# PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

# UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN

# JUNIO – 2014

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Indicaciones:

1.-Optatividad: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.-Calculadora: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que pueden reconstruirse la argumentación lógica de los cálculos.

## OPCIÓN A

1º) Discutir, y resolver cuando sea posible el sistema de ecuaciones $\begin{cases} mx+y=1 \\ x+my=m \\ 2mx+2y=m+1 \end{cases}$, según los valores del parámetro m.

----------

a )

Las matrices de coeficientes y ampliada son:

$$M=\begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & m \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \; y \; M'=\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & m \\ 2m & 2 & m+1 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz ampliada es, en función de m, el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & m \\ 2m & 2 & m+1 \end{vmatrix}=m^2(m+1)+2m^2+2-2m^2-2m^2-(m+1)=(m+1)(m^2-1)-2(m^2-1)=$$

$$=\left(m^2-1\right)\left(m+1-2\right)=\left(m^2-1\right)\left(m-1\right)=\left(m+1\right)\left(m-1\right)\left(m-1\right)=\left(m+1\right)\left(m-1\right)^2=0\Rightarrow \underline{m_1=-1},\ \underline{m_2=1}.$$

El rango de la matriz de coeficientes, cuyas filas primera y tercera son proporcionales, tiene rango dos para cualquier valor real de m, excepto para m = 1 y m = -1, en cuyos casos el rango es uno.

$$\underline{\underline{Para\ \left\{\begin{array}{c} m\neq 1 \\ m\neq -1 \end{array}\right\} \Rightarrow Rango\ M=2\ ;;\ Rango\ M'=3 \Rightarrow Incompatible}}$$

$$\underline{\underline{Para\ m=-1 \Rightarrow Rango\ M=1\ ;;\ Rango\ M'=2 \Rightarrow Incompatible}}$$

$$Para\ m=1\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow\ \underline{Rango\ de\ M'=1}.$$

$$\underline{\underline{Para\ m=1 \Rightarrow Rango\ M=Rango\ M'=1<n^o\ incóg. \Rightarrow Compatible\ indeterminado}}$$

b )

Para m = 1 el sistema es $\left\{\begin{array}{l} x+y=1 \\ x+y=1 \\ 2x+2y=2 \end{array}\right.$ , equivalente a $\{x+y=1$.

$$\underline{\underline{Solución:\ \left\{\begin{array}{l} x=\lambda \\ y=1-\lambda \end{array}\right.,\ \forall\lambda\in R}}.$$

**********

2º) Sean π el plano que pasa por los puntos A(1, -1, 1), B(2, 3, 2), C(3, 1, 0) y r la recta dada por $r \equiv \frac{x-7}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

a ) Calcular el ángulo que forman la recta r y el plano π.

b ) Calcular los puntos de r que distan 6 unidades del plano π.

----------

a )

Los puntos A, B y C determinan los siguientes vectores:

$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB} = B - A = (2,\ 3,\ 2) - (1,\ -1,\ 1) = (1,\ 4,\ 1)$.

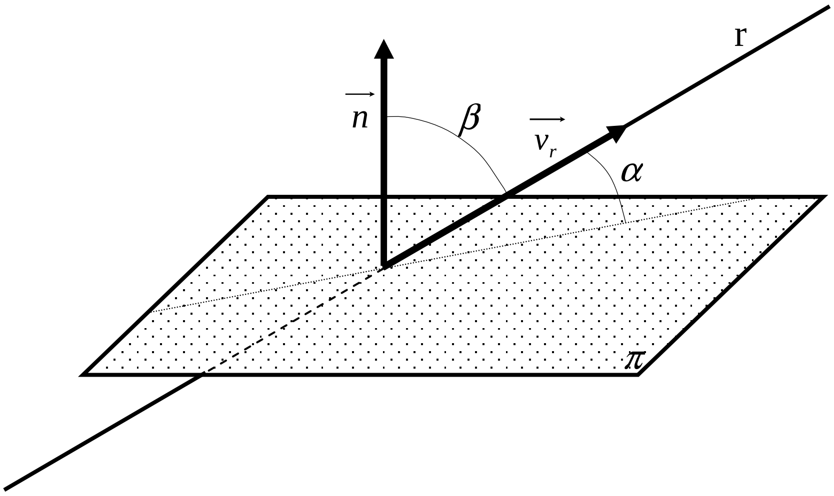
$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC} = C - A = (3,\ 1,\ 0) - (1,\ -1,\ 1) = (2,\ 2,\ -1)$.

