

**PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)****UNIVERSIDAD DE BALEARES****SEPTIEMBRE – 2012**

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

**MATEMÁTICAS II****Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos**

Conteste de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Se valorarán la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) empleado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo.

**OPCIÓN A**

1º) a) Calcule todas las matrices de dimensión  $2 \times 2$  de la forma  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ c & -2-a \end{pmatrix}$  que satisfagan  $A^2 + 2A + 3I = O$ , siendo  $I$  la matriz identidad. A continuación calcule la expresión de  $c$  en función de  $a$ .

b) Demostrar que las matrices del apartado anterior son invertibles y calcular su matriz inversa.

a)

$$A^2 = \begin{pmatrix} a & 1 \\ c & -2-a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ c & -2-a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+c & a-2-a \\ ac-2c-ac & c+4+a^2+4a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+c & -2 \\ -2c & a^2+4a+4+c \end{pmatrix}.$$

$$A^2 + 2A + 3I = O \Rightarrow \begin{pmatrix} a^2+c & -2 \\ -2c & a^2+4a+4+c \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ c & -2-a \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ;;$$

$$\begin{pmatrix} a^2+c & -2 \\ -2c & a^2+4a+4+c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & 2 \\ 2c & -4-2a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ;;$$

$$\begin{pmatrix} a^2+2a+c+3 & 0 \\ 0 & a^2+2a+c+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow a^2+2a+c+3=0 \Rightarrow \underline{\underline{c=-(a^2+2a+3)}}.$$

Las matrices pedidas son de la forma:  $A = \underline{\underline{\begin{pmatrix} a & 1 \\ -a^2-2a-3 & -2-a \end{pmatrix}}}$ .

b)

Para que una matriz tenga inversa es condición necesaria que su determinante sea distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & 1 \\ -a^2 - 2a - 3 & -2 - a \end{vmatrix} = -2a - a^2 + a^2 + 2a + 3 = 3 \Rightarrow \underline{|A| \neq 0, \forall a \in \mathbb{R}}.$$

Las matrices A son inversibles para cualquier valor real de  $\alpha$ , como se pedía demostrar.

Las matrices inversas son:

$$A^T = \begin{pmatrix} a & -a^2 - 2a - 3 \\ 1 & -2 - a \end{pmatrix}; \text{Adj. } A^T = \begin{pmatrix} -2 - a & -1 \\ a^2 + 2a + 3 & a \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{A^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 - a & -1 \\ a^2 + 2a + 3 & a \end{pmatrix}}}.$$

\*\*\*\*\*

www.yoquieroaprobar.es

2º) Demostrar que las rectas  $r_1 \equiv \begin{cases} x+2y+3z=-1 \\ y-z=2 \end{cases}$  y  $r_2 \equiv \begin{cases} x+y+z=-1 \\ 2x+z=-4 \end{cases}$  se cortan y calcular el punto de corte.

-----

Las rectas  $r_1$  y  $r_2$  determinan el sistema 
$$\left. \begin{array}{l} x+2y+3z=-1 \\ y-z=2 \\ x+y+z=-1 \\ 2x+z=-4 \end{array} \right\}.$$

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

En función de los rangos de las matrices  $M$  y  $M'$ , la posición relativa de las dos rectas es la siguiente:

Rango  $M =$  Rango  $M' = 2 \Rightarrow$  (Puntos comunes)  $\Rightarrow$  Son rectas coincidentes.

Rango  $M = 2$  ;; Rango  $M' = 3 \Rightarrow$  (No hay puntos comunes)  $\Rightarrow$  Son rectas paralelas.

Rango  $M =$  Rango  $M' = 3 \Rightarrow$  (Puntos comunes)  $\Rightarrow$  Las rectas se cortan en un punto.

Rango  $M = 3$  ;; Rango  $M' = 4 \Rightarrow$  (No hay puntos comunes)  $\Rightarrow$  Las rectas se cruzan.

$$\begin{aligned} \text{Rango de } M' &\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -4 \end{vmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_3 \rightarrow F_3 - F_1 \\ F_4 \rightarrow F_4 - 2F_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & -5 & -2 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \\ -4 & -5 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \end{vmatrix} = 4+10-16+2=0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } M'=3}. \end{aligned}$$

Veamos ahora cuál es el rango de  $M$ :

$$\text{Rango } M \Rightarrow \{F_1, F_2, F_3\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1-2-3+1 = -3 \neq 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } M = 3}.$$

Las rectas  $r_1$  y  $r_2$  se cortan en un punto, como debíamos demostrar.

