

1.- (a) [1'5 puntos] Encuentra todas las matrices X que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, es decir, que verifican que $AX = XA$.

b) [1 punto] ¿Existe alguna matriz simétrica que conmute con A y cuyo determinante valga 4?

Solución

(a)

Encuentra todas las matrices X que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, es decir, que verifican que $AX = XA$.

$$\text{Supongamos } X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}; A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 2y \\ x-z & y-t \end{pmatrix}, X \cdot A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+y & -y \\ 2z+t & -t \end{pmatrix}$$

Igualando miembro a miembro: $\begin{cases} 2x = 2x+y; 2y = -y \\ x-z = 2z+t; y-t = -t \end{cases}$, de donde $2x = 2x+y$ luego $y = 0$, $x - z = 2z + t$, de donde $x - 3z - t = 0$, $y - t = -t$ de donde $t = t$. Tenemos una ecuación con tres incógnitas, luego hay infinitas soluciones, tomado $z = m \in \mathbb{R}$ y $t = n \in \mathbb{R}$, resulta $x = 3m + n$ con lo cual la matriz es $X = \begin{pmatrix} 3m+n & 0 \\ m & n \end{pmatrix}$.

(b)

¿Existe alguna matriz simétrica que conmute con A y cuyo determinante valga 4?

Por el apartado (a) tenemos $X = \begin{pmatrix} 3m+n & 0 \\ m & n \end{pmatrix} = X^t = \begin{pmatrix} 3m+n & m \\ 0 & n \end{pmatrix}$ por tanto $m = 0$ y $X = \begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix}$.

Como $|X| = 4 = n^2$ resulta $n = \pm 2$ y **hay dos matrices:** $X_1 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $X_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

2.- a) [1'5 puntos] Tres tapices, un cuaderno y una agenda han costado 5 euros, lo mismo que dos cuadernos y una agenda. ¿Podemos saber el precio de cada artículo si ninguno es gratis y en céntimos todos son múltiplos de 50?

b) [1 punto] Calcula razonadamente el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$.

Solución

(a)

Tres tapices, un cuaderno y una agenda han costado 5 euros, lo mismo que dos cuadernos y una agenda. ¿Podemos saber el precio de cada artículo si ninguno es gratis y en céntimos todos son múltiplos de 50?

x = número de lápices.

y = número de cuadernos.

z = número de agendas.

De "Tres tapices, un cuaderno y una agenda han costado 5 euros" $\rightarrow 3x + y + z = 5$.

De "lo mismo que dos cuadernos y una agenda" $\rightarrow 2y + z = 5$.

De la 2ª, $z = 5 - 2y$; sustituyendo en la primera $3x + y + 5 - 2y = 5$, de donde $y = 3x$.

Como x, y y z han de ser positivos y múltiplos de 0'5, de $3x + 3x + z = 5$ tenemos $x < 1$ por tanto $x = 0'5$, $y = 3 \cdot 0'5 = 1'5$ y $z = 5 - 2 \cdot 1'5 = 2$.

La solución es $(x, y, z) = (0'5, 1'5, 2)$ es decir los lápices valen 0'5 €, los cuadernos 1'5€ y las agendas 2 €

(b)

Calcule el límite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

Base: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} (1) = 1$. Exponente: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x) = \infty$, que es una indeterminación del número "e".

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{\frac{x^2+1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x} \right) \left(\frac{x+1}{x} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x} \right) \left(\frac{x+1-x}{x} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = e^1 = e.$$

3.- a) Sea la curva $f(x) = a - x^2$.

a.1) [0'5 puntos] ¿Qué valores puede tomar $a \in \mathbb{R}$ para que la curva $f(x) = a - x^2$ corte al eje de abscisas (eje OX) en dos puntos y, por tanto, delimite con dicho eje un recinto cerrado?

a.2) [1 punto] Encuentre razonadamente $a \in \mathbb{R}$ para que el área de dicho recinto valga 36.

b) [1 punto] Resuelve la integral: $\int \frac{2x}{\sqrt{1+3x^2}} dx$. (El cambio de variable $t = 1 + 3x^2$ te puede ayudar)

Solución

a) Sea la curva $f(x) = a - x^2$.

