PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDADES DE CASTILLA Y LEÓN

JUNIO – 2019

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cinco ejercicios de la misma en el orden que desee. Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas). Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

1º) Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$.

a) Estudia la existencia y unicidad de soluciones según los valores del parámetro m.

b) Resuelva el sistema de ecuaciones anterior para el caso de $m = 2$.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro m es el siguiente:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 4m - 2m - 4 = 2m - 2 = 0 \Rightarrow m = 1.$$

$$\underline{Para\ m \neq 1 \Rightarrow Rang\ A = Rang\ A' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$Para\ m = 1 \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 6 + 16 + 6 - 8 - 6 - 12 = 2 \neq 0 \Rightarrow Rang\ A' = 3.$$

$$\underline{Para\ m = 1 \Rightarrow Rang\ A = 2;\ Rang\ A' = 3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.}$$

$b)$

Para $m = 2$ el sistema es $\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 4 \\ 2x + y = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \end{array}\right\}$, que es compatible determinado y equivalente al sistema $\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 4 \\ 2x + y = 3 \\ x + y + z = 3 \end{array}\right\}$.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{4+6-6-3}{1+4-2-2} = \frac{1}{1} = 1. \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{1} = 3 + 12 - 6 - 8 = 1.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{1} = 3 + 8 + 3 - 4 - 3 - 6 = 1.$$

$$\underline{Solución: x = y = z = 1.}$$

****

2º) $a)$ Calcular la ecuación del plano π que contiene a la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$ y pasa por el punto $A(1, 2, 1)$.

$b)$ Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto $B(2, 1, 2)$ y es perpendicular a las rectas $s_1 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$ y $s_2 \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$.

$a)$

Un punto y un vector director de r son $P(1, 1, 1)$ y $\overrightarrow{v_r} = (2, 3, 2)$.

Los puntos P y A determinan el vector $\overrightarrow{PA} = [A - P] = (0, 1, 0)$.

La expresión general del plano π es la siguiente:

$$\pi\left(A;\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{PA}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0;\ \ 2(z-1) - 2(x-1) = 0;$$

$$z - 1 - x + 1 = 0 \ \Rightarrow\ \underline{\pi \equiv x - z = 0}.$$

$b)$

Los vectores de las rectas $s_1\ y\ s_2$ son $\overrightarrow{v_1} = (1, 1, 1)\ y\ \overrightarrow{v_2} = (-1, 3, 2)$, respectivamente.

Un vector perpendicular común a las rectas $s_1\ y\ s_2$ es cualquiera que sea linealmente dependiente del producto vectorial de los vectores directores de las rectas y es vector de la recta r pedida.

$$\overrightarrow{v_1} \times \overrightarrow{v_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2i - j + 3k + k - 3i - 2j = -i - 3j + 4k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \overrightarrow{v_r} = (1, 3, -4).$$

La recta r pedida es, dada por ejemplo, por unas ecuaciones paramétricas:

$$\underline{r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 3\lambda. \\ z = 2 - 4\lambda \end{cases}}$$

****

3º) Dada la función $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$, para $x \in R$.

a) Calcule sus máximos y mínimos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcule el máximo y mínimo absolutos en el intervalo $[-2, 2]$.

----

a)

Una función tiene un extremo relativo, máximo o mínimo, cuando se anula su primera derivada.

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0;\ \ x^2 + x - 2 = 0;\ \ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} =$$

$$= \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 1.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es negativa para los valores que anulan la primera, se trata de un máximo y, si es positiva, de un mínimo.

$$f''(x) = 12x + 6.$$

$$f''(-2) = 12 \cdot (-2) + 6 = -24 + 6 = -18 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \ Máximo\ relativo\ para\ x = -2.$$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 12 \cdot (-2) = -16 + 12 + 24 = 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \ \underline{Máximo\ relativo: P(-2, 20)}.$$

$$f''(1) = 12 \cdot 1 + 6 = 12 + 6 = 18 > 0 \Rightarrow Mínimo\ relativo\ para\ x = 1.$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 = 2 + 3 - 12 = -7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \ \underline{Mínimo\ relativo: Q(1, -7)}.$$

