PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE CANARIAS

JUNIO – 2022

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Instrucciones:
Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas entre las parejas 1A-1B, 2A-2B, 3A-3B y 4A-4B, correspondientes a cada uno de los bloques de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque de contenidos, se considerará sólo la primera pregunta respondida de ese bloque. En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se puede utilizar cualquier calculadora científica, no programable ni con conexión a internet.

Bloque 1.- Análisis.

1A) Dada la función $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2+bx & si\ \ x<1 \\ a+Lx & si\ \ x\geq 1\end{cases}$.

a) Estudia los valores de los parámetros $a\ y\ b$ para que la función $f(x)$ sea continua y derivable en R. Escribe la función resultante $f(x)$.

b) Tomamos los valores $a=-2\ y\ b=1$, calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x=e$.

----

a)

Para que una función sea derivable en un punto es condición necesaria que sea continua en ese punto, por lo cual, antes de estudiar su derivabilidad se estudia su continuidad.

La función $f(x)$ es continua en R, excepto para $x=1$, cuya continuidad es dudosa y se van a determinar los valores reales de $a\ y\ b$ para que lo sea.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$Para\ x=1 \Rightarrow \begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}[(x-1)^2+bx]=b \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(a+Lx)=a=f(1)\end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=f(1) \Rightarrow a=b. \quad (1)$$

La función $f(x)$ es derivable en R, excepto para $x = 1$ cuya derivabilidad se va a forzar determinando los correspondientes valores de a y b.

Una función es derivable en un punto cuando sus derivadas por la izquierda y por la derecha son iguales en ese punto.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 2 + b & si \;\; x < 1 \\ \frac{1}{x} & si \;\; x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1^-) = b & si \;\; x < 1 \\ f'(1^+) = 1 & si \;\; x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow\ f'(1^-) = f'(1^+) \Rightarrow b = 1.$ Teniendo en cuenta (1): $a = 1$.

$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ continua\ y\ derivable\ en\ R\ para\ a = b = 1.}$

$b)$

Para $a = -2$ y $b = 1$ la función es $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + x & si \;\; x < 1 \\ -2 + Lx & si \;\; x \geq 1 \end{cases}$.

Para $x = e$ la función es $f(x) = Lx - 2$.

La pendiente de la tangente a una función en un punto es igual que el valor de su primera derivada en ese punto.

$f'(x) = \frac{1}{x}.$ $\;Para\ x = e \Rightarrow m = f'(e) \Rightarrow m = \frac{1}{e}.$

El punto de tangencia es: $f(e) = Le - 2 = 1 - 2 = -1 \Rightarrow P(e, -1)$.

La expresión de una recta conocido un punto y la pendiente viene dada por la fórmula $y - y_0 = m(x - x_0)$, que aplicada al punto $P(e, -1)$:

$y + 1 = \frac{1}{e} \cdot (x - e);\;\; ey + e = x - e.$

$\underline{La\ recta\ tangente\ es\ t \equiv x - ey - 2e = 0.}$

****

1B) Realiza el cálculo de las integrales: $a)\ I=\int \frac{x+4}{x^2+4}\cdot dx.\qquad b)\ I=\int_1^e \frac{(Lx)^3}{x}\cdot dx.$

$a)$

$$I=\int \frac{x+4}{x^2+4}\cdot dx=\int \frac{x}{x^2+4}\cdot dx+\int \frac{4}{x^2+4}\cdot dx=M+N.\qquad (*)$$

$$M=\int \frac{x}{x^2+4}\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{matrix} x^2+4=t \\ 2x\cdot dx=dt \\ x\cdot dx=\frac{1}{2}\cdot dt \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\int \frac{1}{t}\cdot dt=-\frac{1}{2}\cdot Lt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M=\frac{1}{2}\cdot L(x^2+4).$$

$$N=\int \frac{4}{x^2+4}\cdot dx=\int \frac{4}{4\left(\frac{x^2}{4}+1\right)}\cdot dx=\int \frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)^2+1}\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{matrix} \frac{x}{2}=t \\ dx=2\cdot dt \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\int \frac{1}{t^2+1}\cdot dt=2\cdot arc\ tg\ t+C \Rightarrow N=2\cdot arc\ tg\ \frac{x}{2}+C.$$

