INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ La finalidad de esta unidad didáctica consiste en ampliar el estudio de la estadística, que ya se inició en el curso anterior de esta etapa educativa.

En primer lugar leeremos el texto introductorio y observaremos la imagen de presentación. Después los comentaremos con los alumnos y alumnas siguiendo este cuestionario:

- *¿Qué es una población? ¿Sabría proponer un ejemplo?*
- *¿Qué es una muestra de una población?*
- *¿Puedes tener varias muestras de la misma población?*
- *¿Para qué sirve la estadística?*
- *¿Qué tipos de gráficos reconoces en la imagen de esta doble página?*
- *¿Conoces algún otro tipo de gráfico estadístico que se utiliza mucho?*

■ A continuación prestaremos atención al índice de contenidos y al esquema de esta unidad didáctica, y plantearemos estas preguntas al alumnado:

- *¿Qué es una variable estadística?*
- *¿Qué variables estadísticas podrías medir en tu clase?*
- *¿Conoces alguna medida que sirve para decir cómo es una muestra o una población?*

Empezamos la unidad

■ Con el fin de introducir y repasar ciertos conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad, se proponen una serie de actividades, cuyos objetivos particulares son:

- En la actividad 1 se trata de relacionar el concepto de fracción con el número decimal y el de porcentaje.
- La actividad 2 refuerza los procedimientos de aproximación y redondeo.
- En la actividad 3 se repasa el método de cálculo del porcentaje de un número.
- La actividad 4 trabaja la interpretación de un gráfico estadístico de barras.

■ Para concluir pediremos al alumnado que resuelva por parejas las actividades planteadas en el apartado *Para empezar*, de manera que identifiquen sus fortalezas y carencias en relación a este tema.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 4*. Expresar por escrito los conocimientos adquiridos en cursos anteriores en la resolución de la actividad.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1, 2, 3 y 4.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

■ *Acts. 1, 2 y 3.* Saber transformar la información recopilada en cursos anteriores en conocimiento propio.

■ *Esquema pág. 258*. Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto pág. 258.* Valorar el carácter práctico de la estadística en la vida cotidiana como una parte importante de las Matemáticas que nos permitirá relizar análisis de manera sistemàtica.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 3 y 4*. Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos de estadística del curso anterior.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para empezar el tema proponemos que accedan al siguiente enlace:

http://www.tiching.com/749560

Presentaremos la página oficial del INE con el objetivo de que tengan acceso a diferentes estudios estadísticos y entiendan cómo esta disciplina está presente en nuestra sociedad y nos puede dar información sobre diferentes aspectos de la vida.

La página ofrece diferentes recursos. Como docentes les propondremos que visualicen el vídeo "Un dia en cifras" de casi tres minutos de duración y a continuación les preguntaremos:

- *¿Qué datos te han sorprendido más?*
- *¿Qué otras situaciones reales se podrían estudiar y analizar a través de la estadística?*
- *¿Qué utilizan para hacer la presentación de los datos? ¿Por qué crees que se presentan así?*

Podemos volver a esta página en otros momentos de la unidad, dejando esta posibilidad abierta para que ellos interactúen siempre que quieran.

Educamos en valores

Respeto a las ideas y opiniones diferentes de las propias

■ Las matemáticas constituyen una disciplina en la que se puede trabajar la convivencia.

Permiten potenciar los valores de la solidaridad, la colaboración y la tolerancia a través de las actividades de grupo.

Seguidamente se relacionan algunas de las actividades de esta unidad didáctica que contribuyen a conseguir este objetivo:

– La actividad 21 de la página 270 el alumnado puede valorar diferentes estrategias de resolución propuestas por los compañeros.

– La actividad 34 de la página 274 permite que el alumnado compare diferentes las ideas de sus comañeros con las suyas propias.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 259

