PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

JUNIO – 2021

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN.

El examen consta de 10 problemas. El estudiante ha de elegir 5 problemas. En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen sólo se tendrán en cuenta los cinco primeros problemas resueltos. Si se desea que alguno de ellos no sea tenido en cuenta, el estudiante ha de tacharlo y dejarlo claramente indicado. En este caso, además de los cuatro primeros problemas sin tachar, se corregirá el que ocupe el sexto lugar.

1º) Calcular, justificando la respuesta, las matrices $X\ e\ Y$ que verifiquen el siguiente sistema de ecuaciones matriciales: $\left.\begin{array}{r} 3X+2Y=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \\ 2X-3Y=\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 12 \end{pmatrix} \end{array}\right\}.$

$$\left.\begin{array}{r} 3X+2Y=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \\ 2X-3Y=\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 12 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 9X+6Y=\begin{pmatrix} 6 & 9 \\ -6 & 15 \end{pmatrix} \\ 4X-6Y=\begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -20 & 24 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \Rightarrow 13X=\begin{pmatrix} 0 & 13 \\ -26 & 39 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{X=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}}.$$

$$\left.\begin{array}{r} 6X+4Y=\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -4 & 10 \end{pmatrix} \\ -6X+9Y=\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 30 & -36 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \Rightarrow 13y=\begin{pmatrix} 13 & 0 \\ 26 & -26 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{Y=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}}.$$

****

2º) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ $y\ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Se pide, justificando las respuestas:

$a)$ Determinar para qué valores de x no existe la inversa de A.

$b)$ Para $x = 2$, resuelve la ecuación matricial: $AX - B = C$.

$a)$

Una matriz no es invertible cuando su determinante es cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0;\ \ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1.$$

$\underline{La\ matriz\ A\ no\ tiene\ inversa\ para\ x = 1}$.

$b)$

$$A \cdot X - B = C;\ \ A \cdot X = B + C;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (B + C);.$$

$I \cdot X = A^{-1} \cdot (B + C) \Rightarrow \underline{X = A^{-1} \cdot (B + C)}$.

Para $x = 2$ es $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Se obtiene la inversa de A por el método de Gauss-Jordan.

$$(A|I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \leftrightarrow F_3\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_2 \rightarrow -F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_3 \rightarrow F_3 - 2F_2\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \rightarrow F_2 + F_3\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \cdot (B + C) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\right] =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 7 & -1 \\ 15 & -7 \end{pmatrix}}.$$

****

3º) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ y & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$ $e\ I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad de orden 2, calcular, justificando la respuesta, los valores de x, y, z para que se verifique que $A' \cdot B = C - z \cdot I$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

$$A' \cdot B = C - z \cdot I \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ y & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} - z \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2x + 4y & x - 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z & 1 \\ 0 & -8 - z \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} -2 = -z \\ -2x + 4y = 0 \\ x - 12 = -8 - z \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 2 = z \\ x - 2y = 0 \\ x + z = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{x = 2;\ \ y = 1;\ \ z = 2}.$$

****

4º) Un taller tapiza butacas y sillones. Para tapizar una butaca se necesitan 2 m^2 de tela con un beneficio de 40 euros, mientras que para tapizar un sillón se necesitan 4 m^2 con un beneficio de 100 euros. El taller dispone diariamente de un máximo de 100 m^2 de tela y no puede tapizar más de 40 butacas ni más de 20 sillones. Calcular, justificando la respuesta:

a) El número de butacas y de sillones que deben tapizar diariamente para obtener unos beneficios máximos.

b) El valor de dichos beneficios máximos.

----

a)

Sean x e y el número de butacas y sillones que se fabrican diariamente en el taller, respectivamente.

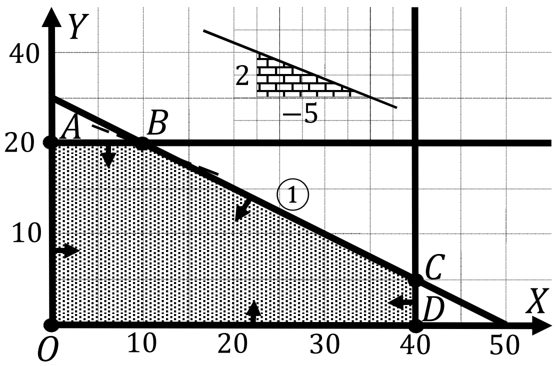
Las restricciones son las siguientes: $\left.\begin{array}{r} 2x + 4y \leq 100 \\ x \leq 40;\ y \leq 20 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{r} x + 2y \leq 50 \\ x \leq 40;\ y \leq 20 \end{array}\right\}$.