Los puntos A, B y C determinan el plano $\pi(C;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}) \equiv \begin{vmatrix} x-3 & y-1 & z \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$ ;;

$-4(x-3) + 2(y-1) + 2z - 8z - 2(x-3) + (y-1) = 0$ ;; $-6(x-3) + 3(y-1) - 6z = 0$ ;;

$2(x-3) - (y-1) + 3z = 0$ ;; $2x - 6 - y + 1 + 2z = 0 \Rightarrow \underline{\pi \equiv 2x - y + 2z - 5 = 0}$.

Para facilitar la comprensión del ejercicio hacemos un esquema de la situación:




El ángulo α que forman el plano π y la recta r es el complementario del ángulo que forman el vector $\overrightarrow{v_r}$, director de r, y el vector $\overrightarrow{n}$, normal al plano π.

El vector director de r es $\overrightarrow{v_r} = (2,\ -1,\ 2)$ y el vector normal de π es $\overrightarrow{n} = (2,\ -1,\ 2)$, que como se observa son iguales, lo que significa que:

<u>La recta r y el plano π son perpendiculares</u>.

b )

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es $r \equiv \begin{cases} x = 7 + 2\lambda \\ y = -6 - \lambda \\ z = -3 + 2\lambda \end{cases}$.

El punto P genérico de r es $P(7 + 2\lambda,\ -6 - \lambda,\ -3 + 2\lambda)$.

Sabiendo que la distancia del punto genérico $P_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$ al plano genérico de ecuación $\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$ es $d(P_0,\ \pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$; aplicándola al punto P y al plano $\pi \equiv 2x - y + 2z - 5 = 0$, sabiendo que la distancia es de 6 unidades:

$$d(P,\ \pi) = \frac{|2(7 + 2\lambda) - (-6 - \lambda) + 2(-3 + 2\lambda) - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 6 \ ;; \ \frac{|14 + 4\lambda + 6 + \lambda - 6 + 4\lambda - 5|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 6 \ ;;$$

$$\frac{|9 + 9\lambda|}{\sqrt{9}} = 6 \ ;; \ \frac{|9 + 9\lambda|}{3} = 6 \ ;; \ |3 + 3\lambda| = 6 \ ;; \ |1 + \lambda| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 1 + \lambda_1 = 2 \rightarrow \underline{\lambda_1 = 1} \\ \\ -1 - \lambda_2 = 2 \rightarrow \underline{\lambda_2 = -3} \end{cases}.$$

$$Para\ \ \lambda = 1 \Rightarrow \underline{P_1(9,\ -7,\ -1)}\ \ y\ \ Para\ \ \lambda = -7 \Rightarrow \underline{P_2(1,\ -3,\ -9)}.$$

<u>Los puntos de r que distan 6 unidades de π son $P_1(9, -7, -1)$ y $P_2(1, -3, -9)$</u>.

**********

3º) Hallar la función polinómica de grado 3 sabiendo que su gráfica pasa por P(1, 0), que tiene por tangente en el punto de abscisa x = 0 la recta $y = 2x + 1$, y que su integral entre 0 y 1 valga 3.

----------

Sea la función pedida $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$.