Para hallar el punto de corte, que es la solución del sistema que determinan las dos rectas; despreciando una de las ecuaciones, por ejemplo la primera, y resolviendo

$$\text{por Cramer el sistema } \left. \begin{array}{l} y - z = 2 \\ x + y + z = -1 \\ 2x + z = -4 \end{array} \right\} :$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2 - 4 - 4 + 1}{2 + 2 - 1} = \frac{-5}{3} = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}}.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix}}{3} = \frac{4 + 4 - 2 - 2}{3} = \underline{\underline{\frac{4}{3}}}.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -4 \end{vmatrix}}{3} = \frac{-2 - 4 + 4}{3} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}.$$

El punto de corte es  $P\left(-\frac{5}{3}, \frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ .

\*\*\*\*\*

3º) Sea  $\alpha$  un valor estrictamente positivo. Consideramos la función polinómica dependiente de  $\alpha$ :  $f(x) = x^3 + ax + 1$ .

a) Demostrar que la ecuación  $f(x) = 0$  solo puede tener como máximo una solución.

b) Demostrar que la solución del apartado anterior existe y está entre -1 y 0.

-----

a)

La función  $f(x) = x^3 + ax + 1$ , por ser polinómica es continua y derivable en todo su dominio, que es  $\mathbb{R}$ .

Por otra parte, por ser  $\alpha > 0$ , es  $f'(x) = 3x^2 + a > 0$ , lo que significa que  $f(x)$  es monótona creciente y, en consecuencia, solo corta al eje X en un punto y explica que

La ecuación  $f(x) = 0$  solo tiene una solución, como teníamos que demostrar.

b)

El teorema de Bolzano dice que “si una función  $f$  es continua en un intervalo cerrado  $[\alpha, b]$  y en los extremos de éste toma valores de distinto signo, entonces existe al menos un valor  $c \in (a, b)$  tal que  $f(c) = 0$ ”.

Teniendo en cuenta la continuidad de  $f(x)$  y que  $\alpha > 0$ , aplicando el teorema de Bolzano en su intervalo  $[-1, 0]$ :

$$f(-1) = (-1)^3 - a + 1 = -1 - a + 1 = -a < 0.$$

$$f(0) = 0 + 0 + 1 = 1 > 0.$$

Lo anterior prueba que  $f(x)$  tiene la solución en  $(-1, 0)$ , como debíamos demostrar.

\*\*\*\*\*

4º) Haced un dibujo del recinto limitado por la curva  $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$  entre los valores  $x = -1$ ,  $x = 1$  y el eje OX. Calcule el área de este recinto.

-----

La función  $f(x)$  es continua y derivable en su dominio, que es  $D(f) \Rightarrow \mathbb{R} - \{-2\}$  y pasa por el origen.

Los máximos y mínimos relativos son los siguientes:

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x+2) - x^2 \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 4x - x^2}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} = \frac{x(x+4)}{(x+2)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x(x+4)}{(x+2)^2} = 0 \quad ; ; \quad x(x+4) = 0 \quad ; ; \quad \underline{x_1 = 0} \quad ; ; \quad \underline{x_2 = -4}.$$

$$f''(x) = \frac{(2x+4) \cdot (x+2)^2 - x(x+4) \cdot 2 \cdot (x+2) \cdot 1}{(x+2)^4} = \frac{(2x+4) \cdot (x+2) - 2x(x+4)}{(x+2)^3} =$$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 4x + 8 - 2x^2 - 8x}{(x+2)^3} = \frac{8}{(x+2)^3} = f''(x).$$

$$f''(0) = \frac{8}{(0+2)^3} = \frac{8}{8} = 1 > 0 \Rightarrow \text{Mín. para } x=0. \quad f(0) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{Mín. \rightarrow O(0, 0)}}.$$

$$f''(-4) = \frac{8}{(-4+2)^3} = \frac{8}{(-2)^3} = \frac{8}{-8} = -1 < 0 \Rightarrow \text{Máx. para } x=-4. \quad f(-4) = \frac{(-4)^2}{-4+2} = -8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{Máx. \rightarrow P(-4, -8)}}.$$

Para que existan puntos de inflexión es condición necesaria que se anule la segunda derivada y como es  $f''(x) = \frac{8}{(x+2)^3} \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x)$  no tiene puntos de inflexión.

Las asíntotas de la función son las siguientes:

Horizontales: son los valores finitos que toma la función cuando  $x$  tiende a valer infinito; son de la forma  $y = k$ .

$$y = k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+2} = \infty \Rightarrow \text{No tiene asíntotas horizontales.}$$

Verticales: son los valores de  $x$  que anulan el denominador:  $x+2=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=-2}}$ .

