PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO – 2010 (ESPECÍFICO)

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

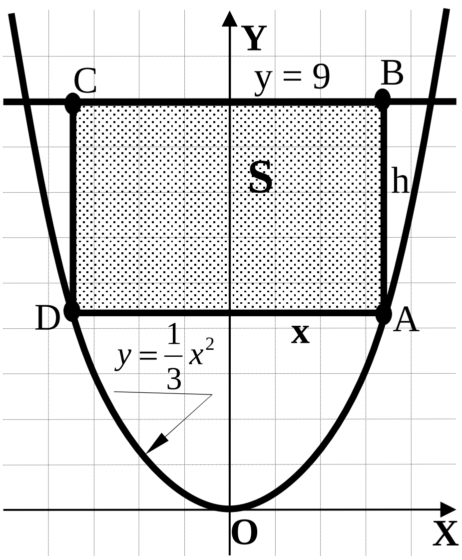
MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Indicaciones:

1.-Optatividad: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.-Calculadora: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que pueden reconstruirse la argumentación lógica de los cálculos.

OPCIÓN A

1º) Dada la parábola $y=\frac{1}{3}x^2$, y la recta y = 9, hallar las dimensiones y el área del rectángulo de área máxima que tiene un lado en la recta y los otros dos vértices en la gráfica de la parábola.



La representación gráfica de la situación es, aproximadamente, la que indica la figura.

La base del rectángulo es (2x) y la altura es la diferencia de las ordenadas de los puntos B y A; teniendo en cuenta que las ordenadas de los puntos son: B(x, 9) y $A\left(x.\ \frac{x^2}{3}\right)$, la altura es $h=9-\frac{x^2}{3}$.

La superficie es $S=(2x)\cdot\left(9-\frac{x^2}{3}\right)=\frac{2}{3}\left(27x-x^3\right)$.

Para que la superficie sea máxima su derivada tiene que ser cero:

$$S'=\frac{2}{3}\left(27-3x^2\right)=2\left(9-x^2\right)=2(x+3)(x-3)=0 \Rightarrow \underline{x_1=-3} \;;\; \underline{x_2=3}.$$

Para justificar el máximo recurrimos a la segunda derivada:

$$S''=\frac{2}{3}(-6x) \Rightarrow Para\ \ x=3 \Rightarrow S''(3)=\frac{2}{3}\cdot(-18)<0 \Rightarrow \underline{Máximo\ \ para\ \ x=3}.$$

El valor de la superficie pedida es:

$$S=\frac{2}{3}\left(27\cdot 3-3^3\right)=2\cdot(27-9)=2\cdot 18=\underline{\underline{36\ u^2=S}}$$

****

2º) Dada la función $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, se pide:

a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los de concavidad y convexidad y las asíntotas.

b) Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función $g(x)=\frac{f(x)}{x}$, el eje OX y las rectas x = 2 y x = 4.

----

a)

Teniendo en cuenta que el dominio de la función es $D(f) \Rightarrow R-\{1\}$, los intervalos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$f'(x)=\frac{1\cdot(x-1)-(x+1)\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}=\underline{\frac{-2}{(x-1)^2}=f'(x)}$$

$$f'(x)<0,\ \forall x\in D(f)\ \Rightarrow \underline{\underline{\textit{La función es decreciente en su dominio.}}}$$

Los intervalos de concavidad y convexidad se estudian a través de la segunda derivada:

$$f''(x)=\frac{0+2\cdot 2\cdot(x-1)\cdot 1}{(x-1)^4}=\underline{\frac{4}{(x-1)^3}=f''(x)}$$

$$x<-1 \Rightarrow f''(x)<0 \ \Rightarrow \underline{\underline{\textit{Cóncava } (\cap) \Rightarrow (-\infty,\ 1)}}$$

$$.x>-1 \Rightarrow f''(x)>0 \ \Rightarrow \underline{\underline{\textit{Convexa } (\cup) \Rightarrow (1,\ \infty)}}$$

Para que existan puntos de inflexión es condición necesaria que la segunda derivada sea cero.

$$f''(x)=\frac{4}{(x-1)^3}\ ;;\ f''(x)=0 \Rightarrow \frac{4}{(x-1)^3}=0\ ;;\ x\notin R \ \Rightarrow \underline{\underline{\textit{No tiene puntos de inflexión}}}$$

Las asíntotas de la función son las siguientes:

Horizontales: son los valores finitos que toma la función cuando x tiende a valer infinito; son de la forma y = k.

