PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO – 2000

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II　　　　　　Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

Datos o tablas (si ha lugar): Podrá utilizarse una calculadora “en línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni las prestaciones gráficas.

Optatividad: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas y cuatro cuestiones. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. El alumno deberá escoger una de las pruebas, A o B, y desarrollar las preguntas de la misma.

PRUEBA A

PROBLEMAS

1º) Una matriz cuadrada A tiene la propiedad de que $A^2 = 2A + I$, donde I es la matriz unidad.

a) Demostrar que A admite inversa, y obtenerla en función de A.

b) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$, hallar para que valores de m se verifica que $B^2 = 2B + I$, y para esos valores escribir la matriz inversa de B.

----

a)

$A^2 - I = 2A$;;

$A^2 = 2A + I$;; $A \cdot A - 2A = I$;; $(A - 2I) \cdot A = I \Rightarrow \underline{\underline{A - 2I = A^{-1}}}$

b)

$$B^2 = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2m+m^2+1 & 1+m+1-m \\ m+1+1-m & 1+1-2m+m^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \underline{\begin{pmatrix} m^2+2m+2 & 2 \\ 2 & m^2-2m+2 \end{pmatrix} = B^2}$$

$$2B+I = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} + I = \begin{pmatrix} 2+2m & 2 \\ 2 & 2-2m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} 3+2m & 2 \\ 2 & 3-2m \end{pmatrix} = 2B+I}$$

$$\begin{pmatrix} m^2+2m+2 & 2 \\ 2 & m^2-2m+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+2m & 2 \\ 2 & 3-2m \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} m^2+2m+2 = 3+2m \\ \\ m^2-2m+2 = 3-2m \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underline{m^2 = 1}$$

$$\underline{\underline{m_1 = 1 \;\; ;; \;\; m_2 = -1}}$$

Aplicando la solución del apartado anterior sería:

$$B = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$$

$$\underline{m=1} \rightarrow \underline{B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} \Rightarrow B^{-1} = 2B - I = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = B^{-1}}}$$

$$\underline{m=-1} \rightarrow \underline{B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}} \Rightarrow B^{-1} = 2B - I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = B^{-1}}}$$

****

2º) a) Enunciar el teorema fundamental del cálculo integral.

b) Calcular una primitiva de la función $f(x) = x \cdot L(1+x^2)$.

c) Determinar el área encerrada por la gráfica de f(x), el eje OX y la recta x = 1.

----

a)

Si f(x) es una función continua en [a, b] y F(x) es su función integral asociada, $F(x) = \int_a^b f(x) \cdot dx,\ \forall x \in [a,\ b]$, entonces F(x) es derivable en [a, b] y se cumple que: $F'(x) = f(x),\ \forall x \in [a,\ b]$.

b)

$$I = \int x \cdot L(1+x^2) \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} u = L(1+x^2) \rightarrow du = \dfrac{2x}{1+x^2} \cdot dx \\ x \cdot dx = dv \rightarrow v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = L(1+x^2) \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{2x}{1+x^2} \cdot dx = \underline{\frac{x^2}{2} \cdot L(1+x^2) - I_1 = I} \qquad (*)$$

$$I_1 = \int \frac{x^3}{1+x^2} \cdot dx = \int \left(x - \frac{x}{1+x^2} \right) \cdot dx = \int x \cdot dx - \int \frac{x}{1+x^2} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1+x^2 = t \\ x\,dx = \dfrac{1}{2} dt \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} L\,t + C = \underline{\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} L(1+x^2) + C = I_1} \qquad \textit{Sustituyendo en } (*):$$

$$I = \frac{x^2}{2} \cdot L(1+x^2) - \left[\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} L(1+x^2) \right] + C = \frac{x^2}{2} \cdot L(1+x^2) - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} L(1+x^2) + C =$$

$$= \underline{\underline{\frac{x^2+1}{2} \cdot L(1+x^2) - \frac{x^2}{2} + C = I}}$$

c)