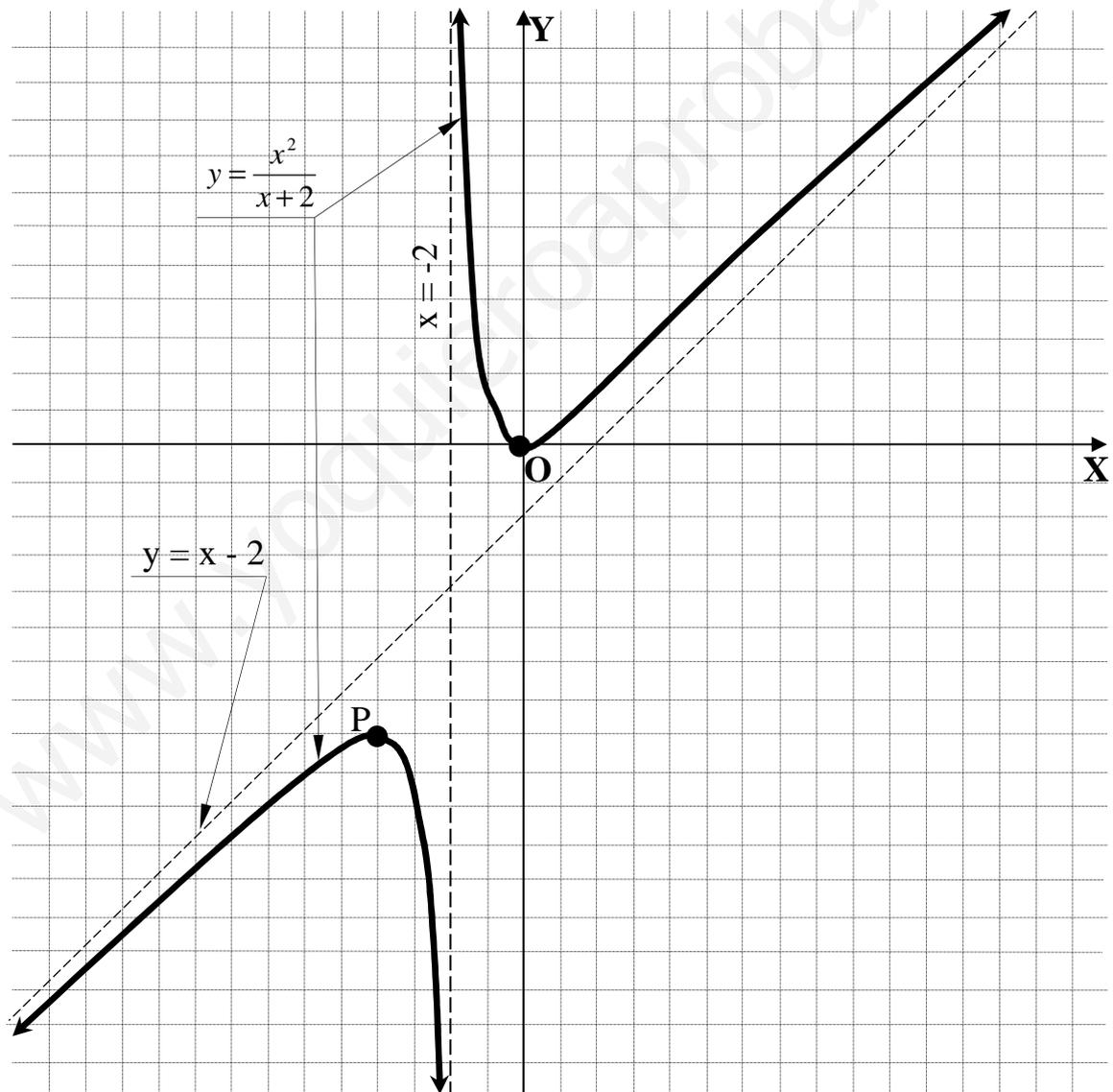
Oblicuas: Para que una función racional tenga asíntotas oblicuas es necesario que el grado del numerador sea una unidad mayor que el grado del denominador; como en nuestro caso ocurre eso, tiene asíntotas oblicuas.

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 + 2x} = 1 = m.$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x+2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x+2} = -2 = n.$$

La recta  $y = x - 2$  es asíntota oblicua de la función.

