

PRUEBA DE ACCESO (EBAU)**UNIVERSIDADES DE BALEARES****SEPTIEMBRE – 2017**

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II**Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos**

Contesta de manera clara y razonada a una de las dos opciones propuestas. Se valorará la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) utilizado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo. Puede utilizar calculadora de cualquier tipo, científica, gráfica o programable, pero no se autorizarán las que traigan información almacenada o puedan transmitirla.

OPCIÓN A

1º) Las edades de Juan, Miguel y Gabriel suman 70 años. La edad de Juan, el doble de la edad de Miguel y el triple de la edad de Gabriel suman 160 años y la edad de Gabriel es igual a la suma de las edades de Juan y Miguel. Calcule las edades de Juan, Miguel y Gabriel y en qué año nació cada uno.

Sean x, y, z las edades actuales de Juan, Miguel y Gabriel, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 70 \\ x + 2y + 3z = 160 \\ z = x + y \end{array} \right\}.$$

Sustituyendo el valor de z en las dos primera ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + (x + y) = 70 \\ x + 2y + 3(x + y) = 160 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + x + y = 70 \\ x + 2y + 3x + 3y = 160 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 70 \\ 4x + 5y = 160 \end{array} \right\},$$

$$\left. \begin{array}{l} -4x - 4y = -140 \\ 4x + 5y = 160 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 20. \quad x + y = 35; \quad x + 20 = 35 \Rightarrow x = 15.$$

$$z = x + y = 15 + 20 = 35.$$

Juan tiene actualmente 15 años, Miguel 20 años y Gabriel, 35 años.

Como estos ejercicios de Selectividad son del año 2.017:

Juan nació el 2.002; Miguel nació el año 1.997 y Gabrial el año 1.982.

2º) Entre dos torres de 15 y 25 metros de altura, respectivamente, hay una distancia de 30 metros. En medio de las dos torres tenemos que poner otra torreta de 5 metros de altura y hemos de tender un cable que una los extremos de las torres con el extremo de la torreta. ¿Dónde hemos de situar la torreta de 5 metros para que la longitud del cable sea la mínima posible? ¿Cuál es la longitud del cable en este caso?

La longitud del cable es la siguiente: $L = \ell_1 + \ell_2$, que tiene que ser mínima.

De la observación de la figura se deduce lo siguiente:

$$\ell_1 = \sqrt{x^2 + 10^2} = \sqrt{x^2 + 100}.$$

$$\ell_2 = \sqrt{(30 - x)^2 + 20^2} =$$

$$= \sqrt{900 - 60x + x^2 + 400} = \sqrt{x^2 - 60x + 1.300}.$$

$$L(x) = \sqrt{x^2 + 100} + \sqrt{x^2 - 60x + 1.300}.$$

Para que la longitud del cable sea mínima es condición necesaria que se anule su primera derivada:

$$L'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+100}} + \frac{2x-60}{2\sqrt{x^2-60x+1.300}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+100}} + \frac{x-30}{\sqrt{x^2-60x+1.300}} = 0;$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+100}} = \frac{30-x}{\sqrt{x^2-60x+1.300}}; \quad \frac{x^2}{x^2+100} = \frac{(30-x)^2}{x^2-60x+1.300} = \frac{900-60x+x^2}{x^2-60x+1.300};$$

$$x^4 - 60x^3 + 1.300x^2 = 900x^2 - 60x^3 + x^4 + 90.000 - 6.000x + 100x^2;$$

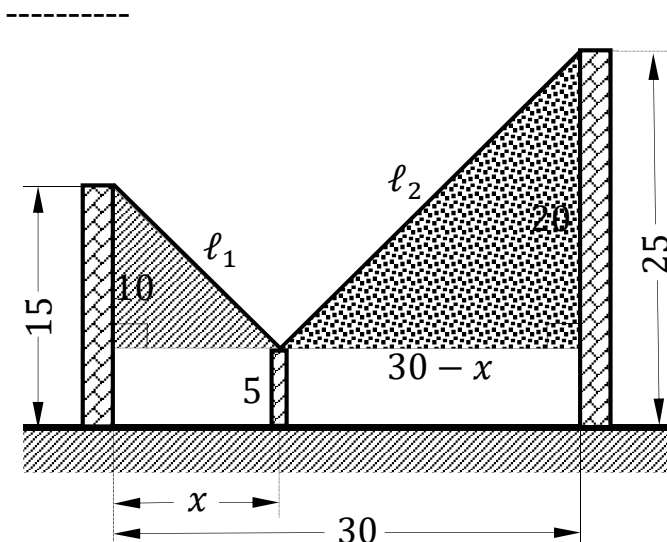
$$1.300x^2 = 900x^2 + 90.000 - 6.000x + 100x^2; \quad 300x^2 + 6.000x - 90.000 = 0;$$

$$x^2 + 20x - 300 = 0; \quad x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 1.200}}{2} = \frac{-20 \pm \sqrt{1.600}}{2} = \frac{-20 \pm 40}{2} = -10 \pm 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -30, x_2 = 10.$$

