UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – SEPTIEMBRE 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El estudiante realizará solo **tres ejercicios elegidos entre los seis de que consta el examen.**
2. Una vez elegido un ejercicio ha de hacerlo completo (todos sus apartados).
3. No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada ejercicio y de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.
6. Si se realizan más de tres ejercicios solo se corregirán los tres primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
7. **La calificación del examen será el resultado de la puntuación obtenida entre 0,75**.

BLOQUE 1

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

A. Una oficina necesita adquirir material de papelería. Cuenta con un presupuesto de 600 euros y necesita archivadores, cuadernos y carpetas. Los precios de cada artículo por unidad son de 6, 3 y 2 euros respectivamente. El número de cuadernos va a ser la cuarta parte que el de carpetas y el número total de archivadores y de carpetas será de 165.

1. [0,9 PUNTOS] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las unidades que deben comprarse de cada artículo si se pretende agotar el presupuesto disponible.
2. [0,8 PUNTOS] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
3. [0,8 PUNTOS] Resolverlo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Un inversor quiere comprar acciones de dos clases, A y B. La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1200. Cada acción del tipo A le reportará un beneficio de 0,2 euros y cada acción del B, uno de 0,08 euros. Tiene claro que no comprará más de 500 acciones del tipo A. Pero sí está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B. Además, no quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A. ¿Cuántas acciones debe comprar de cada tipo para obtener los máximos beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

BLOQUE 2

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x+5}{2x^2+4x-30}$

1. [0,25 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
2. [0,5 PUNTOS] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?
3. [0,5 PUNTOS] Calcular los dos límites laterales en $x = 3$. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

B. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2a}{x-5} & si \quad x\le 2\\ x^2-5 & si \quad 2<x\le 4\\ x^2+2x-b & si \quad x>4\end{cases}$

determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = 2$ y en $x = 4$.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x)=x^3-6x^2+9x$ y $g(x)=x^2-x$

- **A.** [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.
- **B.** [1 PUNTO] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
- **C.** [0,25 PUNTOS] Dibujar las gráficas de ambas funciones indicando la región delimitada por ambas.
- **D.** [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

BLOQUE 3

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

En una población de 3510 habitantes, se conoce el número, por franjas de edades, de los que colaboran con alguna ONG. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18-35 años	36-55 años	Mayores de 55 años	Total
Colabora con alguna ONG	537	759	463	1759
No colabora con ninguna ONG	115	1034	602	1751
Total	652	1793	1065	3510

Elegido un habitante al azar,

A. [1,25 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 35 años.

B. [1,25 PUNTOS] Si sabemos que no colabora con ninguna ONG, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 36 y 55 años?

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

El número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, sigue una distribución normal con desviación típica 2 horas. Una muestra aleatoria de 375 personas da como resultado un tiempo medio de 4 horas.

A. [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para el tiempo medio.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

SOLUCIONES

BLOQUE 1

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

A. Una oficina necesita adquirir material de papelería. Cuenta con un presupuesto de 600 euros y necesita archivadores, cuadernos y carpetas. Los precios de cada artículo por unidad son de 6, 3 y 2 euros respectivamente. El número de cuadernos va a ser la cuarta parte que el de carpetas y el número total de archivadores y de carpetas será de 165.

1. [0,9 PUNTOS] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las unidades que deben comprarse de cada artículo si se pretende agotar el presupuesto disponible.
2. [0,8 PUNTOS] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
3. [0,8 PUNTOS] Resolverlo.