① $\Rightarrow x + 2y \leq 50 \Rightarrow y \leq \frac{50-x}{2} \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

x	50	0
y	0	25

La región factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

Los vértices de la sección factible, además del origen de coordenadas, son los siguientes:



$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ y = 20 \end{array}\right\} \Rightarrow A(0, 20).$

$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 2y = 50 \\ y = 20 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow B(10, 20).$

$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 2y = 50 \\ x = 40 \end{array}\right\} \Rightarrow 40 + 2y = 50;\ \ 2y = 10;\ \ y = 5 \Rightarrow C(40, 5).$

$D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 40 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow D(40, 0).$

La función de objetivos es $f(x, y) = 40x + 100y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices de la zona factible son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0, 20) = 40 \cdot 0 + 100 \cdot 20 = 0 + 2.000 = 2.000.$

$B \Rightarrow f(10, 20) = 40 \cdot 10 + 100 \cdot 20 = 400 + 2.000 = 2.400.$

$C \Rightarrow f(40, 5) = 40 \cdot 40 + 100 \cdot 5 = 1.600 + 500 = 2.100.$

$D \Rightarrow f(40, 0) = 40 \cdot 40 + 100 \cdot 0 = 1.600 + 0 = 1.600.$

El valor máximo se produce en el punto $B(10, 20)$.

También se hubiera obtenido el punto B por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$f(x, y) = 40x + 100y = 0 \Rightarrow y = -\frac{40}{100}x = -\frac{2}{5}x \Rightarrow m = -\frac{2}{5}.$

$\underline{Obtiene\ el\ máximo\ beneficio\ fabricando\ 10\ butacas\ y\ 20\ sillones.}$

$b)$

$\underline{El\ máximo\ beneficio\ es\ de\ 2.400\ euros.}$

****

5º) El crecimiento (en cm) de una variedad de trigo, $C(x)$, en función de la cantidad de fertilizando (en gramos por metro cuadrado) utiliza, x, viene dado por la función:

$$C(x) = 2x^3 - Ax^2 + Bx + 35 \ \ (0 \leq x \leq 4).$$

Determinar las constantes A y B sabiendo que el crecimiento alcanza su mínimo con una dosis de 3 gramos por metro cuadrado y que para esta dosis las plantas de trigo crecen 8 cm.

Por crecer 8 cm con una dosis de 3 gramos es $C(3) = 8$:

$$C(3) = 2 \cdot 3^3 - A \cdot 3^2 + B \cdot 3 + 35 = 8; \ \ 54 - 9A + 3B + 35 = 8;$$

$$-9A + 3B = 8 - 89; \ -9A + 3B = -81; \ -3A + B = -27. \quad (1)$$

La condición necesaria para que una función polinómica tenga un mínimo es que se anule su primera derivada y sea positiva la segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$$C'(x) = 6x^2 - 2Ax + B. \qquad\qquad C''(x) = 12x - 2A.$$

$$C'(3) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 3^2 - 2A \cdot 3 + B = 0; \ \ -6A + B = -54. \quad (2)$$

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones (1) y (2):

$$\left.\begin{array}{r} -3A + B = -27 \\ -6A + B = -54 \end{array}\right\} \ \left.\begin{array}{r} -3A + B = -27 \\ 6A - B = 54 \end{array}\right\} \Rightarrow 3A = 27; \ \ \underline{A = 9}.$$

$$-6A + B = -54; \ \ B = -54 + 6A = -54 + 6 \cdot 9 = -54 + 54 \Rightarrow \underline{B = 0}.$$

Para justificar que se trata de un mínimo para los valores hallados se comprueba que para $x = 3$ y $A = 9$ la segunda derivada es positiva:

$$C''(3) = 12 \cdot 3 - 2 \cdot 9 = 36 - 18 = 18 > 0 \Rightarrow Mín. \ \ c.q.j.$$

****

6º) Las ventas de un producto (en miles de euros), $V(t)$, en los 6 primeros años desde que se lanzó al mercado, evolucionan de acuerdo con la siguiente función:

$$V(t) = 4t^3 - 24t^2 + 36t + 100 \;\; (0 \leq t \leq 6).$$

Se pide determinar, razonando las respuestas:

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de las ventas a lo largo de los 6 años.

b) Representar gráficamente la función $V(t)$.