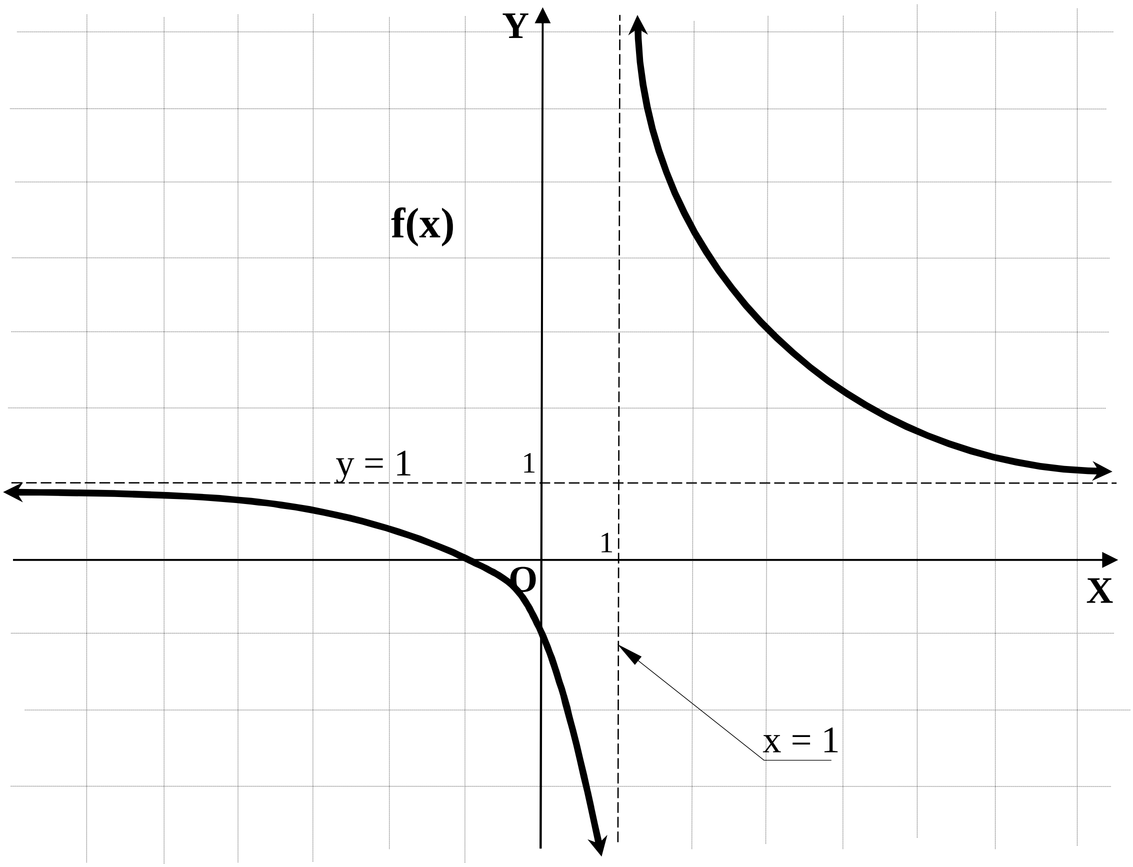
$$y=k=\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{x-1}=\underline{\underline{1=y}}$$

Verticales: son los valores de x que anulan el denominador: $x-1=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$

Oblicuas: <u>No tiene.</u>

(Para que una función racional tenga asíntotas oblicuas es necesario que el grado del numerador sea una unidad mayor que el grado del denominador).

La representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



b)

La función $g(x)=\frac{f(x)}{x}=\frac{\frac{x+1}{x-1}}{x}=\frac{x+1}{x^2-x}$ tiene todas sus ordenadas positivas en el intervalo que determinan las rectas x = 2 y x = 4, por lo cual el área pedida es:

$$S=\int_2^4 g(x)\cdot dx=\int_2^4 \frac{x+1}{x^2-x}\cdot dx=\int_2^4 \frac{x+1}{x(x-1)}\cdot dx \Rightarrow \frac{x+1}{x(x-1)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}=\frac{Ax-A+Bx}{x(x-1)}=\frac{(A+B)x-A}{x(x-1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A+B=1 \\ -A=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{A=-1} \;;;\; \underline{B=2} \Rightarrow S=\int_2^4\left(\frac{-1}{x}+\frac{2}{x-1}\right)\cdot dx=\left[2L(x-1)-Lx\right]_2^4=\left[L\frac{(x-1)^2}{x}\right]_2^4=$$

$$=L\frac{(4-1)^2}{4}-L\frac{(2-1)^2}{2}=L\frac{9}{4}-L\frac{1}{2}=L\left(\frac{9}{4}:\frac{1}{2}\right)=\underline{\underline{L\frac{9}{2}u^2=L4'5\,u^2\cong 1'50\,u^2=S}}$$

****

3º) Dadas las matrices $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-1&m\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&-3&5\\-2&4&-6\end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&0\end{pmatrix}$:

a) ¿Para qué valores de m existe B^{-1}? Para m = 1, calcular B^{-1}.

b) Para m = 1, hallar la matriz X tal que $X\cdot B+C=D$.

----

a)

Para que una matriz tenga inversa es condición necesaria que su determinante sea distinto de cero: $|B|=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-1&m\end{vmatrix}=m$.

<u>La matriz B tiene inversa para cualquier valor real de m distinto de cero.</u>

Para m = 1 es $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$.

Para hallar la inversa de B utilizamos el método de Gauss-Jordan:

$$(B/I)=\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&1&0\\0&-1&1&0&0&1\end{array}\right)\Rightarrow\{F_3\to F_3+F_2\}\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&0&1&1\end{array}\right)\Rightarrow\ \underline{\underline{B^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}}}$$

b)

$X\cdot B+C=D$;; $X\cdot B=D-C\ \Rightarrow$ Multiplicando por la derecha por B^{-1}:

$X\cdot B\cdot B^{-1}=(D-C)\cdot B^{-1}$;; $X\cdot I=(D-C)\cdot B^{-1}\ \Rightarrow\ \underline{X=(D-C)\cdot B^{-1}}$

$$X=(D-C)\cdot B^{-1}=\left[\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&-3&5\\-2&4&-6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}0&5&-2\\2&-3&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}0+0+0&0+5-2&0+0-2\\2-0+0&0-3+6&0-0+6\end{pmatrix}=\underline{\underline{\begin{pmatrix}0&3&-2\\2&3&6\end{pmatrix}=X}}$$

****

4º) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{a}$.

a) Hallar el valor del parámetro α para que r y s sean perpendiculares.

b) Hallar la recta t paralela a r y que pase por el punto de s cuya ordenada z es 0.

----

a)

Las rectas r y s son perpendiculares cuando lo sean sus vectores directores.

Un vector director de r es el producto vectorial de los vectores normales de los planos que la determinan, que son $\overrightarrow{n_1} = (1,\ -1,\ 1)$ y $\overrightarrow{n_2} = (2,\ 1,\ -1)$:

$$\overrightarrow{v_r}' = \overrightarrow{n_1} \wedge \overrightarrow{n_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = i + 2j + k + 2k - i + j = 3j + 3k = (0,\ 3,\ 3) \Rightarrow \underline{\overrightarrow{v_r} = (0,\ 1,\ 1)}.$$

Un vector director de s es $\overrightarrow{v_s} = (3,\ 2,\ a)$.

$$\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s} = 0 \Rightarrow (0,\ 1,\ 1) \cdot (3,\ 2,\ a) = 0 + 2 + a = 0\ ;;\ 2 + a = 0 \Rightarrow \underline{a = -2}.$$

Las rectas r y s son perpendiculares cuando sea α = -2.

b)

Los puntos cuya ordenada z es 0 forman el plano $\pi \equiv z = 0$.