1. Llamemos "x" al número de archivadores, "y" al número de cuadernos y "z" al número de carpetas.

"*Tenemos un presupuesto de 600 € y cada unidad vale 6, 3 y 2 euros respectivamente*" → $6x+3y+2z=600$

"*El número de cuadernos va a ser la cuarta parte que el de carpetas*" → $y=\dfrac{z}{4}$

"*El número total de archivadores y de carpetas será de 165*" → $x+z=165$

Reunimos estas ecuaciones en un sistema lineal de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 6x+3y+2z=600 \\ y=\dfrac{z}{4} \\ x+z=165 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+2z=600 \\ z=4y \\ x+z=165 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+2z=600 \\ -4y+z=0 \\ x\qquad +z=165 \end{array}\right\}$$

2. Dado su aspecto estudiamos su compatibilidad por Gauss.

$$\left.\begin{array}{r} 6x+3y+2z=600 \\ -4y+z=0 \\ x\qquad +z=165 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 1^{\text{a}} - 6 \cdot \text{Ecuación } 3^{\text{a}} \\ 6x \quad +3y \quad +2z \quad =600 \\ -6x \qquad\quad -6z \quad =-990 \\ \hline \qquad 3y \quad -4z \quad =-390 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^{\text{a}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+\ 2z=600 \\ -4y+\ \ z=0 \\ 3y-4z=-390 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 4 \cdot \text{Ecuación } 3^{\text{a}} + 3 \cdot \text{Ecuación } 2^{\text{a}} \\ 12y \quad -16z \quad = \quad -1560 \\ -12x \quad +3z \quad = \quad 0 \\ \hline \qquad -13y \quad = \quad -1560 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^{\text{a}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+\ 2z=\ 600 \\ -4y+\ \ z=\ 0 \\ -13z=-1560 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+\ 2z=\ 600 \\ -4y+\ \ z=\ 0 \\ z=\dfrac{-1560}{-13} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+\ 2z=600 \\ -4y+\ \ z=0 \\ z=120 \end{array}\right\}$$

Este sistema triangular equivalente al inicial es compatible determinado. Tiene una solución única.

3.

$$\left.\begin{array}{r} 6x+3y+\ 2z=600 \\ -4y+\quad z=\quad 0 \\ \boxed{z=120} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y+240=600 \\ -4y+120=\quad 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y=360 \\ -4y=-120 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+3y=360 \\ \boxed{y=\frac{120}{4}=30} \end{array}\right\} \Rightarrow 6x+90=360 \Rightarrow 6x=270 \Rightarrow \boxed{x=\frac{270}{6}=45}$$

La solución es 45 archivadores, 30 cuadernos y 120 carpetas.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Un inversor quiere comprar acciones de dos clases, A y B. La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1200. Cada acción del tipo A le reportará un beneficio de 0,2 euros y cada acción del B, uno de 0,08 euros. Tiene claro que no comprará más de 500 acciones del tipo A. Pero sí está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B. Además, no quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A. ¿Cuántas acciones debe comprar de cada tipo para obtener los máximos beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

Llamamos "x" al número de acciones de clase A e "y" al número de acciones de clase B.

La función objetivo es el beneficio obtenido: $B(x,y) = 0,2x + 0,08y$.
Establecemos las restricciones mediante inecuaciones:

"*La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1200*" → $x + y \leq 1200$
"*No comprará más de 500 acciones del tipo A*" → $x \leq 500$
"*Está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B*" → $y \geq 350$
"*No quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A*" → $y \leq 3x$
"El número de acciones debe ser positivo" → $x \geq 0;\ y \geq 0$

Las restricciones se agrupan en un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} x + y \leq 1200 \\ x \leq 500 \\ y \geq 350 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Represento las rectas asociadas a las inecuaciones y que delimitan la región factible donde está la solución del problema.