----

a)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$V'(t) = 12t^2 - 48t + 36.$$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow 12t^2 - 48t + 36 = 0; \;\; t^2 - 4t + 3 = 0; \;\; t = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 2 \pm 1 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 3.$$

Por ser $V'(t)$ una función polinómica sus raíces dividen su dominio en los intervalos $(0, 1), (1, 3)\; y\; (3, 6)$, donde la función es, alternativamente, creciente o decreciente. Considerando, por ejemplo, el valor $x = 2 \in (1, 3)$ es:

$$V'(2) = 12 \cdot 2^2 - 48 \cdot 2 + 36 = 48 - 96 + 36 = -12 < 0 \Rightarrow Decreciente.$$

$$\underline{Crecimiento: V'(t) > 0 \Rightarrow t \epsilon (0, 1) \cup (3, 6)}.$$

$$\underline{Decrecimiento: V'(t) < 0 \Rightarrow t \epsilon (1, 3)}.$$

También se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento teniendo en cuenta que la derivada es la función cuadrática $V'(t) = 12t^2 - 48t + 36$, que es convexa $(\cup)$ por ser positivo el coeficiente de t^2, por lo cual la función derivada es positiva (creciente) para $t \in (0, 1) \cup (3, 6)$ y negativa (decreciente) para $t \epsilon (1, 3)$.

b)

Para representar gráficamente la función $V(t)$ se determinan sus extremos relativos y su punto de inflexión.

Para que una función tenga un máximo o mínimo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su derivada en ese punto.

$$V'(t) = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 3.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$V''(t) = 24t - 48.$

$V''(1) = 24 \cdot 1 - 48 = -24 < 0 \Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = 1.$

$V(1) = 4 \cdot 1^3 - 24 \cdot 1^2 + 36 \cdot 1 + 100 = 4 - 24 + 36 + 100 = 140 - 24 =$

$= 116 \Rightarrow Máx. A(1, 116).$

$V''(3) = 24 \cdot 3 - 48 = 24 > 0 \Rightarrow Mínimo\ relativo\ para\ x = 3.$

$V(3) = 4 \cdot 3^3 - 24 \cdot 3^2 + 36 \cdot 3 + 100 = 108 - 216 + 108 + 100 =$

$= 316 - 216 = 100 \Rightarrow Mín. B(3, 100).$

Una función tiene un punto de inflexión cuando se anula su segunda derivada y es distinta de cero su tercera derivada para los valores que anulan la segunda.

$V''(t) = 0 \Rightarrow 24t - 48 = 0;\ \ t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2.$

$V'''(t) = 24 \neq 0 \Rightarrow Punto\ de\ inflexión\ para\ x = 2.$

$V(2) = 4 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2^2 + 36 \cdot 2 + 100 =$

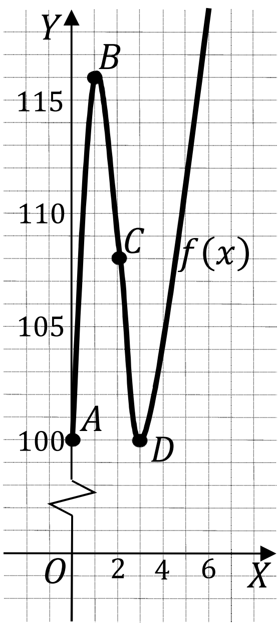
$= 32 - 96 + 72 + 100 = 204 - 96 = 108 \Rightarrow$

$\Rightarrow P.I.\ C(2, 108).$

Siendo $V(0) = 100 \Rightarrow D(0, 100).$

$V(6) = 4 \cdot 6^3 - 24 \cdot 6^2 + 36 \cdot 6 + 100 =$

$= 864 - 864 + 216 + 100 = 316 \Rightarrow E(3, 316).$



La representación gráfica, aproximada, de la función se expresa en la figura adjunta.

****

7º) a) Determinar el área encerrada por la función $f(x) = x^2 - 7x + 6$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 5$.