(a.1) ¿Qué valores puede tomar $a \in \mathbb{R}$ para que la curva $f(x) = a - x^2$ corte al eje de abscisas (eje OX) en dos puntos y, por tanto, delimite con dicho eje un recinto cerrado?

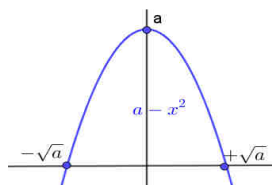
La gráfica de $f(x) = a - x^2$ es la de una parábola con las ramas hacia abajo ($\cap$) porque el número que multiplica a x^2 es negativo, y abscisa del vértice en $f'(x) = 0 = -2x$, de donde $x = 0$ y $V(0, f(0)) = V(0, a)$.

Cortes con los ejes: Ya tenemos $(0, a)$.

De $f(x) = 0$, tenemos $0 = a - x^2$, de donde $x = \pm \sqrt{a}$, lo cual sólo tiene sentido si $a > 0$ (ssi $a = 0$ cortaría solo en un punto).

Puntos $(-\sqrt{a}, 0)$ y $(\sqrt{a}, 0)$.

Un esbozo de su gráfica es:



(a.2) Encuentre razonadamente $a \in \mathbb{R}$ para que el área de dicho recinto valga 36.

Nos dicen que: Área = 36 = {Por simetría} = $2 \cdot \int_0^{\sqrt{a}} (a - x^2) dx = 2 \cdot \left[ax - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\sqrt{a}} = 2 \cdot \left[(a \cdot \sqrt{a}) - \frac{(\sqrt{a})^3}{3} - (0) \right] =$

$= (4a \cdot \sqrt{a})/3$, luego $36 = (4a \cdot \sqrt{a})/3 \rightarrow 27 = a \cdot \sqrt{a}$. Elevando al cuadrado $\rightarrow 729 = a^3$, de donde resulta que $a = \sqrt[3]{729} = 9$.

(b)

Resuelve la integral: $\int \frac{2x}{\sqrt{1+3x^2}} dx$. (El cambio de variable $t = 1 + 3x^2$ te puede ayudar)

$$\int \frac{2x}{\sqrt{1+3x^2}} dx = \left\{ \begin{array}{l} 1+3x^2 = t^2; \quad 6x dx = 2t dt \\ \text{luego } 2x dx = dt/3 \end{array} \right\} = \int \frac{2t dt/3}{t} = \frac{2}{3} \int dt = \frac{2}{3} \cdot t + K = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{1+3x^2} + K.$$

4.- Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = a \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = -1 \\ y = \mu \\ z = -5\mu \end{cases}$, donde λ, μ son los parámetros y $a \in \mathbb{R}$

a) [1'5 puntos] Estudia la posición relativa en función de los valores que toma a .

b) [1 punto] Encuentra razonadamente un plano que contenga a s y que sea paralelo a r .

Solución

(a)

Estudia la posición relativa en función de los valores que toma a .

Un punto de r es $A(0, 0, a)$ y un vector director $\mathbf{u} = (2, -1, 0)$.

Un punto de s es $B(-1, 0, 0)$ y un vector director $\mathbf{v} = (0, 1, -5)$.

Como los vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ no son proporcionales las rectas r y s se cortan o se cruzan.

Si $\det(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{AB}) \neq 0$, las rectas se cruzan con $\mathbf{AB} = (-1, 0, -a)$.

Si $\det(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{AB}) = 0$, las rectas r y s se cortan en un punto.

$$\text{Como } \det(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{AB}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & -a \end{vmatrix} \begin{array}{l} F_1+F_2 \\ \\ \text{columna} \end{array} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & -a \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{columna} \end{array} = 1(-2a - 5).$$

De $-2a - 5 = 0$ resulta $a = -5/2$.