$x + y = 1200 \quad (\leq)$

x	$y = 1200 - x$
0	1200
1200	0

$x = 500 \quad (\leq)$

$x = 500$	y
500	0
500	100

$y = 350 \quad (\geq)$

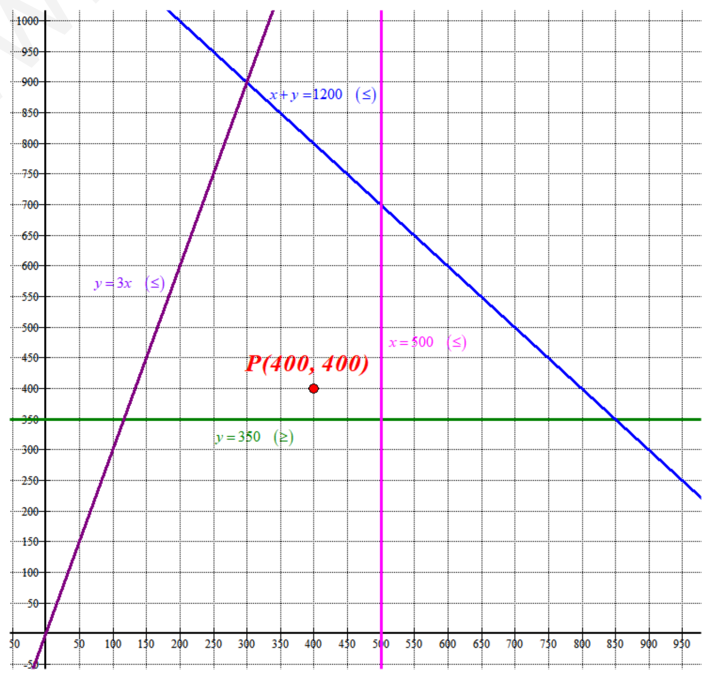
x	$y = 350$
0	350
100	350

$y = 3x \quad (\leq)$

x	$y = 3x$
0	0
100	300

$x \geq 0;\ y \geq 0$

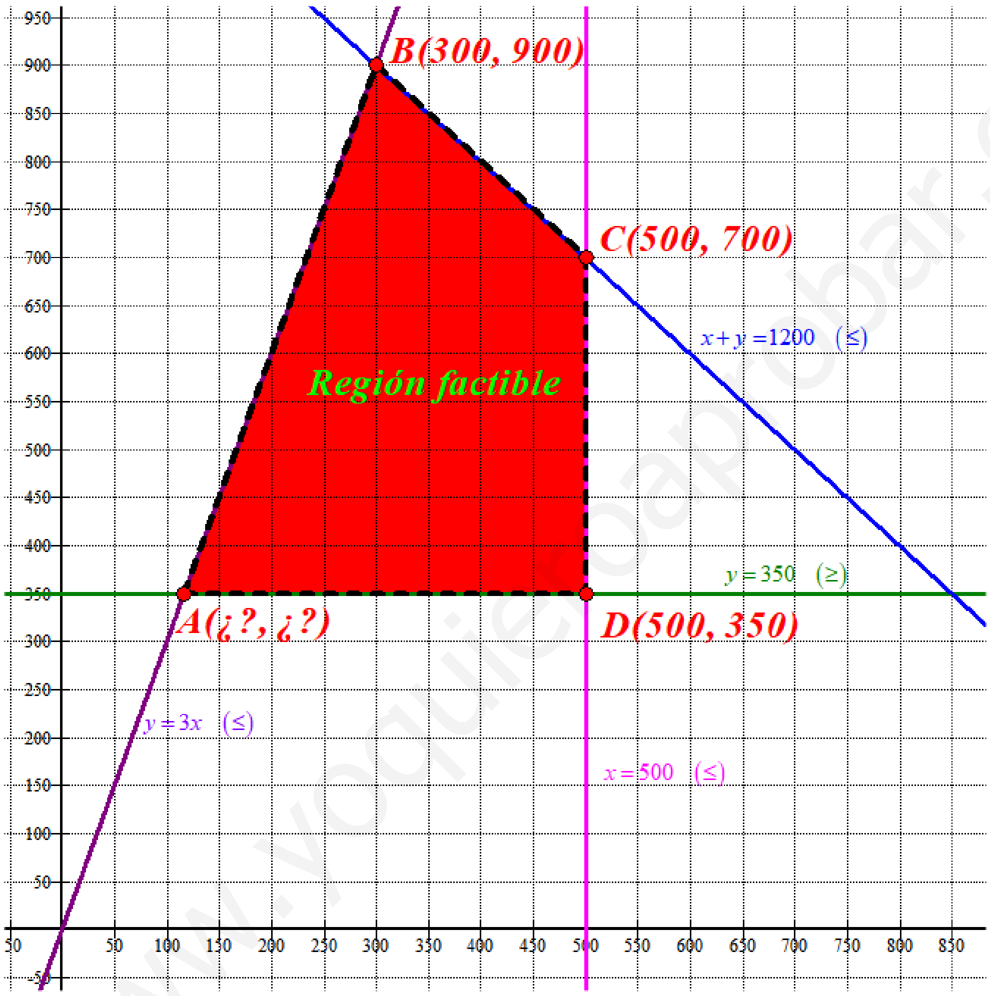
Primer cuadrante



Comprobamos si el punto P(400, 400) cumple todas las restricciones:

$$\left.\begin{array}{r} 400+400\le 1200 \\ 400\le 500 \\ 400\ge 350 \\ 400\le 1200 \\ 400\ge 0;\ 400\ge 0 \end{array}\right\} \text{Se cumplen todas las restricciones.}$$

La región factible es la zona donde está el punto P y delimitado por las rectas dibujadas. La coloreamos de rojo en la figura.



Determinamos las coordenadas del vértice A resolviendo el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{y=350} \\ y=3x \end{array}\right\} \Rightarrow 350=3x \Rightarrow \boxed{x=\frac{350}{3}} \quad \text{El vértice A tiene coordenadas } A\left(\frac{350}{3},350\right)$$

Valoramos la función objetivo en cada uno de los vértices en busca de un máximo beneficio.

$A\left(\frac{350}{3},350\right) \rightarrow (B(\frac{350}{3},350)=0,2\frac{350}{3}+0,08\cdot 350=\frac{154}{3}$

B(300, 900) → $B(300,900)=0,2\cdot 300+0,08\cdot 900=132$

C(500, 700) → $B(500,700)=0,2\cdot 500+0,08\cdot 700=156$

D(500, 350) → $B(500,350)=0,2\cdot 500+0,08\cdot 350=128$

Debe comprar 500 acciones clase A y 700 de clase B para obtener un máximo beneficio de 156 €.

BLOQUE 2

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x+5}{2x^2+4x-30}$

1. [0,25 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