Teniendo en cuenta que $f(x)$, por ser polinómica, es continua en su dominio, que es R, por lo cual, del máximo y del mínimo relativo se deducen sus periodos de crecimiento y decrecimiento, que son los siguientes:

$$\underline{Crecimiento: x \in (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)}.$$

$$\underline{Decrecimiento: x \in (-2, 1).}$$

$b)$

$$f(-2) = 20.$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 = 16 + 12 - 24 = 4.$$

Teniendo en cuanta que $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $Q(1, -7)$, el máximo y el mínimo absolutos de la función en el intervalo $[-2, 2]$ son, precisamente, los que hemos considerado como máximo y mínimo relativos.

$$\underline{Máximo\ absoluto\ en\ [-2, 2] \Rightarrow P(-2, 20).}$$

$$\underline{Mínimo\ absoluto\ en\ [-2, 2] \Rightarrow Q(1, -7).}$$

****

4º) a) Calcular $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x \cdot sen\, x}$.

b) Calcular el área encerrada por las gráficas de $f(x) = 4x$ y de $g(x) = x^3$ en el intervalo $[0, 2]$, probando anteriormente que en dicho intervalo $f \geq g$.

----

a)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x \cdot sen\, x} = \frac{\cos 0 - 1}{0 \cdot sen\, 0} = \frac{1-1}{0 \cdot 0} = \frac{0}{0} \Rightarrow Indet. \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{-\text{sen}\, x}{1 \cdot sen\, x + x \cdot \cos x} = \frac{-\text{sen}\, 0}{sen\, 0 + 0 \cdot \cos 0} = \frac{-0}{0 + 0 \cdot 1} = \frac{0}{0} \Rightarrow Indet. \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{-\cos x}{cos\, x + 1 \cdot \cos x - x \cdot sen\, x} = \lim_{x \to 0} \frac{-\cos x}{2 \cdot \cos x - x \cdot sen\, x} = \frac{-\cos 0}{2 \cdot \cos 0 - 0 \cdot sen\, 0} = \frac{-1}{2 \cdot 1 - 0 \cdot 0} = -\frac{1}{2}.$$

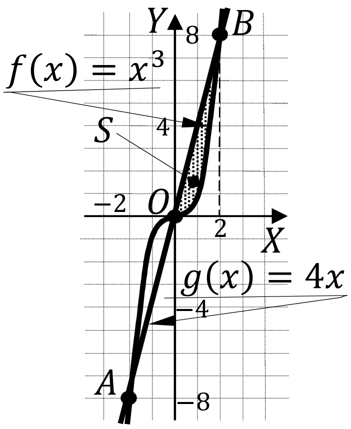
$$\underline{\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x \cdot sen\, x} = -\frac{1}{2}}.$$

b)

Las abscisas de los puntos de corte de la curva y la recta son las soluciones de la ecuación que resulta de la igualación de sus expresiones:

$$x^3 = 4x; \;\; x^3 - 4x = 0; \;\; x(x^2 - 4) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \rightarrow A(-2, -8) \\ x_2 = 0 \rightarrow O(0, 0) \\ x_3 = 2 \rightarrow B(2, 8) \end{cases}.$$

La representación gráfica de la situación se refleja, de forma aproximada, en la figura adjunta.



En el intervalo $[0, 2]$ los únicos puntos de corte de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ son $O(0, 0)$ y $B(2, 8)$.

En el intervalo $(0, 2)$ ambas funciones son crecientes por ser positivas sus correspondientes derivadas $f'(x) = 3x^2$ y $g'(x) = 4$. Considerando, por ejemplo, el valor $x = 1 \in (0,2)$ es $f(1) = 1$ y $g(1) = 4$, lo que prueba que en el intervalo considerado es $g > f$, como se puede apreciar en la figura. De lo anterior se deduce el área a calcular, que es la siguiente:

$$S = \int_0^2 [g(x) - f(x)] \cdot dx = \int_0^2 (4x - x^3) \cdot dx = \left[\frac{4x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^2 = \left[2x^2 - \frac{x^4}{4}\right]_0^2 =$$

$$= \left(2 \cdot 2^2 - \frac{2^4}{4}\right) - 0 = 8 - \frac{16}{4} = 8 - 4 = \underline{4\; u^2}.$$

****

5º) Las notas de Matemáticas II de 500 alumnos presentados al examen de EBAU tienen una distribución normal con media 6,5 y desviación típica 2.

a) Calcule la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de 8 puntos.

b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron notas menores de 5 puntos?