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función $g(x) = \frac{4x^2+1}{2(x^2-7x+6)}$.

----

a)

La función $f(x) = x^2 - 7x + 6$ es una parábola convexa (∪), por ser positivo el coeficiente de x^2, cuyo vértice es el siguiente:

$$f'(x) = 2x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}.$$

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7 \cdot \frac{7}{2} + 6 = \frac{49}{4} - \frac{49}{2} + 6 = \frac{49-98+24}{4} = \frac{-25}{4} \Rightarrow V\left(\frac{7}{2}, -\frac{25}{4}\right).$$

Los puntos de corte de $f(x)$ con el eje X son los siguientes:

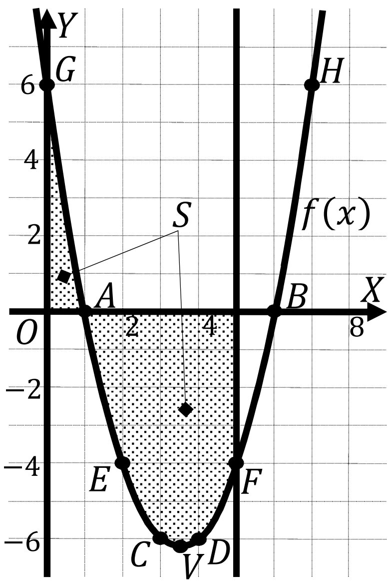
$$x^2 - 7x + 6 = 0;\ \ x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow A(1,0) \\ x_2 = 6 \Rightarrow B(6,0) \end{cases}.$$

Otros puntos de la parábola son los siguientes:

$$f(3) = f(4) = 3^2 - 7 \cdot 3 + 6 = -6 \Rightarrow C(3,-6)\ y\ D(4,-6).$$

$$f(2) = f(5) = 2^2 - 7 \cdot 2 + 6 = -4 \Rightarrow E(2,-4)\ y\ F(5,-4).$$

$$f(0) = f(7) = 6 \Rightarrow G(0,6)\ y\ H(7,6).$$



De la observación de la figura se deduce el valor de la superficie a calcular, que es la siguiente:

$$S = \int_0^1 f(x) \cdot dx - \int_1^5 f(x) \cdot dx =$$

$$= [F(1) - F(0)] - [F(5) - F(1)] =$$

$$= F(1) - F(0) - F(5) + F(1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = 2\,F(1) - F(0) - F(5). \quad (*)$$

Siendo $F(x) = \int f(x) \cdot dx = \int (x^2 - 7x + 6) \cdot dx = \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 6x$, sustituyendo en (*):

$$S = 2 \cdot \left(\frac{1^3}{3} - \frac{7 \cdot 1^2}{2} + 6 \cdot 1\right) - 0 - \left(\frac{5^3}{3} - \frac{7 \cdot 5^2}{2} + 6 \cdot 5\right) =$$

$$= \frac{2}{3} - 7 + 12 - \frac{125}{3} + \frac{175}{2} - 30 = -\frac{123}{3} - 25 + \frac{175}{2} = \frac{-246-150+525}{6} = \frac{525-396}{6} =$$

$$= \frac{129}{6} \Rightarrow \underline{S = \frac{43}{2}\ u^2 = 21{,}5\ u^2.}$$

$b)$

Asíntotas horizontales: son de la forma $y = k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} g(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x^2+1}{2(x^2-7x+6)} = 2 \Rightarrow \underline{y = 2\ es\ asíntota\ horizontal.}$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacen que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$2(x^2 - 7x + 6) = 0;\ \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 6.$$