Se trata de una función simétrica respecto al origen, que pasa por el origen de coordenadas y que, en el intervalo (0, 1), todos los valores de la función son positivos por lo cual el área pedida es la siguiente:

$$S=\int_0^1 x\cdot L\left(1+x^2\right)\cdot dx=\left[\frac{x^2+1}{2}\cdot L\left(1+x^2\right)-\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\left(1\cdot L2-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\cdot L1-0\right)=$$

$$=L2-\frac{1}{2}-0=\frac{2\ L2-1}{2}=\underline{\underline{\frac{L4-1}{2}\cong 0'193\ u^2\ =S}}$$

****

CUESTIONES

1ª) ¿Qué relación debe existir entre a y b para que los vectores $\overrightarrow{u} = (a,\ b,\ 1)$, $\overrightarrow{v} = (-b,\ -1,\ a)$ y $\overrightarrow{w} = (-a,\ b,\ a)$ estén sobre un mismo plano.

Si los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ están situados en el mismo plano, su rango tiene que ser inferior a tres; si el rango es 2, al menos dos de ellos son linealmente independientes y, si el rango es 1, los tres son linealmente dependientes.

El rango de los tres vectores es el del determinante que forman:

$$\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ -b & -1 & a \\ -a & b & a \end{vmatrix} = -a^2 - b^2 - a^2b - a - a^2b + ab^2 = -a^2 - b^2 - 2a^2b - a + ab^2 =$$

$$= \underline{\underline{a^2(-1-2b) + b^2(a-2b) - a = 0}}$$

****

2ª) Dados los planos $\pi_1 \equiv 3x+4y+5z=0,\ \pi_2 \equiv 2x+y+z=0$ y el punto A(-1, 2, 1). Hallar el plano π_3 que pasa por el punto A y por la recta intersección de los planos π_1 y π_2.

Los planos π_1 y π_2 determinan la recta $r \equiv \begin{cases} 3x+4y+5z=0 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$, que es también la génesis de un haz de plano.

El plano que nos piden es el correspondiente del haz que pasa por el punto A.

El haz de planos es: $3x+4y+5z+\lambda(2x+y+z)=0,\ \forall \lambda \in R$.

El plano del haz que pasa por A(-1, 2, 1) tiene que satisfacer su ecuación:

$$-3+8+5+\lambda \cdot (-2+2+1)=0 \ ;;\ 10+\lambda=0 \ ;;\ \underline{\lambda=-10}$$

$$3x+4y+5z-10 \cdot (2x+y+z)=0 \ ;;\ 3x+4y+5z-20x-10y-10z=0 \ ;;$$

$$\underline{\underline{\pi_3 \equiv 17x+6y+5z=0}}$$

****

3ª) Calcular, simplificando el resultado todo lo posible, la derivada de la siguiente función: $f(x)=L\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$.

Este ejercicio se puede hacer de dos formas:

1ª.- Derivando directamente:

$$f'(x)=\frac{\frac{sen\ x\cdot(1+\cos x)-(1-\cos x)\cdot(-sen\ x)}{(1+\cos x)^2}}{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}=\frac{\frac{sen\ x(1+\cos x+1-\cos x)}{1+\cos x}}{1-\cos x}=$$

$$\frac{2\,sen\ x}{(1+\cos x)(1-\cos x)}=\frac{2\,sen\ x}{1-\cos^2 x}=\frac{2\,sen\ x}{sen^2 x}=\frac{2}{sen\ x}=\underline{\underline{2\cos ec\ x=f'(x)}}$$

2ª.- Aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$f(x)=L\frac{1-\cos x}{1+\cos x}=L(1-\cos x)-L(1+\cos x)\ ;;$$

$$f'(x)=\frac{sen\ x}{1-\cos x}-\frac{-sen\ x}{1+\cos x}=\frac{sen\ x}{1-\cos x}+\frac{sen\ x}{1+\cos x}=sen\ x\cdot\left(\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}\right)=$$

$$=sen\ x\cdot\frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}=\frac{2\,sen\ x}{sen^2 x}=\underline{\underline{2\cos ec\ x=f'(x)}}$$

