D = 0 \\ A(11, -2, 5) \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot 11 - (-2) + 5 + D = 0; \;\; 22 + 7 + D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = -29 \Rightarrow \underline{\pi \equiv 2x - y + z - 29 = 0}.$$

****

4º) El tiempo que transcurre hasta la primera avería de una unidad de cierta marca de impresoras de chorro de tinta viene dado, aproximadamente, por una distribución normal con un promedio de 1.500 horas y una desviación típica de 200 horas.

a) ¿Qué porcentaje de esas impresoras fallarán antes de 1.000 horas de funcionamiento?

b) ¿Qué porcentaje de esas impresoras tendrán la primera avería entre las 1.000 y 2.000 horas de uso?

----

b)

$Datos: \ \mu = 1.500; \ \ \sigma = 200.$

$X \rightarrow N(\mu; \ \sigma) = N(1.500; \ 200).$ Tipificando la variable: $Z = \frac{X-1.500}{200}$.

$P = P(X < 1.000) = P\left(Z < \frac{1.000-1.500}{200}\right) = P\left(Z < \frac{-500}{200}\right) = P(Z < -2{,}5) =$

$= 1 - P(Z < 2{,}5) = 1 - 0{,}9938 = \underline{0{,}0062 = 0{,}62\ \%}.$

b)

$P = P(1.000 \leq X \leq 2.000) = P\left(\frac{1.000-1.500}{200} \leq Z \leq \frac{2.000-1.500}{200}\right) =$

$= P\left(\frac{-500}{200} \leq Z \leq \frac{500}{200}\right) = P(-2{,}5 \leq Z \leq 2{,}5) = P(Z < 2{,}5) - [1 - P(Z < 2{,}5)] =$

$= P(Z < 2{,}5) - 1 + P(Z < 2{,}5) = 2 \cdot P(Z < 2{,}5) - 1 = 2 \cdot 0{,}9938 - 1 =$

$= 1{,}9876 - 1 = \underline{0{,}9876 = 98{,}76\ \%}.$

****

GRUPO B

1º) Sean las funciones $f(x) = 2x^4 + ax^2 + b$ y $g(x) = -2x^3 + c$.

a) Calcule los valores $a, b\ y\ c$ de manera que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ cumplan las dos condiciones siguientes:

--- Se cortan en el punto $P(1, 1)$.

--- En dicho punto coincida la pendiente de las rectas tangentes.

Dar las expresiones de las funciones resultantes.

b) Suponiendo que $a = b = 1$ en $f(x)$, halle las asíntotas de la función $h(x) = \frac{f(x)}{x^3-1}$.

----

a)

Por contener ambas funciones al punto $P(1, 1)$:

$f(1) = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1^4 + a \cdot 1^2 + b = 1;\ \ a + b = -1.\qquad (1)$

$g(1) = 1 \Rightarrow -2 \cdot 1^3 + c = 1 \Rightarrow \underline{c = 3}$.

La pendiente de la tangente a una función en un punto es igual que el valor de su primera derivada en ese punto:

$f'(x) = 8x^3 + 2ax \ \Rightarrow\ m_f = f'(1) = 8 \cdot 1^3 + 2a \cdot 1\ \Rightarrow m_f = 8 + 2a.$

$g'(x) = -6x^2 \ \Rightarrow\ m_g = g'(1) = -6 \cdot 1^2 \Rightarrow m_g = -6.$

$m_f = m_g \Rightarrow 8 + 2a = -6;\ \ 2a = -14 \Rightarrow \underline{a = -7}.$

Sustituyendo en la expresión (1) el valor obtenido de a: $-7 + b = -1 \Rightarrow \underline{b = 6}$.

Las funciones son: $\underline{f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6\ \ y\ \ g(x) = -2x^3 + 3}$.

b)

Para $a = b = 1$ es $f(x) = 2x^4 + x^2 + 1$ y $h(x) = \frac{f(x)}{x^3-1} = \frac{2x^4+x^2+1}{x^3-1}$.