$Datos: \ \mu = 6{,}5; \ \ \sigma = 2; \ \ n = 500.$

a)

$X \to N(\mu; \ \sigma) = N(6{,}5; \ 2).$ Tipificando la variable: $Z = \frac{X-6{,}5}{2}$.

$$P = P(X > 8) = P\left(Z > \frac{8-6{,}5}{2}\right) = P\left(Z > \frac{1{,}5}{2}\right) = P(Z > 0{,}75) =$$

$$= 1 - P(Z < 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = \underline{0{,}2266}.$$

b)

$$P = P(X < 5) = P\left(Z < \frac{5-6{,}5}{2}\right) = P\left(Z < \frac{-1{,}5}{2}\right) = P(Z < -0{,}75) =$$

$$= 1 - P(Z < 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266.$$

$$500 \cdot 0{,}2266 = 113{,}3.$$

$$\underline{Obtuvieron\ nota\ menor\ que\ cinco\ 113\ alumnos.}$$

****

OPCIÓN B

1º) $a)$ Encontrar los valores de k para que la matriz $A=\begin{pmatrix} k-1 & 2 & -2 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sea invertible.

$b)$ Encontrar la inversa de A para $k=2$.

$a)$

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A|=\begin{vmatrix} k-1 & 2 & -2 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=(k-1)(k-2)+2+2(k-2)=0;$$

$$k^2-2k-k+2+2+2k-4=k^2-k=k(k-1)=0 \Rightarrow k_1=0, k_2=1.$$

$$\underline{La\ matriz\ A\ en\ invertible\ \forall k \in R-\{0,-1\}}.$$

$b)$

Para $k=2$ es $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se obtiene la inversa de A por el método de Gauss-Jordan.

$$(A|I)=\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_3 \to F_3-F_1\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \leftrightarrow F_3\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{F_2 \to -\tfrac{1}{2}F_2\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \to F_1-2F_2\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_1 \to F_1-F_3 \\ F_2 \to F_2+\frac{3}{2}F_3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\underline{\Rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.}$$

****

2º) Sean la recta $r \equiv \frac{x-1}{m} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{4}$ y el plano $\pi \equiv x + y + kz = 0$. Encontrar los valores de $m\ y\ k$ para que:

$a)$ La recta r sea perpendicular al plano π.

$b)$ La recta r esté contenida en el plano π.

$a)$

La recta r será perpendicular al plano π cuando el vector director de la recta y el vector normal del plano sean linealmente dependientes.

El vector director de r es $\overrightarrow{v_r} = (m, 2, 4)$ y el vector normal de π es $\vec{n} = (1, 1, k)$.

Dos vectores son linealmente dependientes cuando sus componentes son proporcionales:

$$\frac{m}{1} = \frac{2}{1} = \frac{4}{k} \Rightarrow m = 2; k = 2.$$

$$\underline{La\ recta\ r\ y\ el\ plano\ \pi\ son\ perpendiculares\ para\ m = k = 2}.$$

$b)$

La recta r estará contenida en el plano π cuando el vector director de la recta y el vector normal del plano sean perpendiculares y que, cualquier punto de la recta pertenezca al plano.

Dos vectores son perpendiculares cuando su producto escalar es cero:

$$\overrightarrow{v_r} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (m, 2, 4) \cdot (1, 1, k) = 0;\ \ m + 2 + 4k = 0;\ \ m + 4k = -2. \quad (1)$$

Un punto de la recta r es $P(1, 1, 1)$.

El punto P pertenece al plano π cuando satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} \pi \equiv x + y + kz = 0 \\ P(1, 1, 1) \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + 1 + k = 0 \Rightarrow k = -2.$$

Sustituyendo el valor obtenido de k en la expresión (1):

$$m + 4 \cdot (-2) = -2;\ \ m - 8 = -2 \Rightarrow m = 6.$$

$$\underline{La\ recta\ r\ y\ el\ plano\ \pi\ son\ paralelos\ para\ m = 6\ y\ k = -2}.$$

****

3º) Sea el polinomio $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ del cual sabemos que $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ y que tiene extremos relativos en $x = 0\ y\ x = 1$. Calcular $a, b, c\ y\ d$.

Por ser $f(0) = 1 \Rightarrow \underline{d = 1}$.

Por ser $f(1) = 0 \Rightarrow a + b + c + 1 = 0 \Rightarrow a + b + c = -1$. (1)

Por tener $f(x)$ extremos relativos para $x = 0\ y\ x = 1\ es\ f'(0) = f'(1) = 0$.