3ª.- Operando previamente y teniendo en cuenta las propiedades de los logaritmos:

$$f(x)=L\frac{1-\cos x}{1+\cos x}=L\frac{(1-\cos x)^2}{(1+\cos x)(1-\cos x)}=L\left(\frac{1-\cos x}{sen\ x}\right)^2=2\left[L(1-\cos x)-L\,sen\ x\right]\ ;;$$

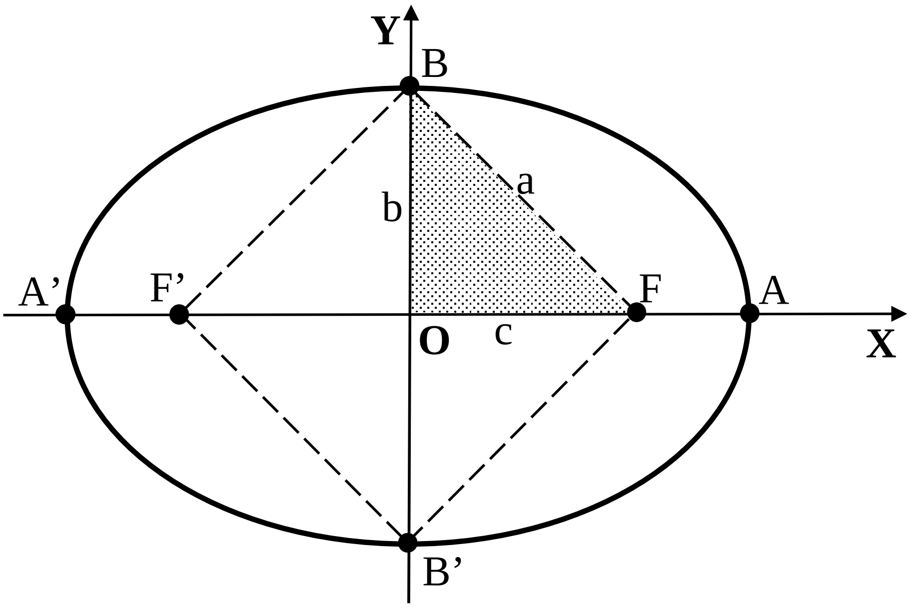
$$f'(x)=2\cdot\left(\frac{sen\ x}{1-\cos x}-\frac{\cos x}{sen\ x}\right)=2\cdot\frac{sen^2 x-\cos x+\cos^2 x}{sen\ x(1-\cos x)}=2\cdot\frac{1-\cos x}{sen\ x(1-\cos x)}=$$

$$=\frac{2}{sen\ x}=\underline{\underline{2\cos ec\ x=f'(x)}}$$

****

4ª) Hallar razonadamente la excentricidad de una elipse, sabiendo que los segmentos que unen los extremos de su eje menor con cada uno de los focos forman un cuadrado.

Las características y puntos singulares de una elipse centrada en el origen cuyos focos están situados en el eje de abscisas es la siguiente:



$\overline{AA'} = 2a$

$\overline{BB'} = 2b$

$\overline{CC'} = 2c$

$A(a,\ 0)\ ;;\ A'(-a,\ 0)$

$B(0,\ b)\ ;;\ B'(0,\ -b)$

$F(c,\ 0)\ ;;\ F'(-c,\ 0)$

La relación fundamental de la elipse es: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Por definición, se denomina excentricidad de una elipse a la relación: $\underline{e = \frac{c}{a}}$.

Por definición una elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos es igual e igual al eje mayor.

De la definición se deduce que $\overline{FB} + \overline{BF'} = 2a\ ;;\ \overline{FB} = \overline{BF'} \Rightarrow \underline{\overline{FB} = a}$

De lo anterior se deduce la relación fundamental de la elipse: $\underline{a^2 = b^2 + c^2}$.