Para empezar…

1. Las respuestas son las siguientes:

a) 0,75 → 75% b) 0,4 → 40%

c) 0,6 → 60% d) 0,2759 → 27,59%

2. Los redondeos son los siguientes:

a) 0,21 b) 0,11 c) 0,67 d) 0,25

3. Los porcentajes son los siguientes:

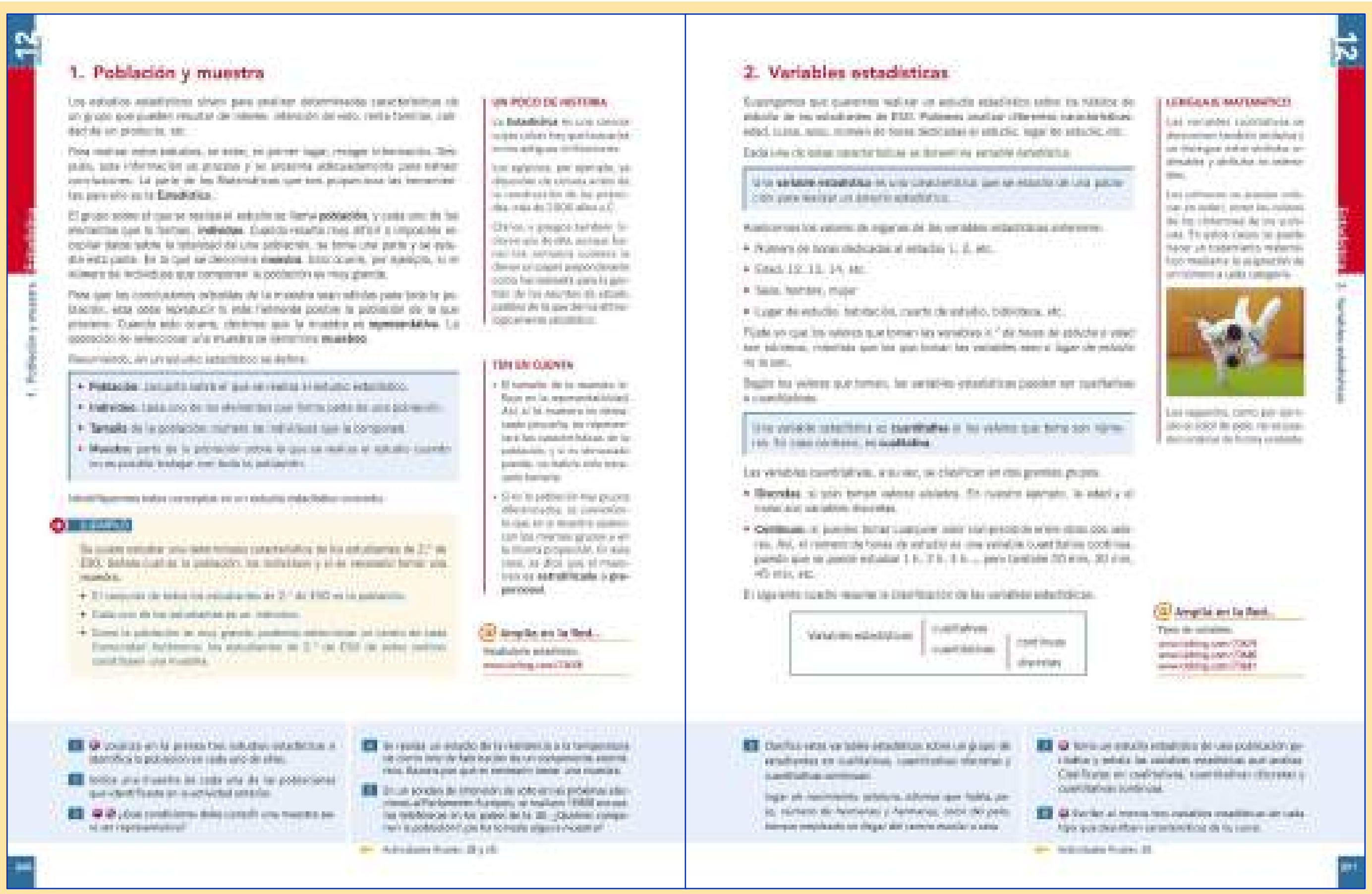
a) 9 b) 20 c) 15 d) 111

4. Las respuestas son las siguientes:

a) Participan 30 equipos en la categoría juvenil.

b) La categoría juvenil es la que más equipos reúne y la categoría alevín la que menos.

c) En total participan 100 equipos.



1. POBLACIÓN Y MUESTRA / 2. VARIABLES...

1. Población y muestra

■ El objetivo de esta sección consiste en introducir los conceptos básicos de individuo, muestra y población, reconociéndolos desde un punto de vista práctico.

Para empezar los alumnos y alumnas leerán los dos primeros párrafos y el documento del margen *Un poco de historia* que centran el campo de acción de la estadística y su evolución:

– *¿Para qué sirve la estadística?*

– *¿Cuándo se empezó a utilizar la estadística?*

– *¿Cuál es el origen de la palabra estadística?*

■ A continuación leerán el resto de la sección que introduce el significado de los conceptos clave:

– *¿Qué es la población?*

– *¿Qué es un individuo?*

– *¿Qué es una muestra? ¿Qué es el tamaño de la muestra?*

Después leerán la nota del margen que relaciona el tamaño y la representatividad de las muestras.