Asíntotas verticales: Son los valores reales de x que anulan el denominador:

$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \underline{La\ recta\ x = 1\ es\ asíntota\ vertical}$.

Por ser una $h(x)$ una función racional cuyo grado del numerador es una unidad mayor que el grado del denominador tiene asíntota oblicua, que es la siguiente:

Las asíntotas oblicuas son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx]$, con m finito y $m \neq 0$.

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^4+x^2+1}{x^3-1}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^4+x^2+1}{x^4-x} = 2.$$

$$n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x^4+x^2+1}{x^3-1} - 2x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^4+x^2+1-2x^4+2x}{x^3-1} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x+1}{x^3-1} = 0.$$

$$\underline{Asíntota\ oblicua: y = 2x.}$$

No tiene asíntotas horizontales por ser incompatibles con las asíntotas oblicuas.

****

2º) Una pequeña bombonería tiene en su almacén 24 kg de chocolate y 60 litros de leche, con los que elabora tres productos: cajas de bombones, tabletas de chocolate y paquetes de chocolate en polvo. Del resto de los ingredientes se tienen reservas suficientes. Se sabe que las cajas de bombones requieren 2 kg de chocolate y 6 litros de leche, las tabletas de chocolate requieren 4 kg de chocolate y 4 litros de leche, y cada paquete de chocolate en polvo requiere 1 kg de chocolate y 4 litros de leche. Se quiere fabricar un total de 12 unidades y con ello se consume todo el chocolate y toda la leche demandada. ¿Cuántas unidades deben fabricarse de cada tipo de producto?

Sean x, y, z las unidades fabricadas de cajas de bombones, tabletas de chocolate y chocolate en polvo, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=24 \\ 6x+4y+4z=60 \\ x+y+z=12 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 2x+4y+z=24 \\ 3x+2y+2z=30 \\ x+y+z=12 \end{array}\right\}.$$

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 24 & 4 & 1 \\ 30 & 2 & 2 \\ 12 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{48+30+96-24-48-120}{4+3+8-2-4-12}=\frac{126-144}{15-18}=\frac{-18}{-3}=6.$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-3}=\frac{60+36+48-30-48-72}{-3}=\frac{144-150}{-3}=\frac{-6}{-3}=2.$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 24 \\ 3 & 2 & 30 \\ 1 & 1 & 12 \end{vmatrix}}{-3}=\frac{48+72+120-48-60-144}{-3}=\frac{192-204}{-3}=\frac{-12}{-3}=4.$$

$\underline{Deben\ fabricrse\ 6\ cajas\ de\ bombones, 2\ tabletas\ y\ 4\ chocolates\ en\ polvo.}$

****

3º) Consideramos la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{cases}$, y el plano $\pi_1 \equiv x - y + 3z = 12$:

a) Calcule la ecuación del plano π_2 que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π_1.

b) Sabiendo que la recta r corta al plano π_1, averigüe el punto de intersección.

----

a)

La expresión de r dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{cases} \Rightarrow x = \lambda;\ \ y = -5 + 2\lambda;\ \ 4z = 3\lambda + 1 \Rightarrow z = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = -5 + 2\lambda \\ z = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\lambda \end{cases}.$$

Un punto y un vector director de r son $A(1, -3, 1)$ y $\overrightarrow{v_r} = (4, 8, 3)$.

Un vector normal de π_1 es $\vec{n} = (1, -1, 3)$.

Por contener el plano π_2 a la recta r y ser perpendicular al plano π_1 tiene como vectores directores a $\overrightarrow{v_r} = (4, 8, 3)$ y $\vec{n} = (1, -1, 3)$.

Por contener π_2 a la recta r contiene al punto $A(1, -3, 1)$.

