

RANGO DE UNA MATRIZ.

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

Estudiar el rango de A según los valores del parámetro m .

Solución:

Estudiar el rango de A

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{vmatrix} m-1 & 1 & m \\ 1 & m-1 & m \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{C_2=C_2-C_1 \\ C_3=C_3-C_1}]{=} \begin{vmatrix} m-1 & -m+2 & 2 \\ 1 & m-2 & m-2 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (m-2) \cdot \begin{vmatrix} -m+2 & 2 \\ m-2 & m-2 \end{vmatrix} =$$
$$= (m-2)^2 \cdot \begin{vmatrix} -m+2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (m-2)^2 \cdot (-m+2-2) = -m \cdot (m-2)^2 = 0 \quad \left\langle \begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array} \right\rangle$$

• Si $m=2 \rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{rg } A = 1$

• Si $m=0 \rightarrow A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \rightarrow \text{rg } A \geq 2$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \text{ pero como } \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \rightarrow \text{rg } A = 3$$

• Si $m \neq 2 \wedge m \neq 0 \quad \text{rg } A = 3$