Si $a = -5/2$, las rectas r y s se cortan; y si $a \neq -5/2$, las rectas se cruzan.

(b)

Encuentra razonadamente un plano que contenga a s y que sea paralelo a r

Para un plano π necesitamos un punto, el $B = (-1, 0, 0)$ (contiene a s) y dos vectores independientes uno es el $\mathbf{v} = (0, 1, -5)$ (contiene a la recta s), y el otro el $\mathbf{u} = (2, -1, 0)$ (el plano es paralelo a r).

$$\text{El plano pedido es } \pi \equiv \det(\mathbf{BX}, \mathbf{v}, \mathbf{u}) = 0 = \begin{vmatrix} x+1 & y & z \\ 0 & 1 & -5 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{fila} \end{array} = (x+1)(0-5) - (y)(0+10) + (z)(0-2) =$$

$$= -5x - 10y - 2z - 5 = 0 = 5x + 10y + 2z + 5 = 0.$$

5.- a) [1 punto] Expresa razonadamente en forma de ecuaciones paramétricas la recta intersección de los planos $\pi_1 \equiv x = y + 1$ y $\pi_2 \equiv y + 2z = 5$.

b) [1'5 puntos] enuncia el Teorema del valor medio del cálculo integral. Encuentra razonadamente el punto al que hace alusión dicho teorema para la función $f(x) = 3/x^2$ en el intervalo $[1, 3]$. Interpreta geoméricamente lo hallado.

Solución

(a)

Expresa razonadamente en forma de ecuaciones paramétricas la recta intersección de los planos:

$$\pi_1 \equiv x = y + 1 \quad y \quad \pi_2 \equiv y + 2z = 5$$

Tomando $z = m \in \mathbb{R}$, tenemos $y = 5 - 2m$ y $x = 6 - 2m$. La recta es $r \equiv \begin{cases} x = 6 - 2m \\ y = 5 - 2m \\ z = m \end{cases}$ con $m \in \mathbb{R}$.

(b)

Enuncia el Teorema del valor medio del cálculo integral. Encuentra razonadamente el punto al que hace alusión dicho teorema para la función $f(x) = 3/x^2$ en el intervalo $[1, 3]$. Interpreta geoméricamente lo hallado.

El Teorema del valor medio del cálculo integral nos dice: La integral definida de una función $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ es igual al valor de la función en un punto "c" del intervalo multiplicado por la longitud del intervalo, es decir $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$, con $c \in (a, b)$

En nuestro caso:

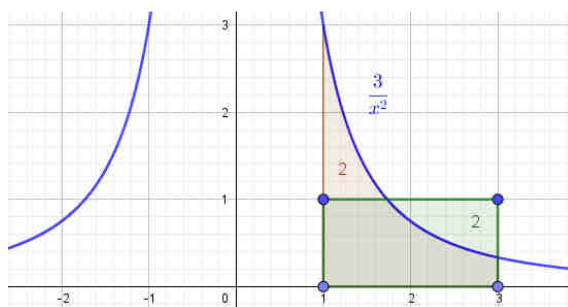
$$\int_1^3 f(x) dx = f(c) \cdot (3 - 1) = 2 \cdot f(c) \text{ con } c \in [1, 3]$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 3/x^2 dx = \int_1^3 3 \cdot x^{-2} dx = \left[\frac{3x^{-2+1}}{-2+1} \right]_1^3 = \left[\frac{-3}{x} \right]_1^3 = -1 + 3 = 2. \text{ Por otro lado } 2 \cdot f(c) = 2 \cdot 3/c^2 = 6/c^2.$$

Igualando tenemos $6/c^2 = 2$, de donde $c^2 = 3$, cuyas soluciones son $c = \pm \sqrt{3} \cong \pm 1.73$.