La solución negativa carece de sentido lógico, por lo cual: $x = 10$.

La torreta debe colocarse a 10 metros de la torre pequeña.

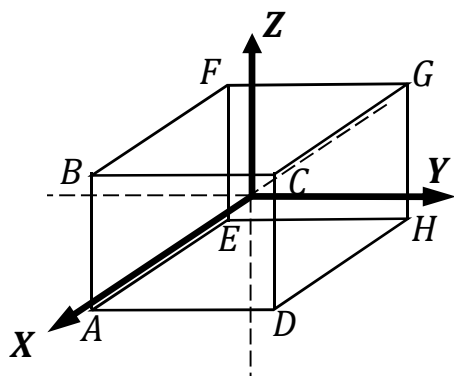
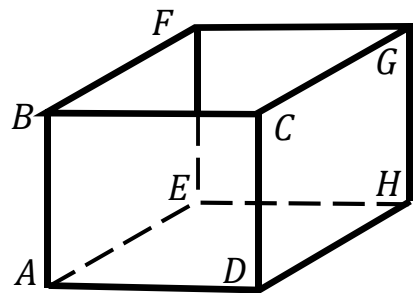


Para $x = 10$ metros la longitud del cable es la siguiente:

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{10^2 + 100} + \sqrt{10^2 - 60 \cdot 10 + 1.300} = \sqrt{200} + \sqrt{1.400 - 600} = \\ &= \sqrt{200} + \sqrt{800} = 10\sqrt{2} + \sqrt{100 \cdot 4 \cdot 2} = 10\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 30\sqrt{2}. \end{aligned}$$

La longitud mínima del cable es de $30\sqrt{2}$ metros $\cong 42,43$ metros.

3º) Consideremos el cubo que aparece en la figura adjunta. Supongamos que las coordenadas del punto C son $C(1, 1, 1)$, las aristas del cubo son paralelas a los ejes de coordenadas (o sea, la arista AE es paralela al eje X, la arista AD, al eje Y y la arista AB, al eje Z) y los lados del cubo tienen de longitud 2. Calcule el plano π que pasa por los puntos A, E, C y G y la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto D.



Las coordenadas de los vértices del cubo son los siguientes:

$$\text{Anteriores} \Rightarrow \begin{cases} A(1, -1, -1); & B(1, -1, 1) \\ C(1, 1, 1); & D(1, 1, -1) \end{cases}.$$

$$\text{Posteriores} \Rightarrow \begin{cases} E(-1, -1, -1); & F(-1, -1, 1) \\ G(-1, 1, 1); & H(-1, 1, -1) \end{cases}.$$

$$\overrightarrow{AE} = [E - A] = [(-1, -1, -1) - (1, -1, -1)] = (-2, 0, 0).$$

$$\overrightarrow{AC} = [C - A] = [(1, 1, 1) - (1, -1, -1)] = (0, 2, 2).$$

$$\pi(G; \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y-1 & z-1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad -4(z-1) + 4(y-1) = 0;$$

$$-(z-1) + (y-1) = 0; \quad -z + 1 + y - 1 = 0.$$

$$\underline{z \equiv y - z = 0.}$$

Un vector director de r es cualquier vector que sea linealmente dependiente del vector normal del plano π : $\overrightarrow{v_r} = (0, 1, -1)$.

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es: $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases}.$

4º) El tiempo que un alumno puede estar concentrado y escuchar al profesor en una clase de Matemáticas sigue una distribución normal de media 15 minutos y desviación típica 5 minutos.

a) Calcule la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de 20 minutos.

b) Calcule la probabilidad de que un alumno esté concentrado entre 10 y 30 minutos.

c) Nos dicen que la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de x minutos vale 0,75. Calcular este valor de x minutos.

a)

Datos: $\mu = 15$; $\sigma = 5$.