El punto P de corte de la recta s con el plano π es la solución del sistema que forman:

$$\left. \begin{array}{l} s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{a} \\ \pi \equiv \underline{z = 0} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ y + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{x = 2}\ ;;\ \underline{y = -1} \Rightarrow \underline{P(2,\ -1,\ 0)}.$$

La recta t tiene como vector director a $\overrightarrow{v_r} = (0,\ 1,\ 1)$ y pasa por el punto $P(2,\ -1,\ 0)$.

Su expresión dada, por ejemplo, por unas ecuaciones continuas es:

$$\underline{\underline{t \equiv \frac{x-2}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}}}$$

****

OPCIÓN B

1º) Calcular b y c sabiendo que la función $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & si \ \ x\le 0 \\ \frac{L(x+1)}{x} & si \ \ x>0 \end{cases}$ es derivable en el punto x = 0.

Para que una función sea derivable en un punto es condición necesaria que sea continua en ese punto.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha sean iguales, e igual al valor de la función en ese punto. La función f(x) es continua en su dominio, que es $D(f)\Rightarrow(-1,\ +\infty)$, excepto para x = 0, cuya continuidad es dudosa y que comprobamos a continuación.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left(x^2+bx+c\right)=\underline{c}=f(0) \\ \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{L(x+1)}{x}=\underline{1} \qquad (*) \end{array}\right\}\Rightarrow \underline{\underline{c=1}}$$

$$(*)\qquad \lim_{x\to 0}\frac{L(x+1)}{x}=\frac{L1}{0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indeter.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x+1}}{1}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+1}=\frac{1}{1}=\underline{1}$$

La función es continua para x = 0 cuando c = 1, independientemente del valor real de b. La función resulta $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+1 & si \ \ x\le 0 \\ \frac{L(x+1)}{x} & si \ \ x>0 \end{cases}$.

Una función es derivable en un punto si, y solo si, existen la derivada por la izquierda y la derivada por la derecha en ese punto y además, son iguales.

$$f'(x)=\begin{cases} 2x+b & si \ \ x\le 0 \\ \frac{x-(x+1)L(x+1)}{x^2(x+1)} \ (**) & si \ \ x>0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} f'(0^-)=\underline{b} \\ f'(0^+)=\underline{-\frac{1}{2}} \end{cases}\Rightarrow \underline{\underline{b=-\frac{1}{2}}}$$

$$(**)\qquad g(x)=\frac{L(x+1)}{x}\Rightarrow g'(x)=\frac{\frac{1}{x+1}\cdot x-L(x+1)\cdot 1}{x^2}=\frac{x-(x+1)L(x+1)}{x^2(x+1)}.$$

$$g'(0)=\frac{0-1\cdot L1}{0\cdot 1}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indet.\ \{L'Hopital\}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{1-L(x+1)-(x+1)\cdot\frac{1}{x+1}}{3x^2+2x}=$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-L(x+1)}{3x^2+2x} = \frac{0}{0} \Rightarrow In\det. \{L'Hopital\} \Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{-\frac{1}{x+1}}{6x+2} = \underline{-\frac{1}{2}}.$$