2. [0,5 PUNTOS] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?
3. [0,5 PUNTOS] Calcular los dos límites laterales en $x = 3$. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

B. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2a}{x-5} & si \quad x\le 2\\ x^2-5 & si \quad 2<x\le 4\\ x^2+2x-b & si \quad x>4\end{cases}$

determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = 2$ y en $x = 4$.

1. Es una función racional y su dominio son todos los reales menos los valores que anulen el denominador.

$$f(x)=\frac{x+5}{2x^2+4x-30}\Rightarrow 2x^2+4x-30=0\Rightarrow x^2+2x-15=0\Rightarrow$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2+60}}{2}=\frac{-2\pm 8}{2}=\begin{cases}\dfrac{-2+8}{2}=3=x\\ \dfrac{-2-8}{2}=-5=x\end{cases}$$

No existe el valor de la función en estos puntos y por tanto es discontinua en $x = 3$ y en $x = –5$.

2. La discontinuidad en $x = –5$ es evitable.
Comprobemos si existe el límite de la función cuando x se acerca a –5.

$$\lim_{x\to -5} f(x)=\lim_{x\to -5}\frac{x+5}{2x^2+4x-30}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to -5}\frac{\cancel{x+5}}{2(x-3)\cancel{(x+5)}}=\lim_{x\to -5}\frac{1}{2(x-3)}=\frac{1}{-16}.$$

Si definimos la función dándole el valor –1/16 para $x = –5$ entonces será continua.

La discontinuidad en $x = 3$ es inevitable, pues $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+5}{2x^2+4x-30}=\dfrac{8}{0}=\infty$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+5}{2x^2+4x-30} & si \quad x\neq -5 \ y\ x\neq 3\\ -\dfrac{1}{16} & si \quad x=-5\end{cases}$$ Esta función es continua en $\mathbb{R}-\{3\}$

3.