Sustituyendo en (*) los valores obtenidos de M y N:

$$\underline{I=\int \frac{x+4}{x^2+4}\cdot dx=\frac{1}{2}\cdot L(x^2+4)+2\cdot arc\ tg\ \frac{x}{2}+C.}$$

$b)$

$$I=\int_1^e \frac{(Lx)^3}{x}\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{matrix} Lx=t \\ \frac{1}{x}\cdot dx=dt \end{matrix}\middle| \begin{matrix} x=e\rightarrow t=1 \\ x=1\rightarrow t=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \int_0^1 t^3\cdot dt=\left[\frac{t^4}{4}\right]_0^1=$$

$$=\frac{1^4}{4}-\frac{0^4}{4} \Rightarrow \underline{I=\int_1^e \frac{(Lx)^3}{x}\cdot dx=\frac{1}{4}}.$$

****

Bloque 2.- Álgebra.

2A) Averigua qué dos matrices de dimensiones 3×3, X e Y, verifican las siguientes condiciones:

1— La suma de ambas matrices X e Y da como resultado la matriz I_3 (siendo I_3 la matriz identidad 3×3).

2— Siendo $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & -7 \\ 14 & -12 & 0 \\ 0 & -7 & -5 \end{pmatrix}$, la matriz traspuesta de A es el resultado de realizar la resta del doble de la matriz X y cinco veces la matriz Y.

$$\left.\begin{array}{r} X + Y = I \\ 2X - 5Y = A^t \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 5X + 5Y = 5I \\ 2X - 5Y = A^t \end{array}\right\} \Rightarrow 7X = A^t + 5I \Rightarrow \underline{X = \tfrac{1}{7} \cdot (A^t + 5I)}. \qquad (*)$$

$$A^t + 5I = \begin{pmatrix} 9 & 14 & 0 \\ 0 & -12 & -7 \\ -7 & 0 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 14 & 0 \\ 0 & -7 & -7 \\ -7 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sustituyendo el valor obtenido en la expresión (*):

$$X = \tfrac{1}{7} \cdot (A^t + 5I) = \tfrac{1}{7} \cdot \begin{pmatrix} 14 & 14 & 0 \\ 0 & -7 & -7 \\ -7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{X = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}.$$

$$X + Y = I \Rightarrow Y = I - X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Y = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}.$$

****

2B) Dado el sistema $\left.\begin{array}{r} kx-y-z=1 \\ x+ky+2kz=k \\ x+y+z=-1 \end{array}\right\}$, con $k \in R$.

a) Discute la resolución del sistema de ecuaciones, según los valores que pueda tmar el parámetro k.

b) Resuelve el sistema para $k=1$.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A=\begin{pmatrix} k & -1 & -1 \\ 1 & k & 2k \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } A'=\begin{pmatrix} k & -1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 2k & k \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|A|=\begin{vmatrix} k & -1 & -1 \\ 1 & k & 2k \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=k^2-1-2k+k-2k^2+1=-k^2-k=0;$$

$k^2+k=0;\;\; k(k+1)=0 \Rightarrow k_1=0, k_2=-1.$

$$\underline{Para \left\{\begin{array}{c} k \neq 0 \\ k \neq -1 \end{array}\right\} \Rightarrow Rang\ A = Rang\ A' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$Para\ k=0 \Rightarrow A'=\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow Rang\ A' = 2.$$

$$Para\ k=-1 \Rightarrow A'=\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_1=-F_3\} \Rightarrow Rang\ A' = 2.$$

$$\underline{Para \left\{\begin{array}{c} k = 0 \\ k = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow Rang\ A = Rang\ A' = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

b)

Para $k=1$ el sistema resulta $\left.\begin{array}{r} x-y-z=1 \\ x+y+2z=1 \\ x+y+z=-1 \end{array}\right\}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}}=\frac{1-1+2-1-2+1}{1-1-2+1-2+1}=\frac{0}{-2}=0.$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}}{-2}=\frac{1+1+2+1+2-1}{-2}=\frac{6}{-2}=-3.$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}}{-2}=\frac{-1+1-1-1-1-1}{-2}=\frac{-4}{-2}=2.$$

$\underline{Solución: x=0, y=-3, z=2}.$

****

Bloque 3.- Geometría.