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$f'(0) = 0 \Rightarrow \underline{c = 0}$. La expresión (1) resulta $a + b = -1$. (2)

$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0$. (3)

Resolviendo el sistema formado por las expresiones (2) y (3):

$$\left.\begin{array}{r} a + b = -1 \\ 3a + 2b = 0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} -2a - 2b = 2 \\ 3a + 2b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{a = 2}. \quad 2 + b = -1 \Rightarrow \underline{b = -3}.$$

El polinomio resulta:

$$\underline{f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1}.$$

****

4º) $a)$ Sea $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+3x+1}$. Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas $x=0\ y\ x=2$.

$b)$ Calcular $\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot sen\,x}{3\cdot\cos x-3}$.

$a)$

$$x^2+3x+1=0;\ \ x=\frac{-3\pm\sqrt{9-4}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}\Rightarrow x_1=\frac{-3-\sqrt{5}}{2};\ \ x_2=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}.$$

Por ser $x_1=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}<0\ y\ x_2=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}<0$, la función es continua en el intervalo de la superficie a calcular, que es $(0,2)$.

El punto de corte de la función con el eje X es el que tiene como abscisa la raíz del numerador:

$$2x+3=0;\ \ x=-\frac{3}{2}\notin(0,2).$$

De todo lo anterior se deduce que en el intervalo de la superficie a calcular todas las ordenadas de la función son positivas, por ser, por ejemplo, $f(0)=3$.

La superficie a calcular es $S=\int_0^2 f(x)\cdot dx=\int_0^2\frac{2x+3}{x^2+3x+1}\cdot dx$. Nótese que la derivada del denominador es, precisamente, el numerador, por lo cual:

$$S=\int_0^2\frac{2x+3}{x^2+3x+1}\cdot dx\Rightarrow\left\{\begin{array}{c|c} x^2+3x+1=t & x=2\to t=11 \\ (2x+3)\cdot dx=dt & x=0\to t=1\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow S=\int_1^{11}\frac{1}{t}\cdot dt=[Lt]_1^{11}=L11-L1=L11-0=L11.$$

$$\underline{S=L11\ u^2\cong 2{,}40\ u^2}.$$

$b)$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot sen\,x}{3\cdot\cos x-3}=\frac{0\cdot sen\,0}{3\cdot\cos 0-1}=\frac{0\cdot 0}{3-3}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indet.\Rightarrow\{L'Hotipal\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot sen\,x+x\cdot\cos x}{-3\cdot sen\,x}=\frac{0+0\cdot 1}{-3\cdot 0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indet.\Rightarrow\{L'Hotipal\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{cos\,x+1\cdot\cos x-x\cdot sen\,x}{-3\cdot cos\,x}=\frac{1+1-0\cdot 0}{-3\cdot 1}=-\frac{2}{3}.$$

$$\underline{\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot sen\,x}{3\cdot\cos x-3}=-\frac{2}{3}}.$$

****

5º) En una competición de tiro olímpico hay 10 rifles, 4 con visor telescópico y 6 sin él. La probabilidad de que un tirador haga blanco con un rifle con visor telescópico es 0,95 y sin él es de 0,65.

a) Hallar la probabilidad de hacer blanco escogiendo un rifle al azar.

b) Si el tirador hace blanco: ¿Es más probable que haya disparado con un rifle con visor telescópico o sin él?

----

a)

Probabilidad de elegir rifle con visor telescópico: $P(RV) = 0{,}4$.

Probabilidad de elegir rifle sin visor telescópico: $P\left(R\overline{V}\right) = 0{,}6$.

$$P = P(RV \cap A) + P\left(R\overline{V} \cap A\right) = 0{,}4 \cdot 0{,}95 + 0{,}6 \cdot 0{,}65 = 0{,}38 + 0{,}39 = \underline{0{,}77}.$$

b)

$$P = P(RV \cap A) = 0{,}4 \cdot 0{,}95 = 0{,}38.$$

$$P = P\left(R\overline{V} \cap A\right) = 0{,}6 \cdot 0{,}65 = 0{,}39.$$

$$\underline{Es\ más\ probable\ que\ haya\ utilizado\ rifle\ sin\ visor\ telescópico}.$$

****