Por tanto la solución que verifica el Teorema del valor medio en el intervalo $[1, 3]$ es $c = +\sqrt{3} \cong 1.73$.

Geoméricamente no dice que el área bajo la función $f(x) = 3/x^2$ entre 1 y 3 coincide con el área de un rectángulo de base 2 y de altura $f(\sqrt{3}) = 1$.



6.- a) [1'5 puntos] Estudia el rango de la matriz M en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$ siendo

$$M = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & m \\ 4 & 1 & m & 2 \end{pmatrix}.$$

b) [1 puntos] Dados los planos $\pi_1 \equiv 2x + my = 1$, $\pi_2 \equiv 2x + y = m$ y $\pi_3 \equiv 4x + y + mz = 2$. Estudia la posición relativa según los valores de m. Puedes utilizar los resultados obtenidos en el apartado anterior

Solución

(a) y (b)

Si nos damos cuenta la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & m \end{pmatrix}$ y la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & m \\ 4 & 1 & m & 2 \end{pmatrix}$ son la matriz de los coeficientes y la matriz ampliada del sistema de ecuaciones que determinan los planos del apartado (b).

$$\text{Tenemos } |A| = \begin{vmatrix} 2 & m & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & m \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{tercera} \\ \text{columna} \end{matrix} = (m)(2 - 2m).$$

De $|A| = 0$, tenemos $(m)(2 - 2m) = 0$, de donde $m = 0$ y $m = 1$.

Si $m \neq 0$ y $m \neq 1$, $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 3 = \text{n}^\circ$ de incógnitas, por el Teorema de Rouché el sistema es compatible y determinado y tiene solución única.

Geoméricamente los tres planos se cortan en un punto que se obtiene resolviendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas determinado por los tres planos.

$$\text{Si } m = 0, \text{ tenemos } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{En } A \text{ como } \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 0 = 2 \neq 0, \text{ rango}(A) = 2.$$

$$\text{En } M \text{ como } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{columna} \end{matrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1(4 - 2) = 2 \neq 0, \text{ rango}(M) = 3.$$

Como $\text{rango}(A) = 2 \neq \text{rango}(M) = 3$, por el Teorema de Rouché el sistema es incompatible y no tiene solución.

Geoméricamente no hay solución común, pero si observamos los planos se cortan de dos en dos en rectas distintas, pues sus vectores normales son distintos, y forman una figura parecida a una tienda canadiense de campaña (prisma triangular).



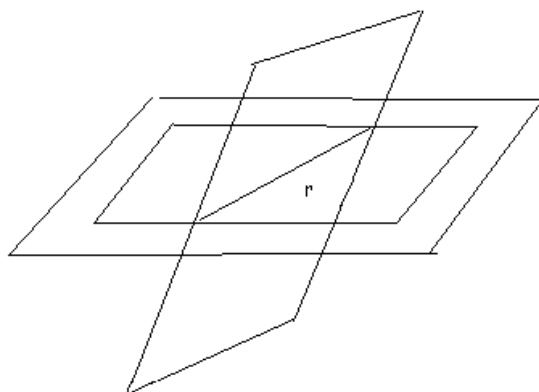
$$\text{Si } m = 1, \text{ tenemos } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{En } A \text{ como } \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 4 = -2 \neq 0, \text{ rango}(A) = 2.$$

$$\text{En } M \text{ como } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \text{ pues tiene dos filas iguales, } \text{rango}(M) = 2.$$

Como $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 2 < \text{n}^\circ$ de incógnitas, por el Teorema de Rouché el sistema es compatible e indeterminado y tiene más de una solución (infinitas).

Geométricamente tenemos dos planos paralelos coincidentes (el primero y el segundo) y otro que los corta formando una recta.