3A) En el espacio tridimensional conocemos las ecuaciones de las rectas siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 4y - 3z = -1 \end{cases} \text{ y } s \equiv \begin{cases} x + 4y + 12 = 0 \\ 6y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

a) Estudia la posición relativa de las rectas r y s.

b) Calcula la ecuación del plano π paralelo a la recta s que contiene a la recta r. Halla el punto de corte de dicho plano π con la recta $t \equiv \frac{x+4}{-1} = \frac{y-8}{3} = z - 2$.

----

a)

Las expresiones de las rectas r y s por ecuaciones paramétricas son:

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 4y - 3z = -1 \end{cases} \Rightarrow y = \lambda \Rightarrow 3x = -1 + 2y = -1 + 2\lambda \Rightarrow x = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\lambda;$$

$$3z = 1 + 4y = 1 + 4\lambda \Rightarrow z = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}\lambda \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\lambda \\ y = \lambda \\ z = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}\lambda \end{cases}.$$

$$s \equiv \begin{cases} x + 4y + 12 = 0 \\ 6y + z + 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \mu \Rightarrow \begin{Bmatrix} x = -12 - 4\mu \\ z = -13 - 6\mu \end{Bmatrix} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = -12 - 4\mu \\ y = \mu \\ z = -13 - 6\mu \end{cases}.$$

Un punto y un vector director de r son $A\left(-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}\right)$ y $\overrightarrow{v_r} = (2, 3, 4)$.

Un punto y un vector director de s son $B(-12, 0, -13)$ y $\overrightarrow{v_s} = (4, -1, 6)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son linealmente independientes por no ser proporcionales sus componentes; esto implica que las rectas r y s se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso hacemos lo siguiente:

Se considera el vector $\vec{w}$, linealmente dependiente del que tiene como origen el punto $A \in r$ y extremo el punto $B \in s$:

$$\overrightarrow{w'} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \left[(-12, 0, -13) - \left(-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}\right)\right] = \left(-\frac{35}{3}, 0, \frac{-38}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{w} = (35, 0, 38).$$

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ sean o no coplanarios las rectas r y s se cortan o se cruzan, respectivamente.

Los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \overrightarrow{w}\}$ son coplanarios cuando el rango del determinante que forman es cero y las rectas r y s se cortan; en caso contrario, se cruzan.

$$Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \overrightarrow{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 6 \\ 35 & 0 & 38 \end{vmatrix} = -76 + 630 + 140 - 456 =$$

$$= 770 - 532 \neq 0 \Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \overrightarrow{w}\} = 3\ \Rightarrow\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \overrightarrow{w}\ no\ son\ coplanarios.$$

$$\underline{Las\ rectas\ r\ y\ s\ se\ cruzan}.$$

$b)$

El plano π, por ser paralelo a la recta s y contener a la recta r, tiene como vectores directores a $\overrightarrow{v_r} = (2, 3, 4)$ y a $\overrightarrow{v_s} = (4, -1, 6)$.

Un punto de r es, por ejemplo: $r \equiv \begin{cases} x = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\lambda \\ y = \lambda \\ z = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}\lambda \end{cases} \Rightarrow \lambda = -1 \Rightarrow P(-1, -1, -1).$

$$\pi(P;\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y+1 & z+1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 6 \end{vmatrix} = 0;$$

$$18(x+1) + 16(y+1) - 2(z+1) - 12(z+1) + 4(x+1) - 12(y+1) = 0;$$

$$22(x+1) + 4(y+1) - 14(z+1) = 0;\ \ 11(x+1) + 2(y+1) - 7(z+1) = 0;$$

$$11x + 11 + 2y + 2 - 7z - 7 = 0\ \Rightarrow\ \underline{\pi \equiv 11x + 2y - 7z + 6 = 0}.$$

La expresión de la recta t por unas ecuaciones paramétricas es: $t \equiv \begin{cases} x = -4 - \lambda \\ y = 8 + 3\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}.$

El punto Q de intersección de la recta t con el plano π es:

$$\left. \begin{array}{r} t \equiv \begin{cases} x = -4 - \lambda \\ y = 8 + 3\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases} \\ \pi \equiv 11x + 2y - 7z = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow 11(-4 - \lambda) + 2 \cdot (8 + 3\lambda) - 7 \cdot (2 + \lambda) = -6;$$

$$-44 - 11\lambda + 16 + 6\lambda - 14 - 7\lambda = -6;\ 12\lambda = -36;\ \ \lambda = -3 \Rightarrow \underline{Q(-1, -1, -1)}.$$