El tiempo constituye una distribución normal tal que: $X \Rightarrow N(15; 5)$.

Tipificando la variable: $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-15}{5}$. $P(X > 20)$.

$$\begin{aligned} P(X > 20) &= P\left(\frac{X-15}{5} > \frac{20-15}{5}\right) = P\left(Z > \frac{5}{1}\right) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1) = \\ &= 1 - 0,8413 = \underline{0,1587}. \end{aligned}$$

b)

$(10 < X < 30)$.

$$\begin{aligned} P(10 < X < 30) &= P\left(\frac{10-15}{5} < \frac{X-15}{5} < \frac{30-15}{5}\right) = P\left(\frac{-5}{5} < Z < \frac{15}{5}\right) = \\ &= P(-1 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < -1) = P(Z < 3) - [1 - P(Z < 1)] = \\ &= 0,9987 - (1 - 0,8413) = 0,9987 - 0,1587 = \underline{0,8400}. \end{aligned}$$

c)

$P(X > x) = P\left(Z > \frac{x-15}{5}\right) = 0,75 \Rightarrow$ Mirando en la tabla $N(0,1)$ resulta:

Para $0,67 \rightarrow 0,7486$ y para $0,68 \rightarrow 0,7517 \Rightarrow$ Para $\underline{0,675 \rightarrow 0,75}$.

Por la simetría de la curva, el valor correspondiente es $\underline{-0,675}$:

$$\frac{x-15}{5} = -0,675; \quad x - 15 = -3,375 \Rightarrow x = 15 - 3,375 = 11,625.$$

El 75 % de los estudiantes está concentrado menos de 11,625 minutos.

OPCIÓN B

1º) a) Discuta para los distintos valores de a el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} ax + y - 2z = -1 \\ -x + ay + z = 2 \\ 3x + y - z = 0 \\ y + z = 3 \end{array} \right\}$$

b) Resuélvalo en el caso en que sea compatible.

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} a & 1 & -2 \\ -1 & a & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} a & 1 & -2 & -1 \\ -1 & a & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz ampliada en función del parámetro a es el siguiente:

$$\begin{aligned} |M| &= \begin{vmatrix} a & 1 & -2 & -1 \\ -1 & a & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} C_3 \rightarrow C_3 - C_2 \\ C_4 \rightarrow C_4 - 3C_2 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{vmatrix} a & 1 & -3 & -4 \\ -1 & a & 1-a & 2-3a \\ 3 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} a & -3 & -4 \\ -1 & 1-a & 2-3a \\ 3 & -2 & -3 \end{vmatrix} = \\ &= -3a(1-a) - 8 - 9(2-3a) + 12(1-a) + 9 + 2a(2-3a) = \\ &= -3a + 3a^2 + 1 - 18 + 27a + 12 - 12a + 4a - 6a^2 =; \\ &= -3a^2 + 16a - 5 = 0; \quad 3a^2 - 16a + 5 = 0; \quad a = \frac{16 \pm \sqrt{256-60}}{6} = \frac{16 \pm \sqrt{196}}{6} = \\ &= \frac{16 \pm 14}{6} = \frac{8 \pm 7}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3}, a_2 = 5. \end{aligned}$$

Para $\begin{cases} a \neq \frac{1}{3} \\ a \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Rang } M < 4; \text{ Rang } M' = 4 \Rightarrow \text{Sistema incompatible.}$

$$\text{Para } a = \frac{1}{3} \Rightarrow M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & -2 \\ -1 & \frac{1}{3} & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rang } M \Rightarrow \{F_1, F_3, F_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \{C_3 \rightarrow C_3 - C_1\} \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 1 & -\frac{7}{3} \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{7}{3} \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -4 + \frac{7}{3} \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Rang } M = 3.$$

$$\text{Para } a = 5 \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rang } M \Rightarrow \{F_1, F_3, F_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \{C_3 \rightarrow C_3 - C_1\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 1 & -7 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -4 + 7 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Rang } M = 3.$$

$$\text{Para } \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Rang } M = \text{Rang } M' = 3 = n^{\circ} \text{ incóg.} \Rightarrow S.C.D.$$

b)

Por ser un sistema de cuatro ecuaciones con tres incógnitas y compatible determinado para los valores $a = \frac{1}{3}$ y $a = 5$, para su resolución, despreciamos una de las ecuaciones.