Por condición del problema tiene que ser b = c, con lo cual se tiene:

$$a^2 = b^2 + c^2 = c^2 + c^2 = 2c^2\ ;;\ \underline{a = \sqrt{2}\ c}$$

Sustituyendo el valor de a obtenido en la excentricidad, resulta finalmente:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{2}\ c} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2} = e}}$$

****

PRUEBA B

PROBLEMAS

1º) a) Concepto de sistema de ecuaciones compatible determinado y de sistema incompatible.

b) Consideramos la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & a \end{pmatrix}$. Calcular, en función del parámetro a, las matrices X de la forma $X=\begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix}$ que verifican $A' \cdot X = A \cdot X'$. (Se recuerda que A' es la matriz traspuesta de la matriz A).

----

a)

Según el Teorema de Rouché-Fröbenius:

La condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones con n incógnitas tenga solución es que coincida el rango de la matriz de los coeficientes con el rango de la matriz ampliada con los términos independientes, o sea, que si los rangos son diferentes, el sistema es incompatible.

Si el rango es igual al número de incógnitas el sistema es compatible determinado.

Si el rango es menor que el número de incógnitas el sistema es compatible indeterminado.

En el caso particular de un sistema homogéneo, la condición necesaria y suficiente para que un sistema sea compatible es que el rango de la matriz de los coeficientes sea menor que el número de incógnitas. La condición necesaria y suficiente para que un sistema de n ecuaciones homogéneas con n incógnitas sea compatible es que el determinante de la matriz de los coeficientes sea nulo.

b)

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & a \end{pmatrix} \;;\; A'=\begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & a \end{pmatrix} \;;\; X=\begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix} \;;\; X'=\begin{pmatrix} x & z \\ y & x \end{pmatrix}$$

$$A' \cdot X = A \cdot X' \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & z \\ y & x \end{pmatrix} \;;$$

$$\begin{pmatrix} 2x+az & 2y+ax \\ -x+az & -y+ax \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-y & 2z-x \\ ax+ay & az+ax \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{cases} 2x+2a=2x-y \\ -x+az=ax+az \\ 2y+ax=2z-x \\ -y+ax=az+ax \end{cases}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \underline{a=-1} \\ \underline{y=2} \\ \underline{z=2} \\ \underline{x=x} \end{cases}$$

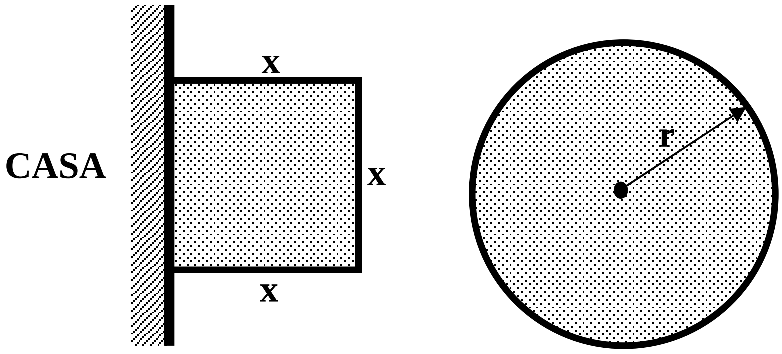
Las matrices X que satisfacen las condiciones del problema son:

$$\underline{\underline{X = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}, \ \forall x \in R}}$$

<u>El valor del parámetro es a = - 1.</u>

****

2º) Tenemos que vallar un terreno circular y un terreno cuadrado, que por uno de sus lados está limitado por una casa. Calcular el área del terreno circular y del terreno cuadrado que se pueden cercar, utilizando 150 metros de valla, con la condición de que la suma de las dichas áreas sea mínima.