Por pasar por P(1, 0): $f(1) = 0 \Rightarrow \underline{A + B + C + D = 0}$. (1)

Por tener la tangente para x = 0 una pendiente m = 2:

$f'(0) = 2 \Rightarrow f'(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C \Rightarrow \underline{C = 2}$. La función es: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + 2x + D$.

$$\int_0^1 f(x) \cdot dx = 3 \Rightarrow \left[ \frac{Ax^4}{4} + \frac{Bx^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + Dx \right]_0^1 = 3 \;;;\; \left( \frac{A}{4} + \frac{B}{3} + 1 + D \right) - 0 = 3 \;;;$$

$3A + 4B + 12 + 12D = 36$ ;; $\underline{3A + 4B + 12D = 24}$. (2)

El punto de tangencia es común a la función y a la tangente, por lo cual tiene que ser $y(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$, lo cual significa que el punto Q(0, 1) pertenece a la función:

$f(0) = 1 \Rightarrow \underline{D = 1}$.

El sistema formado por las ecuaciones (1) y (2) resulta: $\left. \begin{array}{r} A + B + 2 + 1 = 0 \\ 3A + 4B + 12 = 24 \end{array} \right\}$, equivalente a $\left. \begin{array}{r} A + B = -3 \\ 3A + 4B = 12 \end{array} \right\}$. Resolviendo: $\left. \begin{array}{r} -3A - 3B = 9 \\ 3A + 4B = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{B = 21}\ y\ \underline{A = -24}$.

La función resulta: $\underline{\underline{f(x) = -24x^3 + 21x^2 + 2x + 1}}$.

**********

4º) Sea la función $f(x)=e^{-x^2}$. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, puntos de inflexión y asíntotas. Esbozar su gráfica.

----------

Por ser $f(-x)=e^{-(-x)^2}=e^{-x^2}=f(x)$, la función se simétrica con respecto al eje de abscisas.

Una función es creciente o decreciente en un punto cuando su derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$f'(x)=-2x\cdot e^{-x^2}$. Como quiera que es $e^{-x^2}>x,\ \forall x\in R$, la derivada es negativa para los valores positivos de x y viceversa.

Teniendo en cuenta que el dominio de la función es R, los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$f'(x)=-2x\cdot e^{-x^2}>0\ \Rightarrow\ x<0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{Crecimiento:\ (-\infty,\ 0)}}.$$

$$f'(x)=-2x\cdot e^{-x^2}<0\ \Rightarrow\ x>0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{Crecimiento:\ (0,\ +\infty)}}.$$

Una función tiene un extremo relativo para los valores de x que anulan la primera derivada; para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: si es positiva se trata de un mínimo y si es negativa, de un máximo.

$$f'(x)=0\ \Rightarrow\ -2x\cdot e^{-x^2}=0\ \Rightarrow\ \underline{x=0}.$$

$$f''(x)=-2\cdot e^{-x^2}-2x\cdot\left(-2x\cdot e^{-x^2}\right)=2e^{-x^2}\left(2x^2-1\right).$$

$f''(0)=2e^0(0-1)=-2<0\ \Rightarrow$ Máximo relativo para x = 0.

$$f(0)=e^0=1\ \Rightarrow\ \underline{\underline{Máximo:\ A(0,\ 1)}}.$$

Una función tiene un punto de inflexión para los valores que anulan la segunda derivada y hacen distinto de cero a la tercera derivada.

$$f''(x)=0\ \Rightarrow\ 2e^{-x^2}\left(2x^2-1\right)=0\ ;;\ 2x^2-1=0\ ;;\ x^2=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \underline{x_1=-\frac{\sqrt{2}}{2}}\ ;;\ \underline{x_2=\frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

$$f\left(\pm\tfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}=\frac{\sqrt{e}}{e}\ \Rightarrow\ Puntos\ de\ inflexión:\ \underline{\underline{P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{e}}{e}\right)}}\ y\ \underline{\underline{Q\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{e}}{e}\right)}}.$$

Las asíntotas pueden ser horizontales, verticales y oblicuas.

Una función tiene una asíntota vertical para los valores finitos de x que hacer que la función valga más o menos infinito.

No hay asíntotas verticales.