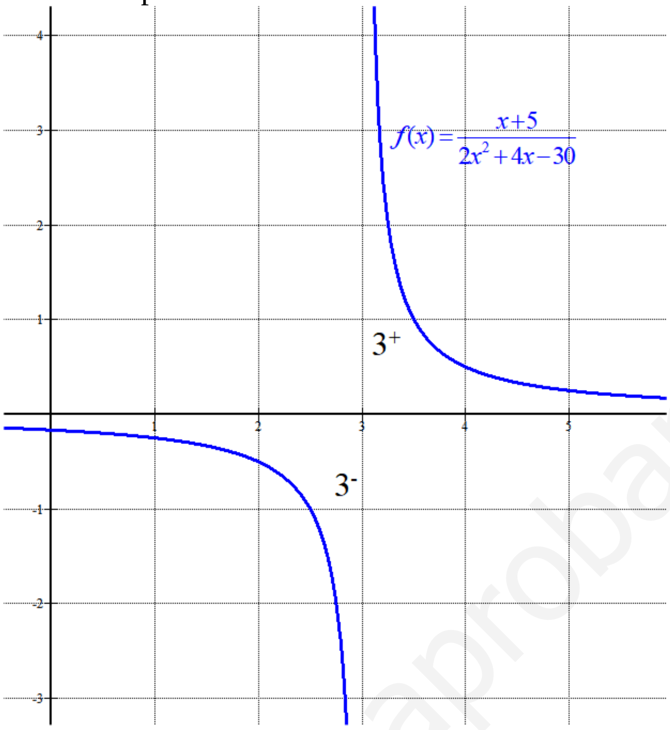
$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}\frac{x+5}{2x^2+4x-30}=\frac{8}{0^-}=-\infty$$

Para $x = 2,99$ la función vale $f(2,99)=\dfrac{2,99+5}{2\cdot 2,99^2+4\cdot 2,99-30}=-50<0$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x+5}{2x^2+4x-30}=\frac{8}{0^+}=+\infty$$

Para $x = 3{,}01$ la función vale $f(3{,}01)=\dfrac{3{,}01+5}{2\cdot 3{,}01^2+4\cdot 3{,}01-30}=50>0$

En $x = 3$ hay una asíntota y la función conforme se acerca a $x = 3$ por la izquierda decrece hasta $-\infty$ y conforme se acerca a $x = 3$ por la derecha crece hasta $+\infty$.



B. La función debe ser continua en $x = 2$ y en $x = 4$. Y debe cumplirse que los límites y el valor de la función en dichos puntos coincidan.

- Existe $f(2)=\dfrac{2+2a}{2-5}=\dfrac{2+2a}{-3}$
- $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+2a}{x-5}=\dfrac{2+2a}{-3}\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} x^2-5=4-5=-1\end{cases}\Rightarrow$ Deben ser iguales $\Rightarrow$

  $\Rightarrow \dfrac{2+2a}{-3}=-1\Rightarrow 2+2a=3\Rightarrow 2a=1\Rightarrow \boxed{a=\dfrac{1}{2}}$
- $f(2)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-1$

Se cumple si $a=\dfrac{1}{2}$.

- Existe $f(4)=4^2-5=11$
- $\lim\limits_{x\to 4} f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^-} x^2-5=11\\ \lim\limits_{x\to 4^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 4^+} x^2+2x-b=16+8-b\end{cases}\Rightarrow$ Deben ser iguales $\Rightarrow$

  $\Rightarrow 11=24-b\Rightarrow \boxed{b=13}$
- $f(4)=\lim\limits_{x\to 4} f(x)=11$

Se cumple si $b = 13$.