Seguidamente analizarán el ejemplo propuesto diferenciando la población de las posibles muestras.

Para terminar resolverán las actividades de la 1 a la 5 y las actividades finales 28 y 29 de la página 274.

2 Variables estadísticas

■ Proseguiremos leyendo los tres primeros párrafos de esta sección y los ejemplos que se proponen de variables estadísticas:

– *¿Qué es una variable estadística?*

– *¿Qué variables estadísticas pueden considerar en tu clase?*

– *¿Qué valores puede tomar la variable estadística peso de los alumnos?*

■ Después leerán el resto de la sección y el documento *Lenguaje matemático* que introducen los diferentes tipos de variables estadísticas:

– *¿Qué tipo de variable es la longitud de un animal?*

– *¿Cómo se distingue una variable discreta de una variable continua?*

– *¿Qué tipo de variable es el color del pelo de los alumnos de la clase?*

Como repaso de los conceptos introducidos, el alumnado puede acceder a los recursos digitales indicados en *@Amplía en la Red.*

Finalmente las alumnas y los alumnos resolverán las actividades 6, 7 y 8 de la página 261y la actividad final 30 de la página 274.

Competencias clave

Comunicación lingüística

■ *Act. 3.* Desarrollar la capacidad de expresar por escrito argumentos propios, así como trabajar la búsqueda, recopilación y procesamiento de información.

Aprender a aprender

■ *Act. 3.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

■ *Act. 1.* Reflexionar antes de resolver la actividad y tomar decisiones de forma razonada.

■ *Acts. 7 y 8.* Afrontar los problemas siendo creativo, flexible en los planteamientos y perseverante en la solución.

Recursos didácticos de la guía

✓ La actividad de refuerzo 1 propone una situación en la que el alumnado debe distinguir entre los conceptos de población y de muestra.

✓ La actividad de refuerzo 2 resultará útil para evaluar si el alumnado ha entendido correctamente el concepto de variable estadística y sabe clasificar los diferentes tipos de variables.

Recursos didácticos

Navegamos por Tiching

– Proponemos entrar en el siguiente enlace para trabajar los conceptos de población y muestra:

http://www.tiching.com/749562

Antes de introducirnos en el recurso, les pediremos que respondan a las siguientes preguntas:

- *Para estudiar la altura media de los españoles o la nota media de tus notas ¿utilizarías población (P) o muestra (M)?*
- *¿Qué diferencia hay entre muestra e individuo?*

El proyecto Descartes Ed@d ofrece recursos didácticos para trabajar la estadística. En esta página web los alumnos podrán encontrar las definiciones estadísticas más relevantes.

Nos interesará que asimilen bien los conceptos de población, muestra e individuo y para ello, les pediremos que accedan a la actividad interactiva en la que podrán practicar con diferentes ejemplos.

También podrán visualizar el vídeo de poco más de once minutos que repasa estos conceptos estadísticos.

Soluciones de las actividades

Página 260

1. Actividad personal. A modo de ejemplo escogeremos las en las siguientes direcciones:

1. www.tiching.com/751469 La población son todos los españoles viviendo en suelo español.

2. www.tiching.com/751470 – La población son todos los jugadores de la Eurocopa 2016.

3. www.tiching.com/751471 – La población es la población española.

2. Actividad personal. A modo de ejemplo:

En la primera y tercera noticia los datos provienen del INE (Instituto Nacional de Estadística), con lo que podemos afirmar que la muestra y la población son iguales.

En la segunda los datos provienen de la UEFA con lo que también podemos afirmar que la población y la muestra son iguales.

3. Para que una muestra sea representativa, esta debe reproducir fielmente la población de la que proviene.

4. La muestra es necesaria para asegurarnos que el componente puede soportar las temperaturas a las cuales será sometido durante su vida útil, sin que pierda las propiedades por las que lo utilizamos dentro del componente eléctrico.

5. Los componentes de la población son todos los ciudadanos de la UE. La muestra son las 15 000 personas encuestadas.

Página 261

6. La clasificación es la siguiente:

Cualitativas: lugar de nacimiento, idiomas que habla, color de pelo.

Cuantitativas discretas: número de hermanos y hermanas.

Cuantitativas continuas: estatura, peso, tiempo empleado en llegar del centro escolar a casa.