$$L = 3x + 2\pi r = 150 \;\; ;;$$

$$\underline{r = \frac{150 - 3x}{2\pi}}$$

$$S = x^2 + \pi r^2 = x^2 + \pi \cdot \left(\frac{150 - 3x}{2\pi}\right)^2 = x^2 + \pi \cdot \frac{(150 - 3x)^2}{4\pi^2} = \underline{x^2 + \frac{1}{4\pi} \cdot (150 - 3x)^2 = S(x)}$$

$$S'(x) = 2x + \frac{1}{4\pi} \cdot 2(150 - 3x) \cdot (-3) = \underline{2x - \frac{3}{2\pi} \cdot (150 - 3x) = S'(x)}$$

$$S'(x) = 0 \Rightarrow 2x = \frac{3}{2\pi} \cdot (150 - 3x) \;\; ;; \;\; 4\pi x = 450 - 9x \;\; ;; \;\; 4\pi x + 9x = 450 \;\; ;; \;\; \underline{x = \frac{450}{4\pi + 9}}$$

$$r = \frac{150 - 3x}{2\pi} = \frac{150 - 3 \cdot \frac{450}{4\pi + 9}}{2\pi} = \frac{\frac{600\pi + 1350 - 1350}{4\pi + 9}}{2\pi} = \frac{600\pi}{2\pi(4\pi + 9)} = \underline{\frac{300}{4\pi + 9} = r}$$

La superficie vallada es la siguiente:

$$S = x^2 + \pi r^2 = \left(\frac{450}{4\pi + 9}\right)^2 + \pi \cdot \left(\frac{300}{4\pi + 9}\right)^2 = \frac{450^2 + 300^2 \pi}{(4\pi + 9)^2} = \frac{202500 + 90000\pi}{(4\pi + 9)^2} \cong$$

$$\cong \frac{202500 + 282743'34}{465'11} = \frac{485243'34}{465'11} = \underline{\underline{1043{,}29 \; m^2 = S}}$$

Justificación de que se trata de un mínimo:

$$S'(x) = 2x - \frac{3}{2\pi} \cdot (150 - 3x) \;\; ;; \;\; S''(x) = 2 - \frac{3}{2\pi} \cdot (-3) = 2 + \frac{9}{2\pi} > 0 \;\Rightarrow\; \underline{\underline{Mínimo,\; c.q.j.}}$$

****

CUESTIONES

1ª) Sean A y B matrices cuadradas con $|A| = 2 \;\; y \;\; |B| = 3$. Razonar cuánto vale el determinante de la matriz $B^{-1} \cdot A \cdot B$.

Teniendo en cuenta que el determinante de un producto de matrices es igual al producto de los determinantes de las matrices y, por la misma razón, el determinante de la inversa de una matriz es igual a la inversa del determinante de la matriz, sería:

$$|B^{-1} \cdot A \cdot B| = |B^{-1}| \cdot |A| \cdot |B| = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{2}}.$$

****

2ª) Consideramos el punto A(1, 4, 2), la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$ y el plano cuya ecuación es $\pi \equiv x + y + z - 1 = 0$. Calcular la recta t que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

En primer lugar vamos a determinar un plano π', paralelo a π que contenga al punto A; este plano contiene a r.

$$\left.\begin{array}{l} \pi' \equiv x + y + z + D = 0 \\ A(1,\ 4,\ 2) \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + 4 + 2 + D = 0 \ ;; \ D = -6 \Rightarrow \underline{\pi' \equiv x + y + z - 7 = 0}$$

Ahora vamos a determinar el punto P intersección de r con π':

La recta r se puede expresar por unas ecuaciones paramátricas: $r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$.

$$\left.\begin{array}{l} \pi' \equiv x + y + z - 7 = 0 \\ r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow (2\lambda) + (1 + 3\lambda) + (\lambda) - 7 = 0 \ ;; \ 6\lambda + 1 - 7 = 0 \ ;; \ \underline{\lambda = 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} x = 2\lambda = 2 \cdot 1 = 2 \\ y = 1 + 3\lambda = 1 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4 \\ z = \lambda = 1 \end{cases}\right\} \Rightarrow \underline{P(2,\ 4,\ 1)}$$