Con los datos anteriores puede hacerse una representación gráfica, aproximada, de la función, que es la siguiente:



Como se observa en la figura, en el intervalo  $(-1, 1)$  todas las ordenadas de la función son iguales o mayores que cero, por lo que el área pedida es la siguiente:

$$S = \int_{-1}^1 \frac{x^2}{x+2} \cdot dx = \int_{-1}^1 \frac{x^2 - 4 + 4}{x+2} \cdot dx = \int_{-1}^1 \frac{(x+2)(x-2) + 4}{x+2} \cdot dx = \int_{-1}^1 \left( x - 2 + \frac{4}{x+2} \right) \cdot dx =$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} - 2x + 4L(x+2) \right]_{-1}^1 = \left( \frac{1}{2} - 2 + 4L3 \right) - \left( \frac{1}{2} + 2 + 4L1 \right) = \frac{1}{2} - 2 + 4L3 - \frac{1}{2} - 2 = 4L3 - 4 = \underline{4(L3-1)}.$$

$$\underline{S = 4(L3-1) u^2}$$

\*\*\*\*\*

www.yoquieroaprobar.es

## OPCIÓN B

1º) Demostrar que los puntos  $P_1(2, 1, 1)$ ,  $P_2(5, 2, 1)$ ,  $P_3(9, 1, 0)$  y  $P_4(11, 4, 1)$  son coplanarios y calcular la ecuación del plano que los contiene.

-----

Los puntos  $P_1(2, 1, 1)$ ,  $P_2(5, 2, 1)$ ,  $P_3(9, 1, 0)$  y  $P_4(11, 4, 1)$  determinan los siguientes vectores:

$$\vec{u} = \overrightarrow{P_1P_2} = P_2 - P_1 = (5, 2, 1) - (2, 1, 1) = (3, 1, 0).$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{P_1P_3} = P_3 - P_1 = (9, 1, 0) - (2, 1, 1) = (7, 0, -1).$$

$$\vec{w} = \overrightarrow{P_1P_4} = P_4 - P_1 = (11, 4, 1) - (2, 1, 1) = (9, 3, 0).$$

Para que los puntos dados sean coplanarios el rango de los vectores  $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$  tiene que ser menor que tres, o sea, tiene que ser cero el valor del determinante que forman:

$$\text{Rango } \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & -1 \\ 9 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \{F_3 = 3F_1\} \Rightarrow \underline{\text{Rango } \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\} = 2}.$$

Queda demostrado que los puntos  $P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$  son coplanarios.

$$\text{Los puntos } P_1, P_2, P_3 \text{ y } P_4 \text{ determinan el plano } \pi(P_1; \vec{u}, \vec{v}) \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z-1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 ;;$$

$$-(x-2) - 7(z-1) + 3(y-1) = 0 ;; -x + 2 - 7z + 7 + 3y - 3 = 0.$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv x - 3y + 7z - 6 = 0}}$$

\*\*\*\*\*

2º) Discuta el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} 3x+6y+9z=1 \\ 3x+by+bz=1 \\ bx+y-z=1 \end{cases}$  según los valores del parámetro  $b$ . Resuelva el sistema en el caso de que sea compatible indeterminado.

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 3 & b & b \\ b & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 1 \\ 3 & b & b & 1 \\ b & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango de  $M$  en función del parámetro  $b$  es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 3 & b & b \\ b & 1 & -1 \end{vmatrix} = -3b + 27 + 6b^2 - 9b^2 - 3b + 18 = -3b^2 - 6b + 45 = 0 \quad ; ; \quad b^2 + 2b - 15 = 0 \quad ; ;$$

$$b = \frac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2} \Rightarrow \underline{b_1 = 3} \quad ; ; \quad \underline{b_2 = -5}.$$

Para  $\begin{cases} b \neq 3 \\ b \neq -5 \end{cases} \Rightarrow \text{Rango } M = \text{Rango } M' = 3 = n^\circ \text{ incógnitas} \Rightarrow \text{Compatible det er min ado}$

$$\text{Para } b = 3 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \{C_1 = 3C_4\} \Rightarrow \underline{\text{Rango } M' = 2}.$$

Para  $b = 3 \Rightarrow \text{Rango } M = \text{Rango } M' = 2 < n^\circ \text{ incógnitas} \Rightarrow \text{Compatible indet er min ado}$

$$\text{Para } b = -5 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 1 \\ 3 & -5 & -5 & 1 \\ -5 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rango } M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= -15 + 3 + 30 - 25 - 3 - 18 = 33 - 61 = -28 \neq 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } M' = 3}.$$

Para  $b = -5 \Rightarrow \text{Rango } M = 2 \quad ; ; \quad \text{Rango } M' = 3 \Rightarrow \text{Incompatible}$

Resolvemos para  $b = 3$ . El sistema resulta  $\begin{cases} 3x+6y+9z=1 \\ 3x+3y+3z=1 \\ 3x+y-z=1 \end{cases}$ , que es compatible indeterminado.