$$\text{Para } a = \frac{1}{3} \text{ el sistema resulta: } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{3}x + y - 2z = -1 \\ 3x + y - z = 0 \\ y + z = 3 \end{array} \right\}, \text{ que es compatible determinado y equivalente al sistema: } \left. \begin{array}{l} x + 3y - 6z = -3 \\ 3x + y - z = 0 \\ y + z = 3 \end{array} \right\}$$

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 3 & -6 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-3-9+18-3}{1-18+1-9} = \frac{3}{-25} = -\frac{3}{25}.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 & -6 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{-25} = \frac{-54+3+9}{-25} = \frac{-42}{-25} = \frac{42}{25}.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-25} = \frac{3-9-27}{-25} = \frac{-33}{-25} = \frac{33}{25}.$$

$$\underline{\text{Solución: } x = 1, y = 0, z = \frac{9}{2}.$$

Para $a = 5$ el sistema resulta:
$$\left. \begin{array}{l} -x + 5y + z = 2 \\ 3x + y - z = 0 \\ y + z = 3 \end{array} \right\}, \text{ que es compatible determi-}$$

nado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2-15-3+2}{-1+3-1-15} = \frac{-14}{-14} = 1. \quad y = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{9-3-6}{-14} = \frac{0}{-14} = 0.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{-3+6-45}{-14} = \frac{-42}{-14} = 3.$$

$$\underline{\text{Solución: } x = 1, y = 0, z = 3.}$$

2º) Considere la función $f(x) = x \cdot |x - 1|$. Haga un dibujo aproximado de la función anterior en el intervalo $[0, 2]$. Calcule el área limitada por la gráfica de la función anterior y el eje X.

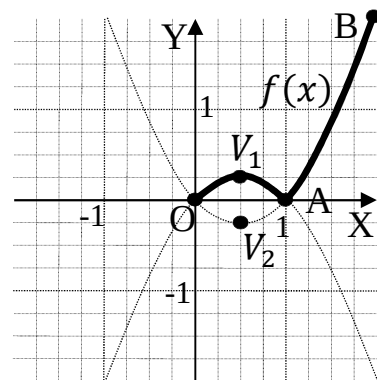
Teniendo en cuenta que $|x - 1| = \begin{cases} -x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, la función puede expresarse de la forma siguiente: $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

En el intervalo $(-\infty, 0)$ la función es $f(x) = -x^2 + x$, que es una parábola cóncava ($\cap$) cuyo vértice es el siguiente:

$$f'(x) = -2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_1 = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right).$$

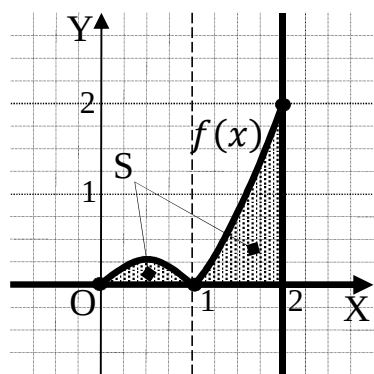
En el intervalo $(0, +\infty)$ la función es $f(x) = x^2 - x$, que es una parábola convexa ($\cup$) cuyo vértice es el siguiente:



$$f'(x) = 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}. \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow V_2 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right).$$

La representación gráfica, aproximada, de la función es la que aparece en la figura anterior.

La superficie a calcular se deduce de la figura siguiente:



$$= -\frac{2}{3} + 1 + \frac{8}{3} - 2 = 1.$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (-x^2 + x) \cdot dx + \int_1^2 (x^2 - x) \cdot dx = \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = \left(-\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} \right) - 0 + \\ &+ \left(\frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} \right) - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^2}{2} \right) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{8}{3} - 2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

$$\underline{S = 1 \text{ u}^2}.$$

3º) Dados los puntos $A(1, 0, 3)$ y $B(1, 3, 4)$, determina los puntos situados en el plano $\pi \equiv z = 1$ que forman con los puntos A y B un triángulo equilátero. Calcule el volumen del tetraedro formado por los tres puntos anteriores y el origen de coordenadas.

Los puntos del plano π tienen por expresión general $P(x, y, 1)$.