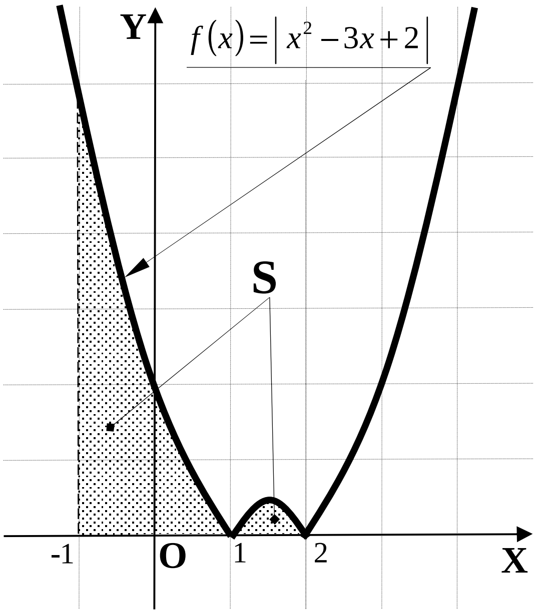
La función es derivable en x = 0 para b = -½ y c = 1.

****

2º) Calcular la siguiente integral: $\int_{-1}^{2} \left| x^2 - 3x + 2 \right| \cdot dx$.

La función $f(x) = \left| x^2 - 3x + 2 \right|$ corta al eje OX en los puntos de abscisa 1 y 2.

La función $f(x)$ puede redefinirse de la forma $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \;\; si \;\; x < 1 \\ -x^2 + 3x - 2 \;\; si \;\; 1 \le x \le 2 \\ x^2 - 3x + 2 \;\; si \;\; x > 2 \end{cases}$ y su representación gráfica es la indicada en la figura.



De la observación de la figura y la redefinición de la función se deduce el área pedida, que es la siguiente:

$$S = \int_{-1}^{2} \left| x^2 - 3x + 2 \right| \cdot dx =$$

$$= \int_{-1}^{1} \left(x^2 - 3x + 2 \right) \cdot dx + \int_{1}^{2} \left(-x^2 + 3x - 2 \right) \cdot dx =$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^{1} + \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 2x \right]_{1}^{2} =$$

$$= \left(\frac{1^3}{3} - \frac{3 \cdot 1^2}{2} + 2 \cdot 1 \right) - \left[\frac{(-1)^3}{3} - \frac{3 \cdot (-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1) \right] + \left(-\frac{2^3}{3} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} - 2 \cdot 2 \right) - \left(-\frac{1^3}{3} + \frac{3 \cdot 1^2}{2} - 2 \cdot 1 \right) =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 2 - \frac{8}{3} + 6 - 4 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 = -\frac{5}{3} - \frac{3}{2} + 8 = \frac{-10 - 9 + 48}{6} = \underline{\underline{\frac{29}{6} \, u^2 \cong 4'83 \, u^2 = S}}$$

****

3º) Discutir según los valores del parámetro a, y resolver cuando sea posible el siguiente sistema: $\begin{cases} x+z=1 \\ y+(a-1)z=0 \\ x+(a-1)y+az=a \end{cases}$.

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a-1 \\ 1 & a-1 & a \end{pmatrix} \quad y \quad A'=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a-1 & 0 \\ 1 & a-1 & a & a \end{pmatrix}.$$

El rango de A en función de α es el siguiente:

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a-1 \\ 1 & a-1 & a \end{vmatrix}=a-1-(a-1)^2=a-1-(a^2-2a+1)=a-1-a^2+2a-1=-a^2+3a-2=0$$

$$a^2-3a+2=0 \;\;;;\;\; a=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{3\pm 1}{2} \Rightarrow \underline{a_1=1} \;;;\; \underline{a_2=2}.$$

$$\underline{\underline{Para \begin{Bmatrix} a\neq 1 \\ a\neq 2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ A=Rango\ A'=3=n^{o}\ incóg. \Rightarrow Compatible\ Determinado}}$$

$$Para\ a=1 \Rightarrow A'=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \{C_1=C_3=C_4\} \Rightarrow \underline{Rango\ A'=2}$$

$$\underline{\underline{Para\ a=1 \Rightarrow Rango\ A=Rango\ A'=2<n^{o}\ incógnitas \Rightarrow Compatible\ Indeterminado}}$$

$$Para\ a=2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow Rango\ A' \Rightarrow \{C_1,\ C_2,\ C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}=2-1\neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Rango\ A'=3}$$

$$\underline{\underline{Para\ a=2 \Rightarrow Rango\ A=2\ ;;\ Rango\ A'=3 \Rightarrow Incompatible}}$$

