



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3 puntos)

- a) (2 puntos)** Sea λ un parámetro real cualquiera. Determine para qué valores de λ el sistema de ecuaciones que aparece a continuación es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible:

$$\begin{cases} 2\lambda x - 2y - \lambda z = 2 \\ \lambda x - y + z = 5 \\ 3\lambda x + 4y + (\lambda - 1)z = \lambda - 5 \end{cases}$$

- b) (1 punto)** Determine la inversa de la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

SOLUCIÓN.

- a)** Las matrices de los coeficientes, A, y ampliada, B, son:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2\lambda & -2 & -\lambda & 2 \\ \lambda & -1 & 1 & 5 \\ 3\lambda & 4 & \lambda-1 & \lambda-5 \end{array} \right)$$

Veamos para qué valores del parámetro el rango es el máximo:

$$\begin{vmatrix} 2\lambda & -2 & -\lambda \\ \lambda & -1 & 1 \\ 3\lambda & 4 & \lambda-1 \end{vmatrix} = -2\lambda^2 + 2\lambda - 4\lambda^2 - 6\lambda - 3\lambda^2 + 2\lambda^2 - 2\lambda - 8\lambda = -7\lambda^2 - 14\lambda = 0 \Rightarrow -7\lambda(\lambda+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda=0 \\ \lambda=-2 \end{cases}$$

- Para $\lambda \neq 0$ y $\lambda \neq -2$: $\text{rg } A = \text{rg } B = 3 = n^\circ$ de incógnitas $\Rightarrow$ sistema compatible determinado.

▪ Para $\lambda = 0$: $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & -1 & -5 \end{array} \right).$

Como el menor $\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow \text{rg } A = 2$ y como $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 5 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix} = 10 + 2 - 8 - 10 = -6 \neq 0 \Rightarrow \text{rg } B = 3$

Puesto que $\text{rg } A \neq \text{rg } B \Rightarrow$ el sistema es incompatible.

▪ Para $\lambda = -2$: $\left(\begin{array}{ccc|c} -4 & -2 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 5 \\ -6 & 4 & -3 & -7 \end{array} \right).$

Como el menor $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1 \neq 0 \Rightarrow \text{rg } A = 2$ y como $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 5 \\ 4 & -3 & -7 \end{vmatrix} = 14 + 6 + 40 - 8 - 14 - 30 = 35 \neq 0$

$\Rightarrow \text{rg } B = 3$. Puesto que $\text{rg } A \neq \text{rg } B \Rightarrow$ el sistema es incompatible.

b) Como $|M| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 6 - 3 = 3 \neq 0 \Rightarrow \exists M^{-1}$. Calculemos entonces M^{-1} :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Adjunta (*)}} (\text{Adj} M) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 6 & -3 & 0 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Traspuesta}} (\text{Adj} M)^t = \begin{pmatrix} 0 & 6 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Inversa}} \\ \longrightarrow M^{-1} = \frac{(\text{Adj} M)^t}{|M|} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1/3 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}$$

(*) Matriz adjunta:

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad M_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad M_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad M_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 6, \quad M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -3, \quad M_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \\ M_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -3, \quad M_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 3, \quad M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

Comprobemos que, en efecto, M^{-1} es la matriz inversa de M :

$$M \cdot M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1/3 & 0 & -1/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$$

2. (2 puntos)

a) (1 punto) Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores que satisfacen que $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 2$ y $u \cdot v = 10$. Determine $\vec{u} \times \vec{v}$.

b) (1 punto) Considere las rectas siguientes:

$$r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ ax - z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x + by = 3 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

1) (0,5 puntos) Determine los valores de $a \neq 0$ y $b \neq 0$ para que las rectas sean paralelas.

2) (0,5 puntos) ¿Existen valores de $a \neq 0$ y $b \neq 0$ para que las rectas sean coincidentes?

SOLUCIÓN.