Los valores buscados son $a=\dfrac{1}{2}$ y $b = 13$.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]
Dadas las funciones $f(x)=x^3-6x^2+9x$ y $g(x)=x^2-x$
A. [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [1 PUNTO] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
C. [0,25 PUNTOS] Dibujar las gráficas de ambas funciones indicando la región delimitada por ambas.
D. [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

A. Puntos de corte con el eje OY:

$$x=0 \Rightarrow \begin{cases} f(0)=0 \Rightarrow A(0,0) \\ g(0)=0 \Rightarrow A(0,0) \end{cases}$$

Puntos de corte con el eje OX:

$$f(x)=0 \Rightarrow x^3-6x^2+9x=0 \Rightarrow x\left(x^2-6x+9\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-6x+9=0 \Rightarrow x=\dfrac{6\pm\sqrt{36-36}}{2}=3 \end{cases}$$

Los puntos de corte con eje OX de la función *f(x)* son A(0, 0) y B(3, 0).

$$g(x)=0 \Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x\left(x-1\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Los puntos de corte con eje OX de la función *g(x)* son A(0, 0) y C(1, 0).

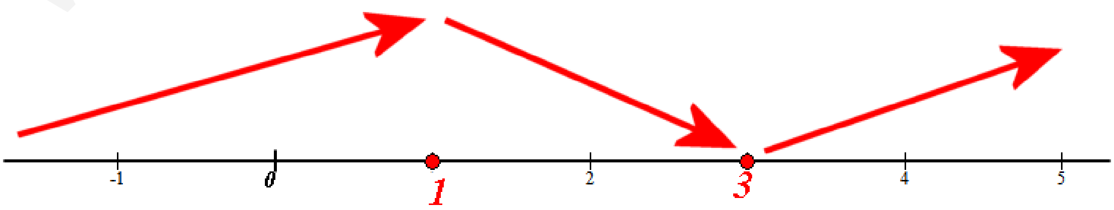
B.

$$f(x)=x^3-6x^2+9x \Rightarrow f'(x)=3x^2-12x+9$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-12x+9=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\begin{cases} \dfrac{4+2}{2}=3=x \\ \dfrac{4-2}{2}=1=x \end{cases}$$

Los puntos críticos de la función *f(x)* son *x = 1* y *x = 3*.

- En $\left(-\infty,1\right)$ tomamos *x = 0* y la derivada vale $f'(0)=9>0$. La función *f(x)* crece en $\left(-\infty,1\right)$.
- En $\left(1,3\right)$ tomamos *x = 2* y la derivada vale $f'(2)=12-24+9=-3<0$. La función *f(x)* decrece en $\left(1,3\right)$.
- En $\left(3,+\infty\right)$ tomamos *x = 4* y la derivada vale $f'(4)=48-48+9=9>0$. La función *f(x)* crece en $\left(3,+\infty\right)$.



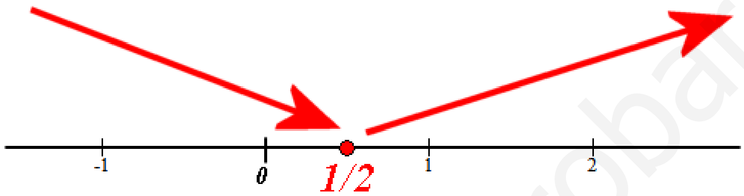
La función $f(x)=x^3-6x^2+9x$ crece en $\left(-\infty,1\right)\cup\left(3,+\infty\right)$ y decrece en $\left(1,3\right)$.
Tiene un máximo en *x = 1* y un mínimo en *x = 3.*
$f(1)=1^3-6+9=4$. El punto máximo relativo es P(1, 4)
$f(3)=3^3-54+27=0$. El punto mínimo relativo es Q(3, 0)

$$g(x) = x^2 - x \Rightarrow g'(x) = 2x - 1$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

El punto crítico de la función *g(x)* es *x = 1/2*.