****

3B) En el espacio tridimensional conocemos las ecuaciones siguientes:

$$\pi \equiv \begin{cases} x = 1 + t + 4s \\ y = 1 + s \\ z = 3 - 3t - 5s \end{cases}; \; r_1 \equiv \frac{x+4}{5} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-1}{0}; \; r_2 \equiv \begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ y + 4z = 5 \end{cases}.$$

a) Calcula la ecuación de la recta s, perpendicular al plano π y que contiene el punto de intersección de las rectas r_1 y r_2.

b) ¿Es cierto que el ángulo entre las rectas r_1 y r_2 es menor de 45°? Justifícalo.

----

a)

La expresión de r_1 por dos planos secantes es: $r_1 \equiv \begin{cases} 6x - 5y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$.

El punto de intersección de r_1 y r_2 es la solución del sistema que forman:

Las rectas r_1 y r_2 determinan el sistema $\left.\begin{array}{r} 6x - 5y = 1 \\ z = 1 \\ 4x + 3y = 7 \\ y + 4z = 5 \end{array}\right\}$.

De las ecuaciones segunda y cuarta: $y + 4 = 5 \Rightarrow y = 1$.

$6x - 5 = 1; \; 6x = 6 \Rightarrow x = 1$. El punto de corte es $P(1, 1, 1)$.

Dos vectores directores de π son $\vec{u} = (1, 0, -3)$ y $\vec{v} = (4, 1, -5)$.

Un vector normal del plano es cualquiera que sea linealmente dependientes del producto vectorial de sus vectores directores:

$$\vec{n} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix} = -12j + k + 3i + 5j \Rightarrow \vec{n} = (3, -7, 1).$$

La recta s pedida tiene como vector director a $\vec{n} = (3, -7, 1)$ y contiene al punto $P(1, 1, 1)$. Su expresión, por ejemplo, dada por unas ecuaciones continuas es la siguiente:

$$\underline{s \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-1}{1}}.$$

b)

El ángulo dos rectas es el menor de los ángulos que forman sus vectores directores.

Un vector director de r es $\overrightarrow{v_1} = (5, 6, 0)$.

Un vector director de $r_2 \equiv \begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ y + 4z = 5 \end{cases}$ es cualquiera que sea linealmente dependientes del producto vectorial de los vectores normales de los planos que lo determinan, que son $\overrightarrow{n_1} = (4, 3, 0)$ y $\overrightarrow{n_2} = (0, 1, 4)$.

$$\overrightarrow{v_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 12i + 4k - 16j = 12i - 16j + 4k \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = (3, -4, 1).$$

Sabiendo que $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\alpha$:

$$\cos\alpha = \left|\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}\right| = \left|\frac{(5,6,0)\cdot(0,1,4)}{\sqrt{5^2+6^2}\cdot\sqrt{1^2+4^2}}\right| = \left|\frac{6}{\sqrt{25+36}\cdot\sqrt{1+16}}\right| = \frac{6}{\sqrt{61}\cdot\sqrt{17}} = \frac{6}{\sqrt{1.037}} =$$

$$= \frac{6}{32,202} = 0,1863 \Rightarrow \alpha = 79^\circ\ 15'\ 43''.$$

$\underline{No\ es\ cierto\ que\ el\ \acute{a}ngulo\ que\ forman\ r_1\ y\ r_2\ sea\ menor\ de\ 45^\circ.}$

****

Bloque 4.- Probabilidad.

4A) Tenemos una caja con bolas de madera y de plástico de distintos colores, pero con el mismo tamaño y aspecto. Contamos con la siguiente información: el 38 % son bolas azules y, de este color, la mitad son de madera; el 29 % son bolas rojas y, de este color, las tres cuartas partes son de madera y el 33 % son bolas verdes y, de este color, dos tercios son de madera. Extraemos una bola de la caja. Responde a las siguientes preguntas:

