Propuesta A

1A. a) Enuncia el Teorema de Bolzano. **(0,5 puntos)**

b) Razona que las gráficas de las funciones **f(x) = $3x^5$ – 10 x^4 + $10x^3$ + 3 y g(x) =** e^x se cortan en algún punto con coordenada de abscisa entre **-1** y **0. (1 punto)**

c) Calcula los puntos de inflexión de f(x) **(1 punto)**

a)
Teorema de Bolzano
Si **f(x)** es continua en el intervalo **[a , b],** y toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo **[sign f(a) $\neq$ sign f(b)]**, entonces existe, al menos, un punto $c \in (a\ , b)$ tal que **f(c) = 0**

$b)$

$$Sea\ la\ función\ h(x) = f(x) - g(x) = 3x^5 - 10x^4 + 10x^3 + 3 - e^x$$

La función **h(x)** es continua en el intervalo **[-1 , 0],** y toma valores en los extremos del intervalo

$$\begin{cases} h(-1) = 3\cdot(-1)^5 - 10\cdot(-1)^4 + 10\cdot(-1)^3 + 3 - e^{-1} = -3 - 10 - 10 + 3 - \dfrac{1}{e} = -20 - \dfrac{1}{e} < 0 \\ h(0) = 3\cdot 0^5 - 10\cdot 0^4 + 10\cdot 0^3 + 3 - e^0 = 0 - 0 + 0 + 3 - 1 = 2 > 0 \end{cases} \text{siendo}$$

[sign h(-1) $\neq$ sign h(0)], entonces existe, al menos, un punto $c \in (-1\ , 0)$ tal que **h(c) = 0**
Al cumplirse lo anterior tenemos que **f(c) – g(c) = 0** y por ello **f(c) = g(c),** siendo **c** el punto de corte de las dos funciones

$c)$

$$f'(x) = 15x^4 - 40x^3 + 30x^2 \Rightarrow f''(x) = 60x^3 - 120x^2 + 60x = 60x\left(x^2 - 2x + 1\right) \Rightarrow$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 60x\left(x^2 - 2x + 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow Posible\ punto\ de\ \inf lexión \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4\cdot 1\cdot 1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2}{2} = 1 \Rightarrow punto\ de\ \inf \end{cases}$$

$$f'''(x) = 180x^2 - 240x + 60 = 60\left(3x^2 - 4x + 1\right) \Rightarrow \begin{cases} f'''(0) = 60\left(0^2 - 40\cdot 0 + 1\right) = 60 \neq 0 \Rightarrow Punto\ \inf lexión \\ f'''(1) = 60\left(3\cdot 1^2 - 4\cdot 1 + 1\right) = 0 \Rightarrow Pos.Punto\ \ \inf lex. \end{cases}$$

$$f^{IV}(x) = 360x - 240 = 60\cdot(3x - 4) \Rightarrow f^{IV}(1) = 60\cdot(3\cdot 1 - 4) = -60 < 0 \Rightarrow No\ hay\ punto\ de\ \inf lexión$$

$$Punto\ de\ \inf lexión \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(0) = 3\cdot 1^5 - 10\cdot 1^4 + 10\cdot 1^3 + 3 = 6$$

2A.- Calcula el valor del parámetro $a \in \Re$ **, a > 0,** para que el valor (en unidades de superficie) del área de la región determinada por la parábola **f(x) = - x^2 + a^2** y el eje de abscisas, coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de **f(x)** en el punto de abscisa **x = - a. (2,5 puntos)**

$$f(-x) = -(-x)^2 + a^2 = -x^2 + a^2 = f(x) \Rightarrow \textit{Simétrica respecto a OY}$$

$$\textit{Puntos de corte con OX} \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + a^2 = 0 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{a^2} \Rightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$$

$$f(0) = -0^2 + a^2 = a^2 > 0 \Rightarrow \textit{Imagen positiva}$$

$$\begin{cases} f'(x) = -2x \Rightarrow f'(-a) = -2(-a) = 2a \\ A = 2\int_0^a \left(-x^2 + a^2\right) dx = 2\left\{-\frac{1}{3}\left[x^3\right]_0^a + a^2\left[x\right]_0^a\right\} = -\frac{2}{3}\left(a^3 - 0^3\right) + 2a^2(a-0) = -\frac{2}{3}a^3 + 2a^3 = \frac{4a^3}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{4a^3}{3} = 2a \Rightarrow 4a^2 = 6 \Rightarrow a^2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \textit{No es solución} \end{cases}$$

3A.- a) Encuentra dos matrices **A, B** cuadradas de orden **2** que cumplan:

. Su suma es la matriz identidad de orden 2.