La expresión general del plano π_2 es la siguiente:

$$\pi_2(A;\ \overrightarrow{v_r}, \vec{n}) \equiv \begin{vmatrix} x - 1 & y + 3 & z - 1 \\ 4 & 8 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0;$$

$$24(x - 1) + 3(y + 3) - 4(z - 1) - 8(z - 1) + 3(x - 1) - 12(y + 3) = 0;$$

$$27(x - 1) - 9(y + 3) - 12(z - 1) = 0;\ \ 9(x - 1) - 3(y + 3) - 4(z - 1) = 0;$$

$$9x - 9 - 3y - 9 - 4z + 4 = 0\ \Rightarrow\ \underline{\pi_2 \equiv 9x - 3y - 4z - 14 = 0}.$$

b)

El punto de corte de la recta r con el plano π_1 es la solución del sistema que forman:

$$\left.\begin{array}{r} \pi_1 \equiv x - y + 3z = 12 \\ r \equiv \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{cases} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} x - y + 3z = 12 \\ 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{array}\right\} \rightarrow y = 2x - 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-(2x-5)+3z=12 \\ 3x-4z=-1 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} x-2x+5+3z=12 \\ 3x-4z=-1 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} -x+3z=7 \\ 3x-4z=-21 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} -3x+9z=21 \\ 3x-4z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow 5z=20;\;\; z=4;\;\; -x+12=7 \Rightarrow x=5;\;\; y=10-5=5.$$

$$\underline{P(5,5,4)}.$$

****

4º) Se sabe que el 8 % de los análisis de comprobación del níquel en una aleación de acero son erróneos. Se realizan 10 análisis:

a) Se afirma que la probabilidad de que 3 o más análisis sean erróneos es menor que el 3 %. Justifique si es cierto.

b) Se afirma que la probabilidad de obtener exactamente 3 análisis erróneos es menor que el 3 %. Justifique si es cierto.

c) Si se realizan 100 análisis, justifique si el número esperado de análisis erróneos es igual a 8.

----

a)

Se trata de una distribución binomial de las siguientes características:

$p = 0{,}08; \;\; q = 0{,}92; \;\; n = 10$

La probabilidad de que 3 o más análisis sean erróneos es equivalente a la unidad menos las probabilidades de que el número de análisis erróneos sea 0, 1 o 2.

La fórmula de la probabilidad de que de n elementos r sean favorables es la siguiente: $P = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot q^{n-r}$.

$$P = 1 - [P(0) + P(1) + P(2)] =$$

$$= 1 - \left[\binom{10}{0} \cdot 0{,}08^0 \cdot 0{,}92^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0{,}08^1 \cdot 0{,}92^9 + \binom{10}{2} \cdot 0{,}08^2 \cdot 0{,}92^8\right] =$$

$$= 1 - \left(1 \cdot 1 \cdot 0{,}4344 + 10 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4722 + \tfrac{10!}{8! \cdot 2!} \cdot 0{,}0064 \cdot 0{,}5132\right) =$$

$$= 1 - (0{,}4344 + 0{,}3777 + 45 \cdot 0{,}0064 \cdot 0{,}5132) = 1 - (0{,}8121 + 0{,}1478) =$$

$$= 1 - 0{,}9599 = 0{,}0401 = 4{,}01\ \% > 3\ \%.$$

$$\underline{La\ afirmación\ es\ falsa.}$$

b)

$p = 0{,}08; \;\; q = 0{,}92; \;\; n = 3$

$$P = P(3) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}08^3 \cdot 0{,}92^7 = \tfrac{10!}{7! \cdot 3!} \cdot 0{,}000512 \cdot 0{,}5578 =$$

$$= \tfrac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} \cdot 0{,}000512 \cdot 0{,}5578 = 120 \cdot 0{,}000512 \cdot 0{,}5578 = 0{,}0343 > 0{,}03.$$

$$\underline{La\ afirmación\ es\ falsa.}$$

$c)$

$Datos\!: n = 100;\;\; p = 0{,}08.$

Siendo la media $\mu = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}08 = \underline{8}$.

$$\underline{En\ efecto, se\ esperan\ 8\ análisis\ erróneos.}$$

****