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{10}{5 \cdot 2} = 1 \Rightarrow \alpha = 0^\circ \Rightarrow \vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$

b) 1) Obtengamos un vector direccional de cada recta. Para ello, obtengamos dos puntos de cada una de ellas:

$$r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ ax - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ z = ax \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Para } x=0: y=0, z=0 \Rightarrow O(0,0,0) \\ \text{Para } x=1: y=2, z=a \Rightarrow B(1,2,a) \end{matrix} \Rightarrow \vec{u} = \overrightarrow{OB} = (1, 2, a)$$

$$s: \begin{cases} x + by = 3 \\ y + z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - by \\ z = 3 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Para } y=0: x=3, z=3 \Rightarrow P(3,0,3) \\ \text{Para } y=1: x=3-b, z=2 \Rightarrow Q(3-b,1,2) \end{matrix} \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{PQ} = (-b, 1, -1)$$

$$r \parallel s \Leftrightarrow \vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \frac{1}{-b} = \frac{2}{1} = \frac{a}{-1} \Rightarrow a = -2, b = -\frac{1}{2}$$

2) No. Para que así fuera, todos sus puntos deberían ser comunes y, por ejemplo, el punto $O(0,0,0)$ que pertenece a r es evidente que no pertenece a s pues no verifica su ecuación.

3. (5 puntos)

a) (2 puntos) Usando el cambio de variable $t = e^x$, calcule:

$$\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$$

b) (1,5 puntos) Determine el límite siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen}(x)} \right)^{\frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}}$$

c) (1,5 puntos) Determine la ecuación de la curva $f(x)$ sabiendo que la recta tangente en $x = 3$ es $y = 9x - 13$ y la derivada segunda verifica que $f''(x) = 4$, para cualquier valor de x .

SOLUCIÓN.

a) $e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{e^x} = \frac{dt}{t}$

Se tiene: $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx = \int \frac{t^3}{t^2 + 3t + 2} \cdot \frac{dt}{t} = \int \frac{t^2}{t^2 + 3t + 2} dt =$

$$\frac{t^3}{-t^3 - 3t^2 - 2t} \quad \left| \begin{array}{l} t^3 + 3t^2 + 2t \\ 1 \\ -3t^2 - 2t \end{array} \right. = \int \left(1 - \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + 3t^2 + 2t} \right) dt = t - \int \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + 3t^2 + 2t} dt = (1)$$

Resolvamos la última integral:

$$\begin{aligned} t^3 + 3t^2 + 2t &= t(t^2 + 3t + 2) = t(t+1)(t+2) \quad / \quad t^2 + 3t + 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \\ \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + 3t^2 + 2t} &= \frac{A}{t} + \frac{B}{t+1} + \frac{C}{t+2} = \frac{A(t+1)(t+2) + Bt(t+2) + Ct(t+1)}{t(t+1)(t+2)} = \frac{At^2 + 2At + At + 2A + Bt^2 + 2Bt + Ct^2 + Ct}{t^3 + 3t^2 + 2t} = \\ &= \frac{(A+B+C)t^2 + (3A+2B+C)t + 2A}{t^3 + 3t^2 + 2t} \Rightarrow \begin{cases} A+B+C=3 \\ 3A+2B+C=2 \\ 2A=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=0 \\ -B-C=-3 \\ 2B+C=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=0 \\ B=-1 \\ C=4 \end{cases} \Rightarrow \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + 3t^2 + 2t} = \frac{-1}{t+1} + \frac{4}{t+2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \int \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + 3t^2 + 2t} dt &= -\int \frac{dt}{t+1} + 4 \int \frac{dt}{t+2} = -\ln|t+1| + 4\ln|t+2| = \ln \left| \frac{(t+2)^4}{t+1} \right| \end{aligned}$$

Por tanto: $(1) = t - \ln \left| \frac{(t+2)^4}{t+1} \right| = e^x - \ln \left(\frac{(e^x + 2)^4}{e^x + 1} \right) + C$

b) $L = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} \right)^{\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}} = \left(\frac{1}{1-1} \right)^{\frac{0}{1}} = \infty^0$ que es una indeterminación.