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-1)^2 + (3-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{0+9+1} = \sqrt{10}.$$

$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \overline{AB} = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2 + (1-3)^2} = \\ &= \sqrt{x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 5}; \quad x^2 + y^2 - 2x + 5 = 10; \\ x^2 + y^2 - 2x - 5 &= 0. \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{BP} &= \overline{AB} = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2 + (1-4)^2} = \\ &= \sqrt{x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 + 9} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 6y + 19}; \\ x^2 + y^2 - 2x - 6y + 19 &= 10; \quad x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Iguando las expresiones (1) y (2):

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 2x - 5 &= x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0; \quad -5 = -6y + 9; \\ 6y &= 14 \Rightarrow y = \frac{7}{3}. \quad x^2 + y^2 - 2x - 5 = 0; \quad x^2 + \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 2x - 5 = 0; \\ x^2 + \frac{49}{9} - 2x - 5 &= 0; \quad 9x^2 + 49 - 18x - 45 = 0; \quad 9x^2 - 18x + 4 = 0; \\ x &= \frac{18 \pm \sqrt{324-144}}{18} = \frac{18 \pm \sqrt{180}}{18} = \frac{18 \pm \sqrt{36 \cdot 5}}{18} = \frac{18 \pm 6\sqrt{5}}{18} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{3}, x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{3}. \end{aligned}$$

Los puntos pedidos son $P_1\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3}, \frac{7}{3}, 1\right)$ y $P_2\left(\frac{3+\sqrt{5}}{3}, \frac{7}{3}, 1\right)$.

El volumen de un tetraedro es, en valor absoluto, un sexto del producto mixto de los tres vectores que lo determinan; en este caso se tienen dos tetraedros cuyos volúmenes son:

$$V_{OABP_1} = \frac{1}{6} \cdot \left| \left| \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OP_1} \right| \right| = \frac{1}{6} \cdot \left| \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ \frac{3-\sqrt{5}}{3} & \frac{7}{3} & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{18} \cdot \left| \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 3-\sqrt{5} & 7 & 3 \end{vmatrix} \right| =$$

$$= \frac{1}{18} \cdot |9 + 21 - 9(3 - \sqrt{5}) - 28| = \frac{1}{18} \cdot |2 - 27 + 9\sqrt{5}| = \frac{|9\sqrt{5}-25|}{18} = \frac{|\sqrt{405}-25|}{18}.$$

$$\underline{V_{OABP_1} = \frac{25-9\sqrt{5}}{18} u^3 \cong 4,88 u^3.}$$

$$V_{OABP_2} = \frac{1}{6} \cdot |\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OP_2}| = \frac{1}{6} \cdot \left| \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ \frac{3+\sqrt{5}}{3} & \frac{7}{3} & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{18} \cdot \left| \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 3+\sqrt{5} & 7 & 3 \end{vmatrix} \right| =$$

$$= \frac{1}{18} \cdot |9 + 21 - 9(3 + \sqrt{5}) - 28| = \frac{1}{18} \cdot |2 - 27 - 9\sqrt{5}| = \frac{|-9\sqrt{5}-25|}{18} = \frac{9\sqrt{5}+25}{18}.$$

$$\underline{V_{OABP_2} = \frac{25+9\sqrt{5}}{18} u^3 \cong 45,12 u^3.}$$

4º) Supongamos que los estudiantes de la UIB solo tienen dos sistemas operativos en sus teléfonos móviles: Android e IOS (el de iPhone). El 80 % de los estudiantes de la UIB tienen el sistema operativo Android. El 25 % de las chicas de la UIB tienen IOS en su teléfono móvil y el 45 % de los estudiantes de la UIB chicos.

a) Calcule la probabilidad de que un chico de la UIB tenga IOS en su teléfono móvil.

b) Calcule la probabilidad de que un estudiante que tenga Android en su teléfono móvil siendo chica.

$$\text{Datos: } \begin{cases} P(A) = 0,8 \rightarrow P(I) = 0,2 \\ P(I/M) = 0,25 \rightarrow P(A/M) = 0,75 . \\ P(H) = 0,45 \rightarrow P(M) = 0,55 \end{cases}$$

a)

Se pide: $P(I/H)$.

$$P(I) = P(H/I) + P(M/I) = P(H) \cdot P(I/H) + P(M) \cdot P(I/M).$$

$$P(I/H) = \frac{P(I) - P(M) \cdot P(I/M)}{P(H)} = \frac{0,2 - 0,55 \cdot 0,25}{0,45} = \frac{0,2 - 0,1375}{0,45} = \frac{0,0625}{0,45} = \underline{0,1389}.$$

b)

$$P(M/A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{P(M) \cdot P(A/M)}{P(A)} = \frac{0,55 \cdot 0,75}{0,8} = \frac{0,4125}{0,8} = \underline{0,5156}.$$