$$\underline{Las\ rectas\ x = 1\ y\ x = 6\ son\ asíntotas\ verticales.}$$

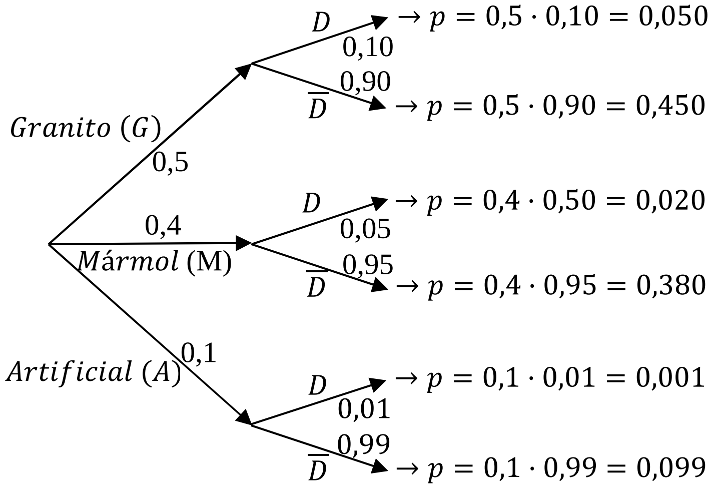
No tiene asíntotas oblicuas por ser incompatibles con las horizontales.

****

8º) Una empresa constructora utiliza tres tipos de piedra en un bloque de edificios: granito (50 %), mármol (40 %) y artificial (10 %). El 10 % del granito, el 5 % del mármol y el 1 % de la artificial presenta grietas por lo que no puede ser instalado. Se pide, razonando la respuesta:

a) Calcular la probabilidad de que, al encargar una piedra, ésta presente grietas.

b) Calcular la probabilidad de que una piedra, que sabemos que presenta grietas, sea de mármol.



a)

$$P = P(D) = P(G \cap D) + P(M \cap D) + P(A \cap D) =$$

$$= P(G) \cdot P(D/G) + P(M) \cdot P(D/M) + P(D) \cdot P(D/A) =$$

$$= 0{,}5 \cdot 0{,}10 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 + 0{,}1 \cdot 0{,}01 = 0{,}050 + 0{,}020 + 0{,}001 = \underline{0{,}071}.$$

b)

$$P = P(M/D) = \frac{P(M \cap D)}{P(D)} = \frac{P(M) \cdot P(D/M)}{P(D)} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}05}{0{,}071} = \frac{0{,}020}{0{,}071} = \underline{0{,}2817}.$$

****

9º) En un estudio sobre la práctica del deporte en la universidad, se pregunta a 150 universitarios de los cuales 120 afirman practicar algún deporte. Calcular, razonando la respuesta, un intervalo de confianza al nivel de confianza del 95 % para la proporción de universitarios que practican deporte. Razona la respuesta.

Para un nivel de confianza del 95 %;

$\alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05 \;\rightarrow\; z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96.$
$(1 - 0{,}025 = 0{,}9750 \;\rightarrow z = 1{,}96).$

Datos: $n = 150;\;\; p = \frac{120}{150} = 0{,}8;\;\; q = 1 - 0{,}8 = 0{,}2;\;\; z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96.$

La fórmula que da el intervalo de confianza en función de p, q $y\; n$, es la siguiente: $\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}\right).$

$$\left(0{,}8 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}2}{150}};\; 0{,}8 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}2}{150}}\right);$$

$(0{,}8 - 1{,}96 \cdot 0{,}0327;\; 0{,}8 + 1{,}96 \cdot 0{,}0327);\;\; (0{,}8 - 0{,}0640;\; 0{,}8 + 0{,}0640).$

$$\underline{I.C._{95\,\%} = (0'7360;\; 0'8640)}.$$

****

10º) La calificación que obtienen los candidatos que se presentan a una oposición sigue una distribución normal con desviación típica 1,2 puntos. Si se quiere realizar un estudio sobre la dificultad de las pruebas en dicha oposición, ¿cuántos candidatos deben seleccionar para obtener un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 95 %, para la calificación media que tenga una longitud de 0,5 puntos? Razona la respuesta.

Para un nivel de confianza del 95 % es:

$1-\alpha=0{,}95 \;\rightarrow\; \alpha=1-0{,}95=0{,}05 \;\rightarrow\; z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0{,}025}=1{,}96.$
$(1-0{,}025=0{,}9750 \;\rightarrow z=1{,}96).$

Datos: $\sigma=1{,}2$; $E=\frac{0{,}5}{2}=0{,}25$; $z_{\frac{\alpha}{2}}=1{,}96.$

Sabiendo que $E=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n}=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{E}$; $n=\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=\left(1{,}96\cdot\frac{1{,}2}{0{,}25}\right)^2=$

$=(1{,}96\cdot 4{,}8)^2=9{,}408^2=88{,}51.$

$\underline{Deben\ seleccionarse\ 89\ candidatos}.$

****