Resolvemos para $\begin{Bmatrix} a\neq 1 \\ a\neq 2 \end{Bmatrix}$ aplicando la Regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & a-1\\ a & a-1 & a\end{vmatrix}}{-a^2+3a-2}=\frac{a-a-(a-1)^2}{-(a-1)(a-2)}=\frac{-(a-1)}{-(a-2)}=\underline{\underline{\frac{a-1}{a-2}=x}}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & a-1\\ 1 & a & a\end{vmatrix}}{-a^2+3a-2}=\frac{a-1-a(a-1)}{-(a-1)(a-2)}=\frac{(a-1)(1-a)}{-(a-1)(a-2)}=\underline{\underline{\frac{a-1}{a-2}=y}}$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & a-1 & a\end{vmatrix}}{-a^2+3a-2}=\frac{a-1}{-(a-1)(a-2)}=\underline{\underline{-\frac{1}{a-2}=z}}$$

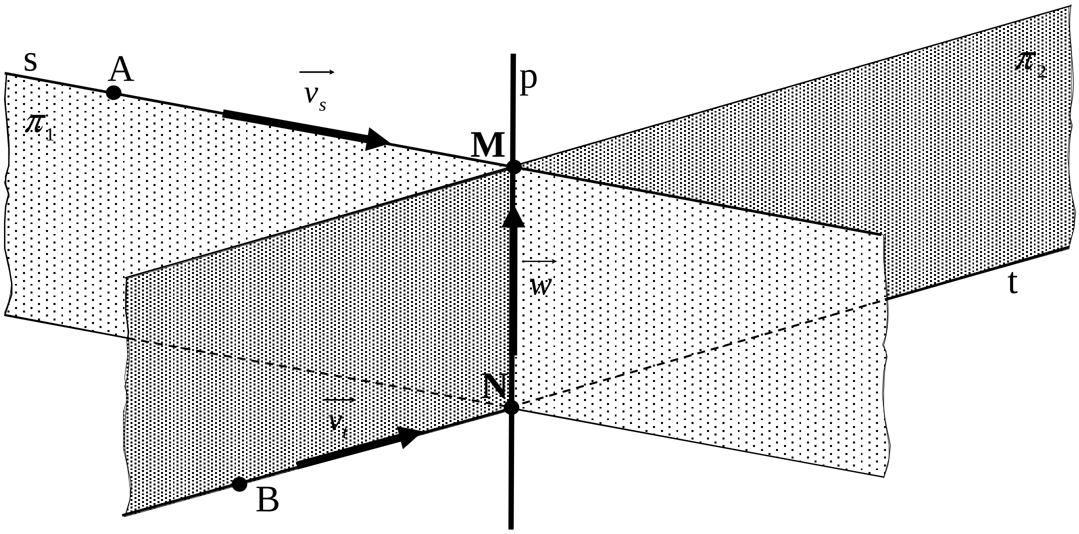
Resolvemos ahora para α = 1. El sistema resulta ser $\begin{cases}x+z=1\\ y=0\\ x+z=1\end{cases}$, equivalente al sistema $\begin{cases}x+z=1\\ y=0\end{cases}$. Parametrizando la variable z = λ:

$$\underline{\underline{Solución:\begin{cases}x=1-\lambda\\ y=0\\ z=\lambda\end{cases},\ \forall\lambda\in R}}$$

****

4º) Dadas las rectas $s \equiv \frac{x-1}{3} = y = \frac{z-1}{2}$ y $t \equiv \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2y - z = 4 \end{cases}$, se pide hallar la perpendicular común a s y t y la distancia entra ambas.

En primer lugar vamos a determinar la recta p, perpendicular común a las rectas dadas, para lo cual nos guiamos por el siguiente gráfico.