. Al restar a la matriz A la matriz B se obtiene la traspuesta de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ **(1,5 puntos)**

b) Si **M** es una matriz cuadrada de orden **2** tal que $|M| = 7$ **,** razona cuál es el valor de los determinantes $|M^2|$ y $|2M|$ **(1 punto)**

$a)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\textit{Sean las matrices} \begin{cases} A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \\ B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A - B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} a + e = 1 \\ a - e = 1 \end{cases} \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 1 + e = 1 \Rightarrow e = 0 \\ \begin{cases} b + f = 0 \\ b - f = 3 \end{cases} \Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow b + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow f = -\frac{3}{2} \\ \begin{cases} c + g = 0 \\ c - g = 2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow 1 + g = 0 \Rightarrow g = -1 \\ \begin{cases} d + h = 1 \\ d - h = 4 \end{cases} \Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = \frac{5}{2} \Rightarrow h = 1 - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} \\ B = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \end{cases}$$

Continuación del Problema 3A de la Propuesta A

$b)$

$$\left|M^2\right| = \left|M\right|^2 = 7^2 = 49$$

$$\left|2M\right| = 2^2\left|M\right| = 4\cdot 7 = 28$$

4A.- a) Estudia la posición relativa del plano **x - y - z = a** y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + y + az = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ en función del parámetro $a \in \Re$. **(1,25 puntos)**

b) Calcula la distancia entre π y **r** para cada valor de $a \in \Re$. **(1,25 puntos)**

a) Un plano y una recta pueden ser paralelas, cortarse en un punto **o** que la recta está contenida en el plano**.**
Si el producto escalar de sus vectores directores es nulo la recta y el plano son paralelos o la recta está contenida en el plano. En este último caso tendrán algún punto común.
De no ser nulo el producto escalar la recta y el plano se cortan en un punto.

$$x = 2y \Rightarrow 2\cdot 2y + y + az = 0 \Rightarrow 5y + az = 0 \Rightarrow z = -\frac{5}{a}y \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = \left(2\,,1\,,-\frac{5}{a}\right) \equiv (2a\,,\,a\,,-5)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} \equiv (2a\,,\,a\,,-5) \\ \overrightarrow{v_\pi} \equiv (1\,,-1\,,-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{v_\pi} = (2a\,,\,a\,,-5)\cdot(1\,,-1\,,-1) = 2a - a + 5 = a + 5 \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{v_\pi} = 0 \Rightarrow a + 5 = 0 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow$$

$$\forall a \in \Re - \{-5\} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{v_\pi} \neq 0 \Rightarrow La\ recta\ r\ y\ el\ plano\ \pi\ se\ cortan\ en\ un\ punto$$

Para **a = -5** veamos si algún punto de la recta es común al plano, tomaremos el punto **R** de la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = 2a\lambda = -10\lambda \\ y = a\lambda = -5\lambda \\ z = -5\lambda \end{cases} \Rightarrow R(0\,,0\,,0) \Rightarrow 0 - 0 - 0 \neq -5 \Rightarrow No\ pertenece\ al\ plano \Rightarrow$$

$$La\ recta\ r\ y\ el\ plano\ \pi\ son\ paralelos$$

$b)$

$$\forall a \in \Re - \{-5\} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{v_\pi} \neq 0 \Rightarrow La\ recta\ r\ y\ el\ plano\ \pi\ se\ cortan\ en\ un\ punto \Rightarrow La\ distancia\ es\ nula$$

Para hallar la distancia de la recta **r** al plano, cuando son paralelos, se calcula la distancia de uno cualquiera de sus puntos (tomaremos **R**) al plano.

$$Con\ a = -5 \Rightarrow x - y - z = -5 \Rightarrow \pi \equiv x - y - z + 5 = 0$$

$$d(r\,,\pi) = d(R\,,\pi) = \frac{|0 - 0 - 0 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\ u$$

Propuesta B

1B.- a) Calcula los valores de los parámetros $a, b \in \Re$ para que la función $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx}{x+1}$ tenga como asíntota oblicua la recta **y = 2x + 3. (1,5 puntos)**

b) Para los valores encontrados, escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de **f(x)** en el punto de abscisa **x = 0 (1 punto)**

$a)$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{ax^2 + bx}{(x+1)\,x} = \lim_{x\to\infty} \frac{ax^2 + bx}{x^2 + x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty} \frac{a\frac{x^2}{x^2} + b\frac{x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{a + \frac{b}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{a + \frac{b}{\infty}}{1 + \frac{1}{\infty}} = \frac{a+0}{1+0} = a \Rightarrow$$

$$Como\ m = 2 \Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 = a \Rightarrow a = 2$$

$$n = \lim_{x\to\infty}\left[f(x) - mx\right] = \lim_{x\to\infty}\left[\frac{2x^2 + bx}{x+1} - 2x\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2 + bx - 2x^2 - 2x}{x+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{bx - 2x}{x+1} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{bx}{x} - \frac{2x}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} =$$

$$n = \lim_{x\to\infty} \frac{b-2}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{b-2}{1 + \frac{1}{\infty}} = \frac{b-2}{1+0} = b - 2$$

$$Como\ n = 3 \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\left[f(x) - mx\right] = 3 = b - 2 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 5x}{x+1}$$