- En $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ tomamos *x = 0* y la derivada vale $g'(0) = -1 < 0$. La función *g(x)* decrece en $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$
- En $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ tomamos *x = 1* y la derivada vale $g'(1) = 2 - 1 = 1 > 0$. La función *g(x)* crece en $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

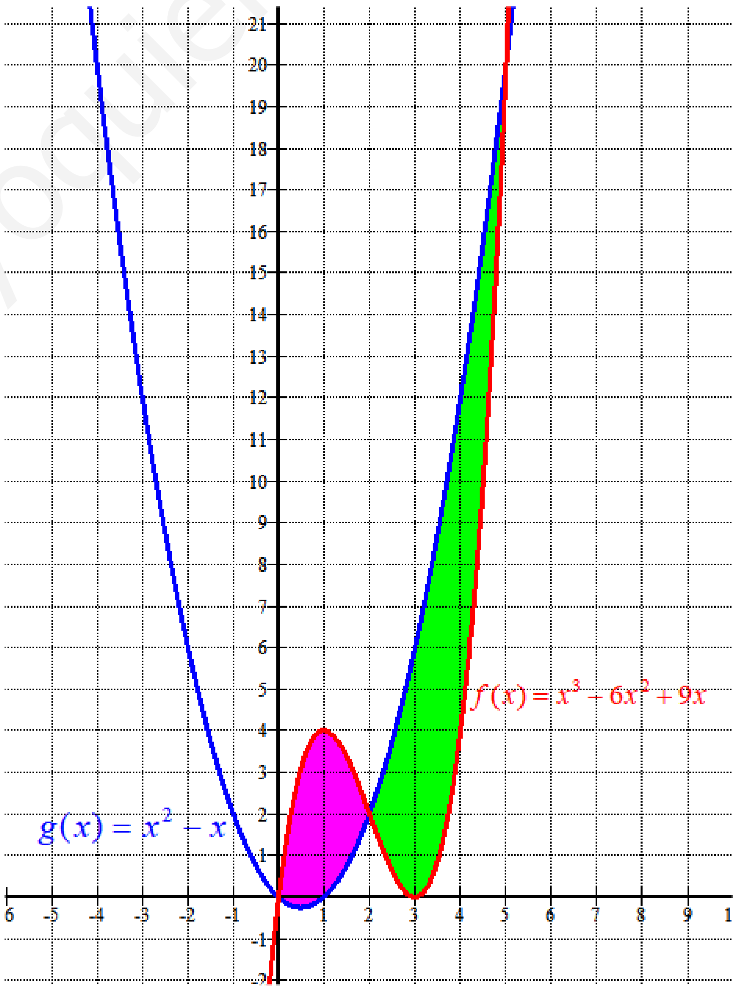


La función $g(x) = x^2 - x$ crece en $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ y decrece en $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$.

Tiene un mínimo en *x = 1/2*.

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$. El punto mínimo relativo es $R\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

C.



D.

Hallamos los puntos de corte de ambas gráficas, aunque se aprecia en el dibujo que ocurre en $x=0$, $x = 2$ y $x = 5$.

$$f(x)=g(x) \Rightarrow x^3-6x^2+9x=x^2-x \Rightarrow x^3-7x^2+10x=0 \Rightarrow x\left(x^2-7x+10\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=0} \\ x^2-7x+10=0 \rightarrow x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\begin{cases} \dfrac{7+3}{2}=\boxed{5=x} \\ \dfrac{7-3}{2}=\boxed{2=x} \end{cases} \end{cases}$$

E

l área total es la suma del área del recinto rosa más el área del recinto verde.
Calculamos cada una con una integral definida.

$$\text{Área recinto rosa} = \int_0^2 \mathrm{f}(x)-g(x)dx=\int_0^2 x^3-6x^2+9x-\left(x^2-x\right)dx=\int_0^2 x^3-7x^2+10xdx=$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-7\frac{x^3}{3}+5x^2\right]_0^2=\left[\frac{2^4}{4}-7\frac{2^3}{3}+5\cdot 2^2\right]-\left[\frac{0^4}{4}-7\frac{0^3}{3}+5\cdot 0^2\right]=4-\frac{56}{3}+20=\frac{16}{3}$$