Determinamos un punto y un vector director de cada una de las rectas dadas, para lo cual expresamos la recta t por unas ecuaciones paramétricas:

$$t \equiv \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2y - z = 4 \end{cases} \Rightarrow \underline{x = \lambda} \Rightarrow \underline{y = 2\lambda} \;;;\; z = -4 + 2y = \underline{-4 + 4\lambda = z} \;\Rightarrow\; \underline{t \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = -4 + 4\lambda \end{cases}}$$

Un punto y un vector director de s son: $A(1,\ 0,\ 1)\ y\ \overrightarrow{v_s} = (3,\ 1,\ 2)$.

Un punto y un vector director de t son: $B(0,\ 0,\ -4)\ y\ \overrightarrow{v_t} = (1,\ 2,\ 4)$.

Un vector $\overrightarrow{w}$, perpendicular a $\overrightarrow{v_s}\ y\ \overrightarrow{v_t}$ es cualquiera que sea linealmente dependiente de su producto vectorial:

$$\overrightarrow{w'} = \overrightarrow{v_s} \wedge \overrightarrow{v_t} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4i + 2j + 6k - k - 4i - 12j = -10j + 5k \Rightarrow \underline{\overrightarrow{w} = (0,\ -2,\ 1)}.$$

Ahora determinamos los planos $\pi_1\ \ y\ \ \pi_2$, de la forma siguiente:

$$\pi_1(A;\ \overrightarrow{v_s},\ \overrightarrow{w}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z-1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \;;;\; (x-1) - 6(z-1) + 4(x-1) - 3y = 0 \;;;$$

$$5(x-1)-6(z-1)-3y=0\ ;;\ 5x-5-6z+6-3y=0\ \Rightarrow\ \underline{\pi_1 \equiv 5x-3y-6z+1=0}$$

$$\pi_2\left(B;\ \overrightarrow{v_t},\ \overrightarrow{w}\right) \equiv \begin{vmatrix} x & y & z+4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0\ ;;\ 2x-2(z+4)+8x-y=0\ \Rightarrow\ \underline{\pi_2 \equiv 10x-y-2z-8=0}$$

La recta pedida p, es la que determinan los planos π_1 y π_2 en su intersección:

$$\underline{\underline{p \equiv \begin{cases} 5x-3y-6z+1=0 \\ 10x-y-2z-8=0 \end{cases}}}$$

Para determinar la distancia entre las rectas s y t determinamos los puntos M y N:

El punto M es la intersección de la recta s y el plano π_2:

$$\left.\begin{array}{l} \pi_2 \equiv 10x-y-2z-8=0 \\ s \equiv \dfrac{x-1}{3} = y = \dfrac{z-1}{2}\ \Rightarrow\ s \equiv \begin{cases} x=1+3\lambda \\ y=\lambda \\ z=1+2\lambda \end{cases} \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ 10(1+3\lambda)-\lambda-2(1+2\lambda)-8=0\ ;;$$

$$10+30\lambda-\lambda-2-4\lambda-8=0\ ;;\ 25\lambda=0\ ;;\ \lambda=0\ \Rightarrow\ \underline{M(1,\ 0,\ 1)}\ (Coincide\ \ con\ \ A)$$

El punto N es la intersección de la recta t y el plano π_1:

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1 \equiv 5x-3y-6z+1=0 \\ t \equiv \begin{cases} 2x-y=0 \rightarrow \underline{x=\frac{1}{2}y} \\ 2y-z=4 \rightarrow \underline{z=-4+2y} \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow 5\cdot\left(\tfrac{1}{2}y\right)-3y-6(-4+2y)+1=0\ ;;\ 5y-6y-12(-4+2y)+2=0\ ;;$$

$$-y+48-24y+2=0\ ;;\ 50=25y\ ;;\ \underline{y=2},\ \underline{x=1}\ ;;\ \underline{z=0}\ \Rightarrow\ \underline{N(1,\ 2,\ 0)}$$

$$d(s,\ t)=\overline{MN}=\sqrt{(1-1)^2+(2-0)^2+(0-1)^2}=\sqrt{0+4+1}=\underline{\underline{\sqrt{5}\ \ unidades=d(s,\ t)}}$$

****