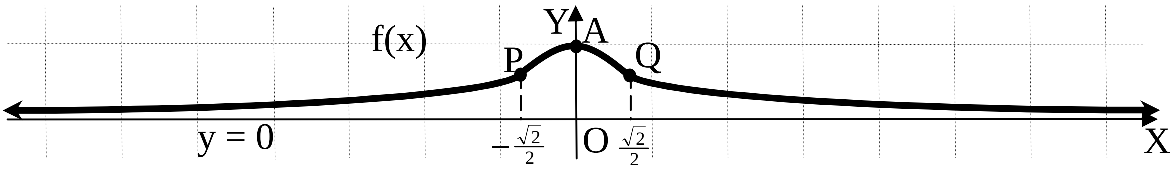
Asíntotas horizontales son los valores finitos de la función cuando x tiene a valer más infinito o menos infinito.

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} e^{-x^2} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = \underline{0}\ .$$

La recta y = 0 (eje de abscisas) es asíntota horizontal de la función.

No existen asíntotas oblicuas por ser incompatibles con las asíntotas horizontales.

De todo lo anterior se puede intuir fácilmente el esbozo de la función, que es el gráfico que figura a continuación.




**********

OPCIÓN B

1º) Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ a & a+3 & a+4 \\ a & a+5 & a+6 \end{pmatrix}$.

a ) Discutir su rango en función de los valores de α.

b ) Para α = 1, resolver la ecuación matricial $A^t \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, siendo $A^t$ la matriz traspuesta de A.

----------

a )

$$|A| = \begin{vmatrix} a & a+1 & a+2 \\ a & a+3 & a+4 \\ a & a+5 & a+6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ a & a & a+4 \\ a & a & a+6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & 1 & a+2 \\ a & 3 & a+4 \\ a & 5 & a+6 \end{vmatrix} = 0 + \begin{vmatrix} a & 1 & a \\ a & 3 & a \\ a & 5 & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ a & 3 & 4 \\ a & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 0 + \begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ a & 3 & 4 \\ a & 5 & 6 \end{vmatrix} = a \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 6 \end{vmatrix} = a \cdot 0 = 0.$$ (la tercera columna es suma de las otras dos).

Se utilizan las propiedades de los determinantes siguientes:

“Si se multiplican o dividen todos los elementos de una línea de una matriz por un número, su determinante queda multiplicado o dividido por dicho número”.

“Si los elementos de una línea de una matriz se descomponen en dos sumandos, su determinante es igual a la suma de los dos determinantes obtenidos al considerar por separado cada sumando de esa línea, y el resto de las líneas iguales a las del determinante inicial”.

“Si una matriz tiene dos líneas paralelas iguales o proporcionales, su determinante es nulo”.

El determinante $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ a & 3 & 4 \\ a & 5 & 6 \end{vmatrix}$, equivalente $|A|$, tiene, por ejemplo, el menor $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, cuyo valor es distinto de cero.

El rango de A es dos, independientemente del valor de α.

b )

Para α = 1 la matriz es $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 5\\ 1 & 6 & 7\end{pmatrix}$ y $A^t=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 6\\ 3 & 5 & 7\end{pmatrix}$.

Como el sistema formado es homogéneo y el rango de la matriz de coeficientes $A^t$ es dos por ser la última fila la suma de las otras dos, según el teorema de Rouché-Fröbenius, el sistema es <u>compatible indeterminado</u>. Despreciando, por ejemplo, la última de las ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=0 \\ 2x+4y+6z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Simplificando: } \left.\begin{array}{l} x+y+z=0 \\ x+2y+3z=0 \end{array}\right\}. \text{ Haciendo } \underline{z=\lambda}:$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=-\lambda \\ x+2y=-3\lambda \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} -x-y=\lambda \\ x+2y=-3\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{y=-2\lambda} \;;;\; x=-y-\lambda=2\lambda-\lambda=\underline{\lambda=x}.$$

$$\underline{\underline{Solución: \begin{cases} x=\lambda \\ y=-2\lambda, \ \forall\lambda\in R \\ z=\lambda \end{cases}}}$$

**********

2º) Calcular la recta r contenida en el plano $\pi_1 \equiv x+y+z=3$, paralela al plano $\pi_2 \equiv x=0$, y que pasa por el punto simétrico de B(-1, 1, 1) respecto de $\pi_2$.