$b)$

$$f'(x) = \frac{(4x+5)(x+1) - (2x^2 + 5x)}{(x+1)^2} = \frac{4x^2 + 4x + 5x + 5 - 2x^2 - 5x}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 4x + 5}{(x+1)^2} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} f(0) = \dfrac{2\cdot 0^2 + 5\cdot 0}{0+1} = \dfrac{0}{1} = 0 \\ m = f'(0) = \dfrac{2\cdot 0^2 + 4\cdot 0 + 5}{(0+1)^2} = \dfrac{0+0+5}{1^2} = 5 \end{array}\right. \Rightarrow y - 0 = 5(x - 0) \Rightarrow y = 5x \Rightarrow 5x - y = 0$$

2B.- Calcula las siguientes integrales

$\int \frac{2\, sen\, x \cos x}{1+sen^2 x}\, dx$ $\int \frac{x^2+x-4}{x^3-4x}\, dx$ **(1'25 puntos cada integral)**

$$\int \frac{2\, sen\, x \cos x}{1+sen^2 x}\, dx = \int \frac{dt}{t} = \ln t = \ln\left(1+sen^2 x\right)+K$$

$$1+sen^2 x = t \Rightarrow 2\, sen\, x \cos x\, dx = dt$$

$$x^3-4x=0 \Rightarrow \left(x^2-4\right)x=0 \Rightarrow x\,(x-2)\,(x+2)=0$$

$$\frac{x^2+x-4}{x^3-4x} = \frac{x^2+x-4}{x\,(x-2)\,(x+2)} = \frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}+\frac{C}{x+2} = \frac{A\,(x-2)\,(x+2)+Bx\,(x+2)+Cx\,(x-2)}{x\,(x-2)\,(x+2)} \Rightarrow$$

$$A\,(x-2)\,(x+2)+Bx\,(x+2)+Cx\,(x-2)=x^2+x-4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=2 \Rightarrow A\,(2-2)\,(2+2)+B\cdot 2\cdot(2+2)+C\cdot 2\,(2-2)=2^2+2-4 \Rightarrow 8B=2 \Rightarrow B=\frac{2}{8}=\frac{1}{4} \\ x=0 \Rightarrow A\,(0-2)\,(0+2)+B\cdot 0\cdot(0+2)+C\cdot 0\,(0-2)=0^2+0-4 \Rightarrow -4A=-4 \Rightarrow A=1 \\ x=-2 \Rightarrow A\,(-2-2)\,(-2+2)+B\cdot(-2)\cdot(-2+2)+C\cdot(-2)\,(-2-2)=(-2)^2+(-2)-4 \Rightarrow 8C=-2 \Rightarrow C=-\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\frac{x^2+x-4}{x^3-4x} = \frac{x^2+x-4}{x\,(x-2)\,(x+2)} = \frac{1}{x}+\frac{\frac{1}{4}}{x-2}+\frac{-\frac{1}{4}}{x+2} \Rightarrow$$

$$I=\int \frac{x^2+x-4}{x^3-4x}\, dx = \int \frac{1}{x}\, dx+\frac{1}{4}\int \frac{1}{x-2}\, dx-\frac{1}{4}\int \frac{1}{x+2}\, dx = \ln x+\frac{1}{4}\int \frac{dt}{t}-\frac{1}{4}\int \frac{du}{u} = \ln x+\frac{1}{4}\ln t-\frac{1}{4}\ln u$$

$$\begin{cases} x-2=t \Rightarrow dx=dt \\ x+2=u \Rightarrow dx=du \end{cases}$$

$$I=\int \frac{x^2+x-4}{x^3-4x}\, dx = \ln x+\frac{1}{4}\ln\frac{t}{u} = \ln x+\ln\sqrt[4]{\frac{x-2}{x+2}} = \ln\left(x\sqrt[4]{\frac{x-2}{x+2}}\right)+Q$$

3B. a) Sabiendo que $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = 2$ donde $a,b,c \in \Re$ calcula los determinantes

$\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ indicando las propiedades que usas en cada caso para justificar tu respuesta. **(2 puntos)**

b) Razona que, puesto que $|A|=2$, los parámetros **a**, **b** y **c** deben ser distintos entre sí (no puede haber dos iguales). **(0,5 puntos)**