Aplicamos logaritmos neperianos: $\ln L = \ln \left[\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} \right)^{\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}} \right] = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left[\ln \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} \right)^{\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}} \right] =$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left[\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \cdot \ln \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left[\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} \cdot (\ln 1 - \ln(1 - \operatorname{sen} x)) \right] = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left[\frac{-\cos x \cdot \ln(1 - \operatorname{sen} x)}{\operatorname{sen} x} \right] = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left[\frac{-\ln(1 - \operatorname{sen} x)}{\operatorname{tag} x} \right] = \frac{\infty}{\infty} =$$

Aplicamos la regla de L'Hôpital: $= \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left[\frac{\frac{\cos x}{1 - \operatorname{sen} x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} \right] = \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos^3 x}{1 - \operatorname{sen} x} = \frac{0}{0} =$

Aplicamos de nuevo la regla de L'Hôpital:
$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{3\cos^2 x (-\sin x)}{-\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (3\cos x \cdot \sin x) = 0 \Rightarrow \ln L = 0 \Rightarrow L = 1$$

c) $f''(x) = 4 \Rightarrow f'(x) = \int 4 dx = 4x + C \Rightarrow f(x) = \int (4x + C) dx = 2x^2 + Cx + D$

La pendiente de la tangente $m = 9$ es igual a $f'(3)$: $12 + C = 9 \Rightarrow C = -3 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 3x + D$

El punto de tangencia es común a la curva y a la tangente:

$$x = 3, y = 27 - 13 = 14 \Rightarrow (3, 14) \in f(x) \Rightarrow f(3) = 18 - 9 + D = 14 \Rightarrow D = 5$$

La ecuación de la curva es entonces: $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$

OPCIÓN B

1. (3 puntos)

a) (2 puntos) Sea λ un parámetro real cualquiera y considere la matriz y vector siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & -\lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

1) (1 punto) ¿Para qué valores de λ existe la matriz inversa $(A - 2I)^{-1}$, siendo I la matriz identidad de orden 3?

2) (1 punto) Si $\lambda = 0$, encuentre los valores de x, y , y z que satisfacen la ecuación

$$AX = 2X + b$$

donde $b = \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$

b) (1 punto) Sean F_1, F_2 y F_3 la primera, segunda y tercera filas, respectivamente, de una matriz M de orden 3×3 cuyo determinante es -2 .

Calcule el determinante de una matriz cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente: $5F_1 - F_3, 3F_3$ y F_2 .

SOLUCIÓN.

a) 1) $A - 2I = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & -\lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ -5 & -\lambda - 2 & -5 \\ \lambda & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$|A - 2I| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ -5 & -\lambda - 2 & -5 \\ \lambda & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\lambda - 2 - \lambda^2(-\lambda - 2) = \lambda^3 + 2\lambda^2 - \lambda - 2 = 0 \Rightarrow \lambda = -2, \lambda = -1, \lambda = 1$$

$\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} \lambda = -1 \\ \lambda = -2 \end{cases}$
--

Por tanto, $\exists (A - 2I)^{-1} \forall \lambda \neq -2, -1, 1$.

$$2) \quad AX = 2X + b \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3x \\ -5x - 5z \\ 3z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 1 \\ 3y \\ 2z + 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2x + 1 \\ 5x + 3y + 5z = 0 \\ 3z = 2z + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1, z = 1, y = -\frac{10}{3}$$

b) Se tiene: $\begin{vmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{vmatrix} = -2 \xRightarrow{(1)} \begin{vmatrix} F_1 \\ F_3 \\ F_2 \end{vmatrix} = 2 \xRightarrow{(2)} \begin{vmatrix} 5F_1 \\ 3F_3 \\ F_2 \end{vmatrix} = 30 \xRightarrow{(3)} \begin{vmatrix} 5F_1 - F_3 \\ 3F_3 \\ F_2 \end{vmatrix} = 30$

Propiedades aplicadas:

(1) Si se permutan dos líneas, el determinante cambia de signo. En nuestro caso, se permutan las filas segunda y tercera.

(2) Si los elementos de una línea se multiplican por un número, el determinante queda multiplicado por dicho número. En nuestro caso, la primera fila se multiplica por 5 y la segunda por 3 por lo que el determinante queda multiplicado por 15..

(3) Si a una línea se le suma una combinación lineal de las paralelas, el determinante no varía. En nuestro caso, a la primera fila se le suma la segunda multiplicada por $-1/3$.

2. (2 puntos)

a) (0,75 puntos) Sea a un parámetro real cualquiera. Dados los planos:

$$\pi : 3x + ay + 2z - 10 = 0, \quad y \quad \pi' : x - y + az - 5 = 0$$

¿Existen valores de a para los que los planos sean paralelos?

b) (1,25 puntos) Encuentre la ecuación de la recta paralela a la recta intersección de los planos:

$$\pi : 3x + 2y + z = 10, \quad y \quad \pi' : 4x - 2y - 8z = 10$$

que pasa por el punto $(1, 1, 0)$.