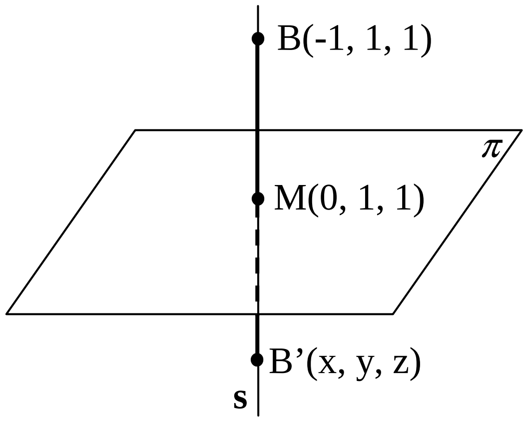
----------

En primer lugar hallamos el punto B' simétrico de B(-1, 1, 1) respecto de $\pi_2$.

Un vector normal al plano $\pi_2$ es $\overrightarrow{n}=(1,\ 0,\ 0)$.

La expresión por unas ecuaciones paramétricas de la recta s que pasa por el punto B y es perpendicular al plano $\pi_2$ es $s \equiv \begin{cases} x=-1+\lambda \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$.

El punto M, intersección del plano $\pi$ con la recta s, tiene que satisfacer las ecuaciones de ambos, por lo cual:




$$\left.\begin{array}{l} \pi \equiv x=0 \\ r \equiv \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow 1+\lambda=0\ ;;\ \lambda=-1 \Rightarrow \underline{M(0,\ 1,\ 1)}$$

El punto M(0, 1, 1) obtenido es el punto medio del segmento BB':

$$M=\frac{B+B'}{2} \Rightarrow B'=2M-B=(0,\ 2,\ 2)-(-1,\ 1,\ 1) \Rightarrow \underline{B'(1,\ 1,\ 1)}.$$

Un vector director de la recta r es cualquiera que sea linealmente dependiente del producto vectorial de los vectores normales de los planos $\pi_1$ y $\pi_2$, que son los siguientes: $\overrightarrow{n_1}=(1,\ 0,\ 0)$ y $\overrightarrow{n_2}=(1,\ 1,\ 1)$.

$$\overrightarrow{v'_r}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=k-j=-k+k=(0,\ -1,\ 1) \Rightarrow \underline{\overrightarrow{v_r}=(0,\ 1,\ -1)}.$$

Un punto del plano $\pi_1 \equiv x+y+z=3$ es B'(1, 1, 1), (casualmente). La expresión de r dada por unas ecuaciones paramétricas es: $\underline{\underline{r \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=1+\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases}}}$.

**********

3º) Sea la función $f(x)=+2\sqrt{x}$.

a ) Hallar su dominio y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b ) Calcular el punto de la gráfica de $f(x)$ más cercano al punto P(4, 0).

----------

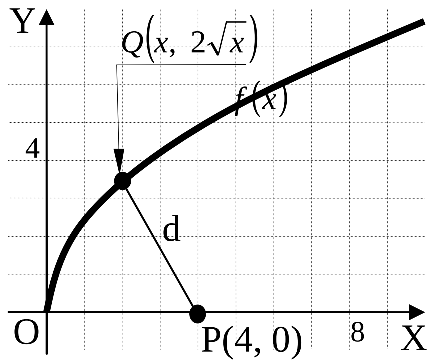
a )

El dominio de la función es $\underline{\underline{D(f)\Rightarrow[0,\ +\infty)}}$.

Una función es creciente o decreciente cuando su derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x)=+2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}\Rightarrow 0,\ \underline{\forall x\in D(f)}.$$ La función f(x) es monótona creciente.

b )




El punto Q por pertenecer a $f(x)=+2\sqrt{x}$ es de la forma $Q(x,\ 2\sqrt{x})$.