7.- a) [1'25 punto] Sean los vectores $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$ y $\mathbf{v} = (1, 0, 1)$. Calcula el plano que pasa por el punto $A = (0, 0, 1)$ y con vector normal el producto vectorial de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$.

b) el EVAU club de futbol tiene una probabilidad del 90% de ganar un partido cuando juega Benceno (su delantero estrella) y el 60% cuando no lo hace. Se sabe que la probabilidad de que Benceno juegue un partido es del 80%.

b.1) [0'5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que el EVAU C.F. gane un partido cualquiera?

b.2) [0'75 puntos] Si el EVAU C.F. acaba de ganar un partido, ¿cuál es la probabilidad de que Benceno haya jugado?

Solución

(a)

Sean los vectores $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$ y $\mathbf{v} = (1, 0, 1)$. Calcula el plano que pasa por el punto $A = (0, 0, 1)$ y con vector normal el producto vectorial de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$

Para el plano π necesitamos un punto, el punto $A(0, 0, 1)$ dos vectores independientes, o un punto y un

vector normal, que es nuestro caso, $\mathbf{n} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ Adjuntos
primera = $\vec{i}(1-0) - \vec{j}(1-1) + \vec{k}(0-1) = (1, 0, -1)$
fila

El plano π pedido es el producto escalar ($\bullet$) de los vectores $\mathbf{AX}$ y $\mathbf{n}$.

Plano $\pi \equiv \mathbf{AX} \bullet \mathbf{n} = 0 = (x-0, y-0, z-1) \bullet (1, 0, -1) = x - z + 1 = 0$.

(b)

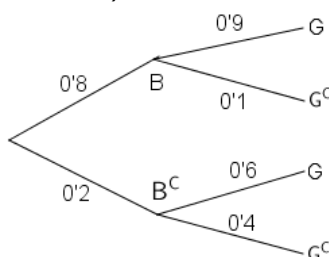
El EVAU club de futbol tiene una probabilidad del 90% de ganar un partido cuando juega Benceno (su delantero estrella) y el 60% cuando no lo hace. Se sabe que la probabilidad de que Benceno juegue un partido es del 80%.

(b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que el EVAU C.F. gane un partido cualquiera?

Llamemos B , B^c , G , y G^c , a los sucesos siguientes, "que Benceno juegue", "que Benceno no juegue", "ganar un partido" y "no ganar un partido", respectivamente.

Datos del problema: $p(B) = 80\% = 0'8$; $p(G/B) = 90\% = 0'9$; $p(G/B^c) = 60\% = 0'6$, ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Me piden $p(\text{ganar un partido}) = p(G)$.

Por el teorema de la Probabilidad Total:

Tenemos $p(G) = p(B) \cdot p(G/B) + p(B^c) \cdot p(G/B^c) = (0'8) \cdot (0'9) + (0'2) \cdot (0'6) = 21/25 = 0'84$.

b.2) Si el EVAU C.F. acaba de ganar un partido, ¿cuál es la probabilidad de que Benceno haya jugado?

Me piden $p(\text{que juegue Benceno, sabiendo que se ha ganado el partido}) = p(B/G)$.

Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$p(B/G) = \frac{p(B \cap G)}{p(G)} = \frac{p(B) \cdot p(G/B)}{p(G)} = \frac{(0'8) \cdot (0'9)}{0'84} = 6/7 \approx 0'857143.$$

8.- a) Se calcula que una quinta parte de los niños españoles presentan algún tipo de intolerancia alimentaria. En una cantina escolar los niños se sientan al azar en mesas de 4 comensales.

a.1) [0'5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que en una mesa haya algún niño con intolerancia alimentaria?

a.2) [0'75 puntos] Cuando en una mesa hay algún niño con intolerancia alimentaria, a esa mesa se le sirve pan sin gluten. Si un día hay ocupadas 8 mesas, ¿cuál es la probabilidad de que haya que servir pan sin gluten en alguna mesa?

b) El peso de los paquetes de 1 kg de arroz que comercializa determinada marca siguen una distribución normal de 985 g de media y 25 g de desviación típica.

b.1) [0'5 puntos] ¿Cuántos pesaran más de un kilo?

b.2) [0'75 puntos] ¿Cuánto pesara el más ligero del 70% de los que más pesan?