$$\text{Área recinto verde} =\int_2^5 g(x)-f(x)dx=\int_2^5 x^2-x-\left(x^3-6x^2+9x\right)dx=\int_2^5 -x^3+7x^2-10xdx=$$

$$=\left[-\frac{x^4}{4}+7\frac{x^3}{3}-5x^2\right]_2^5=\left[-\frac{5^4}{4}+7\frac{5^3}{3}-5\cdot 5^2\right]-\left[-\frac{2^4}{4}+7\frac{2^3}{3}-5\cdot 2^2\right]=$$

$$=-\frac{625}{4}+\frac{875}{3}-125+4-\frac{56}{3}+20=\frac{63}{4}$$

El área encerrada por las dos curvas vale $\frac{63}{4}+\frac{16}{3}=\boxed{=\frac{253}{12}=21.083\,u^2}$

BLOQUE 3

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]
En una población de 3510 habitantes, se conoce el número, por franjas de edades, de los que colaboran con alguna ONG. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18-35 años	36-55 años	Mayores de 55 años	Total
Colabora con alguna ONG	537	759	463	1759
No colabora con ninguna ONG	115	1034	602	1751
Total	652	1793	1065	3510

Elegido un habitante al azar,
A. [1,25 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 35 años.
B. [1,25 PUNTOS] Si sabemos que no colabora con ninguna ONG, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 36 y 55 años?

A. Aplicamos la regla de Laplace obteniendo los datos de la tabla.

$$P\left(\text{Edad entre 18 y 35}\right)=\frac{652}{3510}=\boxed{0{,}186}$$

B. Es una probabilidad condicionada.

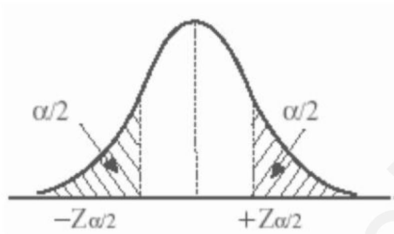
$$P\left(\text{Edad entre 36 y 55 / No colabora con ninguna ONG}\right)=$$

$$=\frac{P\left(\text{Edad entre 36 y 55 }\cap\text{ No colabora con ninguna ONG}\right)}{P\left(\text{No colabora con ninguna ONG}\right)}=$$

$$=\frac{1034}{1751}=\boxed{0{,}5905}$$

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]
El número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, sigue una distribución normal con desviación típica 2 horas. Una muestra aleatoria de 375 personas da como resultado un tiempo medio de 4 horas.
A. [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para el tiempo medio.
B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

A. X = Número de horas semanales dedicadas a la lectura.
X = N(**μ**, 2)
Con un nivel de confianza del 94%
$1 - \alpha = 0{,}94 \rightarrow \alpha = 0{,}06 \rightarrow \alpha/2 = 0'03 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}97 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1{,}88}$

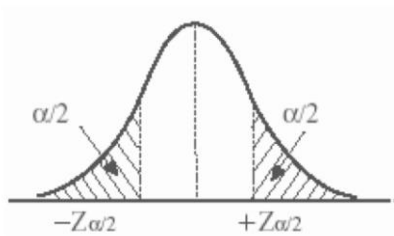


$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.88 \cdot \frac{2}{\sqrt{375}} = 0.1942$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error,\ \bar{x} + Error\right) = \left(4 - 0.1942,\ 4 + 0.1942\right) = \left(3.8058,\ 4.1942\right)$$

B.
X = Número de horas semanales dedicadas a la lectura.
X = N(**μ**, 2)
Con un nivel de confianza del 90%
$1 - \alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}10 \rightarrow \alpha/2 = 0'05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}95 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1{,}645}$



Queremos encontrar un tamaño mínimo de la muestra para que el error sea menor de $\frac{0.1942}{4}$.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = \frac{0.1942}{4} \Rightarrow \frac{1.645 \cdot 2}{\frac{0.1942}{4}} = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(\frac{1.645 \cdot 8}{0.1942}\right)^2 = 4592.12$$

El tamaño mínimo es de 4593 personas.