SOLUCIÓN.

a) Los planos son paralelos si sus vectores normales tienen la misma dirección.

$\vec{n} = (3, a, 2)$ es un vector normal al plano π y $\vec{n}' = (1, -1, a)$ lo es al plano π' .

$\pi \parallel \pi' \Leftrightarrow \vec{n} \parallel \vec{n}' \Leftrightarrow \frac{3}{1} = \frac{a}{-1} = \frac{2}{a}$ y no existe ningún valor de a para el que se verifiquen las igualdades. Por tanto, los planos no son paralelos.

b) Obtengamos un vector direccional de la recta dada como intersección de planos. El vector $\vec{u} = \vec{n} \times \vec{n}'$ producto vectorial de los vectores normales a π y π' tiene la dirección de la recta intersección y de cualquier paralela a ella:

$$\vec{n} = (3, 2, 1), \quad \vec{n}' = (4, -2, -8)$$

$$\vec{u} = \vec{n} \times \vec{n}' = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -2 & -8 \end{vmatrix} = -16\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k} - 8\vec{k} + 24\vec{j} + 2\vec{i} = -14\vec{i} + 28\vec{j} - 14\vec{k} = (-14, 28, -14) \parallel (-1, 2, -1)$$

La ecuación (en forma continua) de la recta buscada es entonces: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$

3. (5 puntos)

a) (3 puntos) Sea

$$f(x) = x^2 e^{1/x^2}$$

- 1) (0,5 puntos) Determine el dominio de $f(x)$.
- 2) (1,5 puntos) Determine, si existen, las asíntotas de $f(x)$.
- 3) (1 punto) Determine, si existen, los máximos y mínimos relativos de $f(x)$.

b) (2 puntos) Calcule:

$$\int \left(\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} + \frac{\ln(x)}{x^2} \right) dx$$

SOLUCIÓN.

a) 1) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$. Se trata de una función par, simétrica respecto al eje OY.

2) ▪ Asíntota vertical: $x = 0$

$$\text{pues } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \cdot e^{1/x^2}) = 0 \cdot \infty = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1/x^2}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{\infty}{\infty} = (\text{regla de L'Hôpital}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1/x^2} \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right)}{-\frac{2}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{1/x^2} = \infty$$

▪ Asíntota oblicua: $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \cdot e^{1/x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} (x \cdot e^{1/x^2}) = \infty \Rightarrow \text{no tiene asíntotas horizontales.}$$

$$3) f'(x) = 2x \cdot e^{1/x^2} + x^2 \cdot e^{1/x^2} \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right) = 2e^{1/x^2} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 1$$

$$f''(x) = 2 \left[e^{1/x^2} \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right) + e^{1/x^2} \cdot \frac{2x^2 - x^2 + 1}{x^2} \right] = 2e^{1/x^2} \cdot \frac{-2 + x^3 + x}{x^3}$$

$$f''(-1) = 2e \cdot \frac{-2 - 1 - 1}{-1} = 8e > 0 \Rightarrow x = -1 \text{ mínimo relativo: } (-1, e)$$

Por la simetría respecto a OY, en $x = 1$ la función tiene también un mínimo relativo: $(1, e)$

$$\mathbf{b)} \quad I = \int \left(\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x^2} \right) dx = \int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx + \int \frac{\ln x}{x^2} dx = I_1 + I_2 = (1)$$

$$I_1 = \int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx = \left| x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt \right| = \int \frac{(t^2-1)^2}{t} \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 - 2t^2 + 1) dt = \frac{2t^5}{5} - \frac{4t^3}{3} + 2t + C_1 =$$

$$= \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} - \frac{4}{3} x \sqrt{x} + 2 \sqrt{x} + C_1$$

$$I_2 = \int \frac{\ln x}{x^2} dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = \frac{dx}{x^2} \Rightarrow v = -\frac{1}{x} \end{array} \right| = -\frac{\ln x}{x} + \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C_2$$

$$\text{Por tanto: } I = I_1 + I_2 = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} - \frac{4}{3} x \sqrt{x} + 2 \sqrt{x} - \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$$