Solución

(a) Se calcula que una quinta parte de los niños españoles presentan algún tipo de intolerancia alimentaria. En una cantina escolar los niños se sientan al azar en mesas de 4 comensales.

(a.1)

¿Cuál es la probabilidad de que en una mesa haya algún niño con intolerancia alimentaria?

Llamamos A al suceso, un niño tenga alguna intolerancia alimentaria. Me dicen que $p(A) = 1/5 = 0'2$, por tanto resulta que no tener intolerancia alimentaria es $p(A^c) = 1 - p(A) = 1 - 1/5 = 4/5 = 0'8$

Me piden $p(\text{hay al menos un niño de los cuatro con intolerancia alimentaria}) = p(B) = 1 - p(\text{ninguno de los cuatro niños tiene intolerancia alimentaria}) = 1 - (0'8) \cdot (0'8) \cdot (0'8) \cdot (0'8) = 369/625 = 0'5904$.

(a.2)

Cuando en una mesa hay algún niño con intolerancia alimentaria, a esa mesa se le sirve pan sin gluten. Si un día hay ocupadas 8 mesas, ¿cuál es la probabilidad de que haya que servir pan sin gluten en alguna mesa?

Hemos visto en el apartado (a.1) que $p(\text{hay al menos un niño de los cuatro en mesa con intolerancia alimentaria}) = p(B) = p(\text{servir pan sin gluten en una mesa}) = 0'5904$, por tanto resulta que $p(B^c) = p(\text{no servir pan sin gluten en una mesa}) = 1 - p(B) = 1 - 0'5904 = 0'4046$.

Me piden $p(\text{servir pan sin gluten en alguna de las ocho mesas}) = 1 - p(\text{no servir pan sin gluten en alguna de las ocho mesas}) = 1 - 0'4046 \cdot 0'4046 \dots (\text{ocho veces}) = 1 - 0'4046^8 = 0'99928186$.

(b)

El peso de los paquetes de 1 kg de arroz que comercializa determinada marca siguen una distribución normal de 985 g de media y 25 g de desviación típica.

(b.1)

¿Cuántos pesaran más de un kilo?

La variable X = peso de los paquetes de 1 kg de arroz, sigue una distribución normal $N(985 \text{ g}, 25 \text{ g})$.

Me piden $p(\text{cuántos pesaran más de 1 kilo} = 1000 \text{ g}) = p(X \geq 1000) = \{\text{tipificamos}\} =$

$$= p\left(Z \geq \frac{1000 - 985}{25}\right) = p(Z \geq 0'6) = \{\text{suceso contrario}\} = 1 - p(Z \leq 0'6) = \{\text{mirando las tablas}\} =$$

$$= 1 - 0'7257 = 0'2743 = 27'43\% \text{ de los paquetes.}$$

(b.2)

¿Cuánto pesara el más ligero del 70% de los que más pesan?

Nos piden “k tal que $p(X \geq k) = 70\% = 0.7 = \{\text{tipificamos}\} = p\left(Z \geq \frac{k - 985}{25}\right) = \{\text{simetría}\} =$

$$= p\left(Z \leq -\frac{k - 985}{25}\right) = 0.7.$$

Mirando en la tabla de la normal vemos que la probabilidad 0.7 no viene, y las más próximas son 0.6985 y 0.7019, que corresponden a los puntos críticos 0.52 y 0.53; luego tomaremos como punto crítico su media,

es decir 0.525, por tanto $-\frac{k - 985}{25} = 0.525$, de donde $k = 985 - 25 \cdot 0.525 = 971.875$, es decir el 70% de los que más pesan corresponde a 971.875 gramos.