Despreciando una ecuación, por ejemplo la primera, y parametrizando una de las incógnitas, por ejemplo,  $z = \lambda$ , resulta:

$$\left. \begin{array}{l} 3x+3y=1-3\lambda \\ 3x+y=1+\lambda \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3x+3y=1-3\lambda \\ -3x-y=-1-\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow 2y=-4\lambda \;; \underline{y=-2\lambda} \;; 3x+y=1+\lambda \;;$$

$$3x=1+\lambda-y=1+\lambda+2\lambda=1+3\lambda \;; \underline{x=\frac{1}{3}+\lambda}.$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x=\frac{1}{3}+\lambda \\ y=-2\lambda \;; \forall \lambda \in R \\ z=\lambda \end{cases}$$

---

---

\*\*\*\*\*

www.yoquieroaprobar.es

3º) Determine los máximos y mínimos de la función  $f(x) = \frac{1+x}{1+x+x^2}$ .

-----

La condición necesaria para que una función tenga un máximo o un mínimo relativo es que se anule su primera derivada:

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (1+x+x^2) - (1+x)(1+2x)}{(1+x+x^2)^2} = \frac{1+x+x^2 - 1-2x-x-2x^2}{(1+x+x^2)^2} = \frac{-x^2-2x}{(1+x+x^2)^2} = \frac{-x(x+2)}{(1+x+x^2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x(x+2)}{(1+x+x^2)^2} = 0 \quad ; ; \quad -x(x+2) = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 0} \quad ; ; \quad \underline{x_2 = -2}$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos relativos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para los valores que anulan la primera, se trata de un mínimo y si es negativa, de un máximo.

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(-2x-2) \cdot (1+x+x^2)^2 + x(x+2) \cdot 2(1+x+x^2) \cdot (1+2x)}{(1+x+x^2)^4} = \\ &= \frac{(-2x-2) \cdot (1+x+x^2) + 2x(x+2)(1+2x)}{(1+x+x^2)^3} = \frac{-2x-2x^2-2x^3-2-2x-2x^2+2x(x+2x^2+2+4x)}{(1+x+x^2)^3} = \\ &= \frac{-2x^3-4x^2-4x-2+2x^2+2x^3+4x+8x^2}{(1+x+x^2)^3} = \frac{6x^2-2}{(1+x+x^2)^3} = \frac{2(3x^2-1)}{(1+x+x^2)^3} = f''(x) \end{aligned}$$

$$f''(0) = \frac{2 \cdot (-1)}{(1)^3} = \frac{-2}{1} = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\text{Máximo relativo para } x = 0}$$

$$f(0) = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Máximo relativo: } A(0, 1)}}$$

$$f''(-2) = \frac{2[3 \cdot (-2)^2 - 1]}{[1 - 2 + (-2)^2]^3} = \frac{2(16-1)}{(-1+4)^3} = \frac{30}{3^3} > 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Mínimo relativo para } x = -2}}$$

$$f(-2) = \frac{1-2}{1-2+(-2)^2} = \frac{-1}{-1+4} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

$$\underline{\underline{\text{Mínimo relativo: } B\left(-2, -\frac{1}{3}\right)}}$$

\*\*\*\*\*

4º) Calcule la siguiente integral indefinida:  $I = \int \frac{1}{2x^2 + 4} \cdot dx$ .

-----

$$I = \int \frac{1}{2x^2 + 4} \cdot dx = \int \frac{1}{4\left(\frac{x^2}{2} + 1\right)} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot \int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{\sqrt{2}} = t \\ dx = \sqrt{2} dt \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4} \cdot \int \frac{1}{t^2 + 1} \cdot \sqrt{2} \cdot dx = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \int \frac{1}{t^2 + 1} \cdot dx = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \text{arc tag } t + C = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \text{arc tag } \frac{x}{\sqrt{2}} + C.$$

$$\underline{\underline{I = \int \frac{1}{2x^2 + 4} \cdot dx = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \text{arc tag } \frac{x}{\sqrt{2}} + C}}$$

\*\*\*\*\*

www.yoquieroaprobar.es