La distancia entre los puntos P y Q tiene que ser mínima, por lo tanto, su derivada tiene que anularse y la segunda derivada tiene que ser positiva para los valores que anulan la primera derivada.

$$d=\sqrt{(x-4)^2+(2\sqrt{x}-0)^2}=\sqrt{x^2-8x+16+4x}=\underline{\sqrt{x^2-4x+16}}.$$

$$d'(x)=\frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+16}}=\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+16}}=0\ \Rightarrow\ x-2=0\ ;;\ \underline{x=2}.$$

Vamos a justificar que se trata de un mínimo para el valor de x encontrado:

$$d''(x)=\frac{1\cdot\sqrt{x^2-4x+16}-(x-2)\cdot\frac{2x-4}{2\cdot\sqrt{x^2-4x+16}}}{\left(\sqrt{x^2-4x+16}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2-4x+16}-\frac{(x-2)^2}{\sqrt{x^2-4x+16}}}{\left(\sqrt{x^2-4x+16}\right)^2}=$$

$$=\frac{\frac{x^2-4x+16-(x^2-4x+4)}{\sqrt{x^2-4x+16}}}{x^2-4x+16}=\frac{12}{(x^2-4x+16)\sqrt{x^2-4x+16}}=\underline{\frac{12\sqrt{x^2-4x+16}}{(x^2-4x+16)^2}=d''(x)}.$$

$$d''(2)=\frac{12\sqrt{2^2-4\cdot2+16}}{(2^2-4\cdot2+16)^2}=\frac{12\sqrt{4-8+16}}{(4-8+16)^2}=\frac{12\sqrt{12}}{12^2}=\frac{2\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{6}>0\ \Rightarrow\ \underline{\textit{Mínimo, c.q.j.}}$$

El punto pedido es $\underline{\underline{Q(2,\ 2\sqrt{2})}}$.

**********

4º) Sea la función $f(x)=\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$.

a ) Calcular un punto de su gráfica tal que la recta tangente en dicho punto sea paralela al eje OX. Escribe la ecuación de la recta tangente.

b ) Calcular el área limitada por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas x = 0 y $x=L5$.

----------

a )

La pendiente de la tangente a una función en un punto es igual que el valor de su derivada en ese punto.

$$f'(x)=\frac{e^x\cdot(1+e^x)^2-e^x\cdot 2(1+e^x)\cdot e^x}{(1+e^x)^4}=\frac{e^x\cdot(1+e^x)-2e^{2x}}{(1+e^x)^3}=\frac{e^x\cdot(1+e^x-2e^x)}{(1+e^x)^3}=\underline{\frac{e^x\cdot(1-e^x)}{(1+e^x)^3}}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{e^x\cdot(1-e^x)}{(1+e^x)^4}=0 \;;\; e^x\cdot(1-e^x)=0 \;;\; 1-e^x=0 \;;\; e^x=1 \Rightarrow \underline{x=0}.$$

El punto de tangencia es: $f(0)=\frac{e^0}{(1+e^0)^2}=\frac{1}{(1+1)^2}=\frac{1}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P\left(0,\ \frac{1}{4}\right)}}$.

La tangente en la recta $\underline{\underline{y=\frac{1}{4}}}$ o también: $\underline{\underline{t\equiv 4y-1=0}}$.

b )

Teniendo en cuenta que el recorrido de $f(x)=\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ es $(0,\ +\infty)$, la superficie a calcular es la siguiente:

$$S=\int_0^{L5}\frac{e^x}{(1+e^x)^2}\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{array}{l|l} 1+e^x=t & x=L5\rightarrow t=6 \\ e^x\,dx=dt & x=0\rightarrow t=2 \end{array}\right\} \Rightarrow S=\int_2^6\frac{1}{t^2}\cdot dt=\left[\frac{t^{-1}}{-1}\right]_2^6=\left[\frac{-1}{t}\right]_2^6=\left[\frac{1}{t}\right]_6^2=$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{3-1}{6}=\frac{2}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{3}\,u^2=S}}.$$

**********