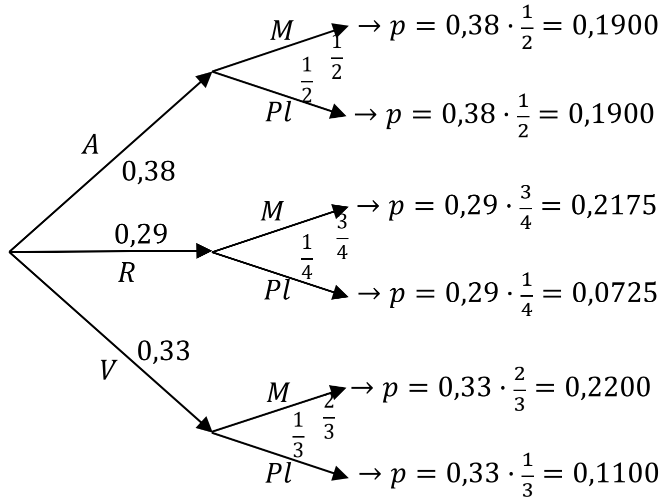
a) Construye el árbol de probabilidades.

b) Calcula la probabilidad de que, al sacar una bola al azar de la caja, esta sea de madera.

c) Si la bola extraída de la caja es de plástico, ¿qué probabilidad hay de que sea de color rojo?

----

a)



b)

$$P = P(M) = P(A \cap M) + P(R \cap M) + P(V \cap M) =$$

$$= P(A) \cdot P(M/A) + P(R) \cdot P(M/R) + P(V) \cdot P(M/V) =$$

$$= 0{,}38 \cdot \frac{1}{2} + 0{,}29 \cdot \frac{3}{4} + 0{,}33 \cdot \frac{2}{3} = 0{,}1900 + 0{,}2175 + 0{,}2200 = \underline{0{,}6275}.$$

c)

$$P = P(R/Pl) = \frac{P(R \cap Pl)}{P(Pl)} = \frac{P(R) \cdot P(Pl/R)}{1 - P(M)} = \frac{0{,}29 \cdot \frac{1}{4}}{1 - 0{,}6275} = \frac{0{,}0725}{0{,}3725} = \underline{0{,}1946}.$$

****

4B) El número de ventas diarias de periódicos en un quiosco se distribuye como una distribución normal de media 30 periódicos y desviación típica $\sqrt{2}$. Determina:

a) La probabilidd de que en un día se vendan entre 28 y 31 periódicos.

b) Justifica si es cierto que la probabilidad de vender más de 32 periódicos es menor que 0,1.

c) El dueño del quiosco considera que su puesto está situado en una buena zona, ya que sabe que hay más de un 80 % de posibilidades de vender más de 29 periódicos diarios. ¿Está en lo cierto? Justifícalo.

$Datos$: $\mu = 30$; $\sigma = \sqrt{2}$.

$X \to N(\mu;\ \sigma) = N(30, \sqrt{2})$. Tipificando la variable: $Z = \frac{X-30}{\sqrt{2}}$.

a)

$$P = P(28 \leq X \leq 31) = P\left(\frac{28-30}{\sqrt{2}} \leq Z \leq \frac{31-30}{\sqrt{2}}\right) = P\left(\frac{-2}{\sqrt{2}} \leq Z \leq \frac{1}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$= P(-1{,}41 \leq Z \leq 0{,}71) = P(Z \leq 0{,}71) - P(Z \leq -1{,}41) =$$

$$= P(Z \leq 0{,}71) - [1 - P(Z \leq 1{,}41)] = P(Z \leq 0{,}71) - 1 + P(Z \leq 1{,}41) =$$

$$= 0{,}7611 - 1 + 0{,}9207 = 1{,}6818 - 1 = \underline{0{,}6818}.$$

b)

$$P = P(X > 32) = P\left(Z > \frac{32-30}{\sqrt{2}}\right) = P\left(Z > \frac{2}{\sqrt{2}}\right) = P(Z > 1{,}41) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 1{,}41) = 1 - 0{,}9207 = 0{,}0793 < 0{,}1.$$

$$\underline{Cierto: la\ probabilidad\ es\ menor\ de\ 0{,}1.}$$

c)

$$P = P(X > 29) = P\left(Z > \frac{29-30}{\sqrt{2}}\right) = P\left(Z > \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = P(Z > -0{,}71) =$$

$$= P(Z \leq 0{,}71) = 0{,}7611 < 0{,}8.$$

$$\underline{No\ está\ en\ lo\ cierto: la\ probabilidad\ es\ menor\ del\ 80\ \%.}$$

****