Un vector director de la recta puede ser $\overrightarrow{AP}$:

$$\overrightarrow{AP} = P - A = (2,\ 4,\ 1) - (1,\ 4,\ 2) = \underline{(1,\ 0,\ -1) = \overrightarrow{AP}}$$

La recta pedida es $\underline{\underline{t \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 4 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}}}$

****

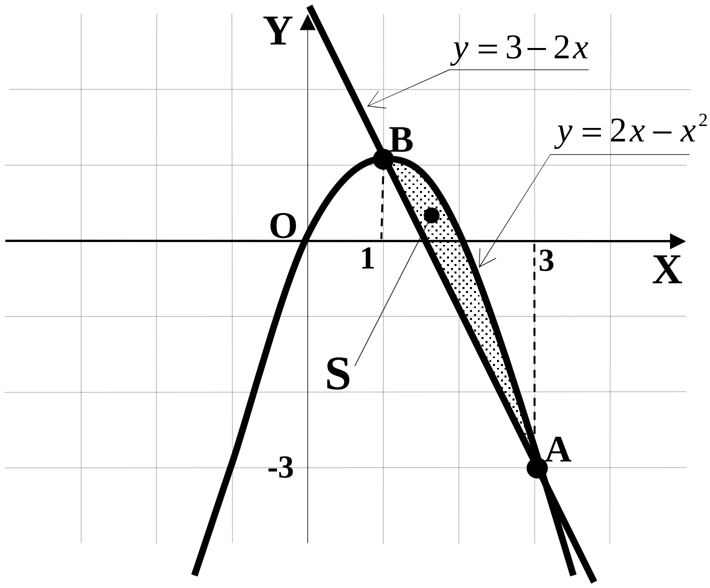
3ª) Hallar el área del recinto limitado por la recta $y = 3 - 2x$ y la parábola $y = 2x - x^2$.

Los puntos de corte de la recta y la parábola son los siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} y = 3 - 2x \\ y = 2x - x^2 \end{array}\right\} \Rightarrow 3 - 2x = 2x - x^2 \;\;;;\;\; x^2 - 4x + 3 = 0 \;\;;;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 = 3 \rightarrow \underline{A(3,\ -3)} \\ \\ x_2 = 1 \rightarrow \underline{B(1,\ 1)} \end{array}\right.$$

La representación gráfica de la situación es la siguiente:



Como puede apreciarse, todas las ordenadas de la parábola son iguales o mayores que las de las de la recta en el entorno de la superficie, (1, 3), por lo cual la superficie pedida es la siguiente:

$$S = \int_1^3 \left(2x - x^2\right) \cdot dx - \int_1^3 (3 - 2x) \cdot dx = \int_1^3 \left[\left(2x - x^2\right) - (3 - 2x)\right] \cdot dx =$$

$$= \int_1^3 \left(-2x - x^2 - 3 + 2x\right) \cdot dx = \int_1^3 \left(-x^2 + 4x - 3\right) \cdot dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x\right]_1^3 =$$

$$= (-9 + 18 - 9) - \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3\right) = 0 + \frac{1}{3} + 1 = \underline{\underline{\frac{4}{3}\ u^2 = S}}$$

****

4ª) Calcular las asíntotas de la función $y=\frac{x}{\sqrt[3]{x^3-8}}$.

Las asíntotas de la función son las siguientes:

<u>Horizontales</u>: son los valores finitos que toma y cuando x tiende a valer infinito; son de la forma y = k.

$$y=k=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sqrt[3]{x^3-8}}=\underline{\underline{1=y}}$$

<u>Verticales</u>: son los valores de x que anulan el denominador.

$$\sqrt[3]{x^3-8}=0\ ;;\ x^3-8=0\ ;;\ \underline{\underline{x=2}}$$

<u>Oblicuas</u>: Son de la forma $y=mx+n\quad (m\neq 0\ ;\ m\neq\infty)$.

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{\sqrt[3]{x^3-8}}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{x^3-8}}=\frac{1}{\infty}=0\Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\textit{No tiene asíntotas oblicuas}}}$$

****