Continua el Problema 3B de la Propuesta B

$a)$

$$\begin{vmatrix} a-1 & b-1 & c-1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} (4) =$$

$$= \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} - 5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} (1) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2-1 & b^2-1 & c^2-1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} - 5 \cdot 0 \; (2) =$$

$$= \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} - 0 \; (4) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} - 5 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} (1) = 5 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 5 \cdot 0 \; (2) =$$

$$= 5 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} - 0 \; (3) = (-5) \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} (3) = 5 \cdot 2 = 10$$

$$\begin{vmatrix} (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2+2a+1 & b^2+2b+1 & c^2+2c+1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = 0 + 2 \cdot \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} + 2 \Rightarrow (2) \; y \; (4) = 2 \cdot 0 + 2 \Rightarrow (2) = 2$$

(1).-Si en un determinante todos los elementos de una fila están multiplicados por el mismo número real, este se podrá sacar como factor común del determinante
(2).- Si en un determinante hay dos filas iguales el determinante es nulo
(3).- Si en un determinante se cambian entre si dos líneas paralelas su determinante cambia de signo
(4).- Si todos los elementos de una fila están formados por dos sumandos, dicho determinante se descompone en la suma de dos determinantes.

$b)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b-a & c-a \\ 0 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} b-a & c-a \\ (b-a)\cdot(b+a) & (c-a)\cdot(c+a) \end{vmatrix} == (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b+a & c+a \end{vmatrix} =$$

$$|A| = (b-a)(c-a)(c+a-b-a) = (b-a)(c-a)(c-b) = 2 \Rightarrow \begin{cases} b-a \neq 0 \Rightarrow b \neq a \\ c-a \neq 0 \Rightarrow c \neq a \\ c-b \neq 0 \Rightarrow c \neq b \end{cases}$$

Para que exista determinante distinto de cero (en nuestro caso es **2**), **a**, **b** y **c** tienen que ser diferentes entre si, en el momento que sea igual una de las parejas el determinante es nulo.

4B.- a) Estudia la posición relativa de las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y-2z=1 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-z=0 \\ x+2y-z=12 \end{cases}$

(1,25 puntos)

b) Calcula la distancia entre las rectas **r** y **s. (1,25 puntos)**

a) Para ello analizaremos si las rectas, de las que calcularemos sus ecuaciones paramétricas, tienen un punto común, si el sistema que resulta de igualar sus coordenadas es compatible determinado son secantes y se cortan en un punto, si es compatible indeterminado las rectas coinciden. Para hallar la compatibilidad es condición necesaria que el determinante de la matriz de los coeficientes ampliada sea nula.
Si el sistema es incompatible y hay igualdad o proporcionalidad entre los vectores directores las rectas son paralelas, de no serlo las rectas se cruzan en el espacio.

$$\begin{cases} \begin{cases} 2x+2y-2z=2 \\ -2x-y+2z=-1 \end{cases} \Rightarrow y=1 \Rightarrow x+1-z=1 \Rightarrow x=z \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=1 \\ z=\lambda \end{cases} \\ x=z \Rightarrow z+2y-z=12 \Rightarrow 2y=12 \Rightarrow y=6 \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x=\mu \\ y=6 \\ z=\mu \end{cases} \end{cases} \Rightarrow Como\ 1 \neq 6 \Rightarrow Sist.\ Incompatible$$

$$No\ son\ ni\ coincidentes\ ni\ secantes\ (se\ cortan\ en\ un\ punto)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r}=(1,0,1) \\ \overrightarrow{v_s}=(1,0,1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{v_s} \Rightarrow Las\ rectas\ son\ paralelas$$

b) Hallaremos un plano π perpendicular a las dos rectas cuyo vector director es el de las rectas, que es perpendicular al vector **RG,** siendo **R** un punto cualquiera de la recta **r** (tomaremos el indicado en su ecuación)**,** siendo su producto escalar nulo y la ecuación buscada del plano que cortara a la recta **s** en un punto **S**. La distancia **RS** es la distancia pedida.

$$Siendo\ R(0,1,0)$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi}=\overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{v_s}=(1,0,1) \\ \overrightarrow{RG}=(x,y,z)-(0,1,0)=(x,y-1,z) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \perp \overrightarrow{RG} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \cdot \overrightarrow{RG}=0 \Rightarrow (1,0,1)\cdot(x,y-1,z)=0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv x+z=0 \Rightarrow \mu+\mu=0 \Rightarrow 2\mu=0 \Rightarrow \mu=0 \Rightarrow S \begin{cases} x=0 \\ y=6 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow S(0,6,0)$$

$$d(r,s)=d(R,S)=\sqrt{(0-0)^2+(6-1)^2+(0-0)^2}=5\,u$$