7. Actividad personal. A modo de ejemplo utilizaremos la noticia del enlace: www.tiching.com/751470.

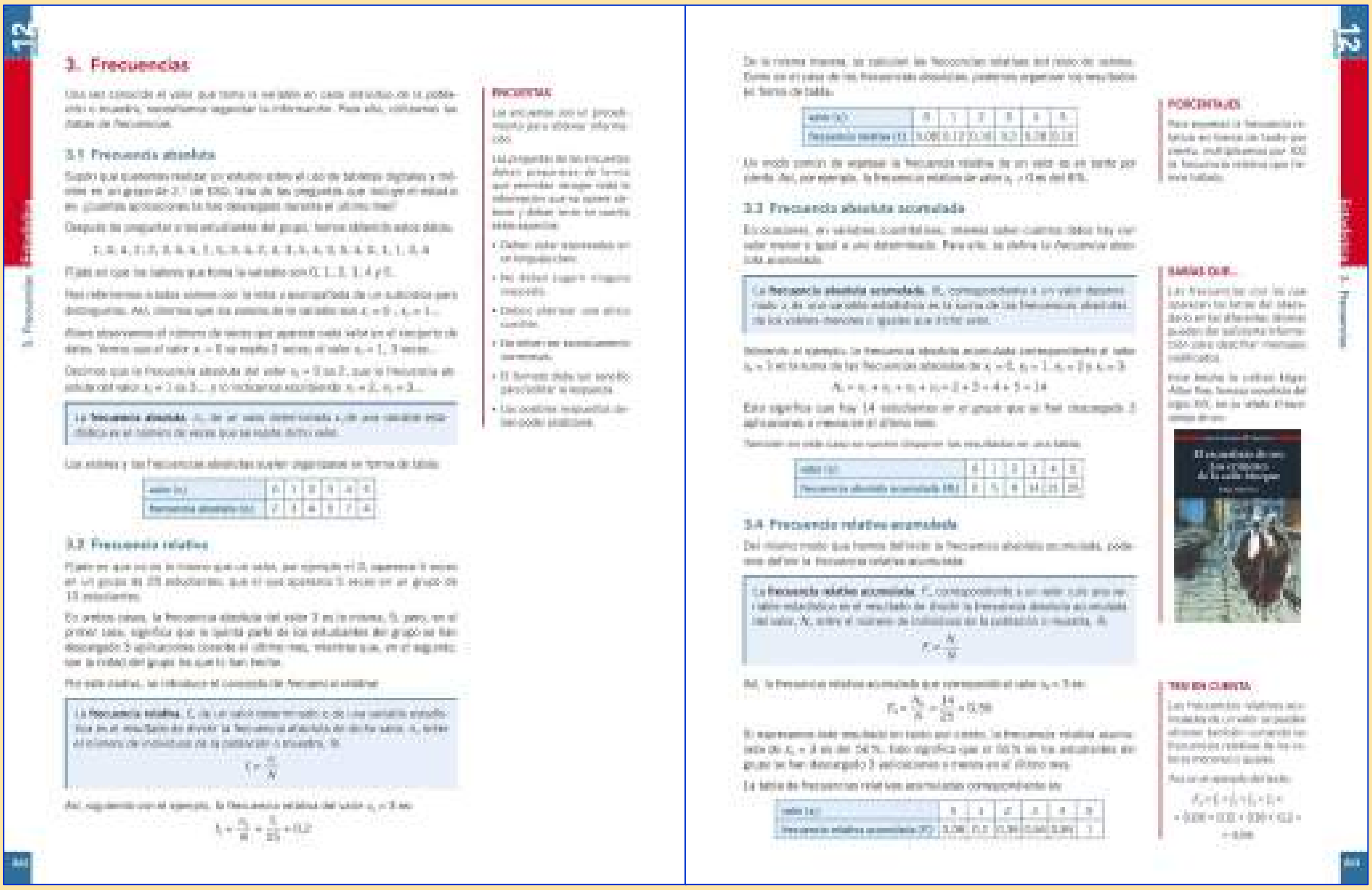
En esta noticia se tratan dos variables: la altura y la edad. En los dos casos las trata como variables cuantitativas continuas, aunque normalmente consideramos la edad una variable cuantitativa discreta.

8. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Cualitativas: asignatura favorita, sexo, color de ojos.

Cuantitativas discretas: número del piso en el que viven, libros leídos, año de nacimiento.

Cuantitativas continuas: nota media de matemáticas, tiempo dedicado a estudiar, y tiempo dedicado al ocio.



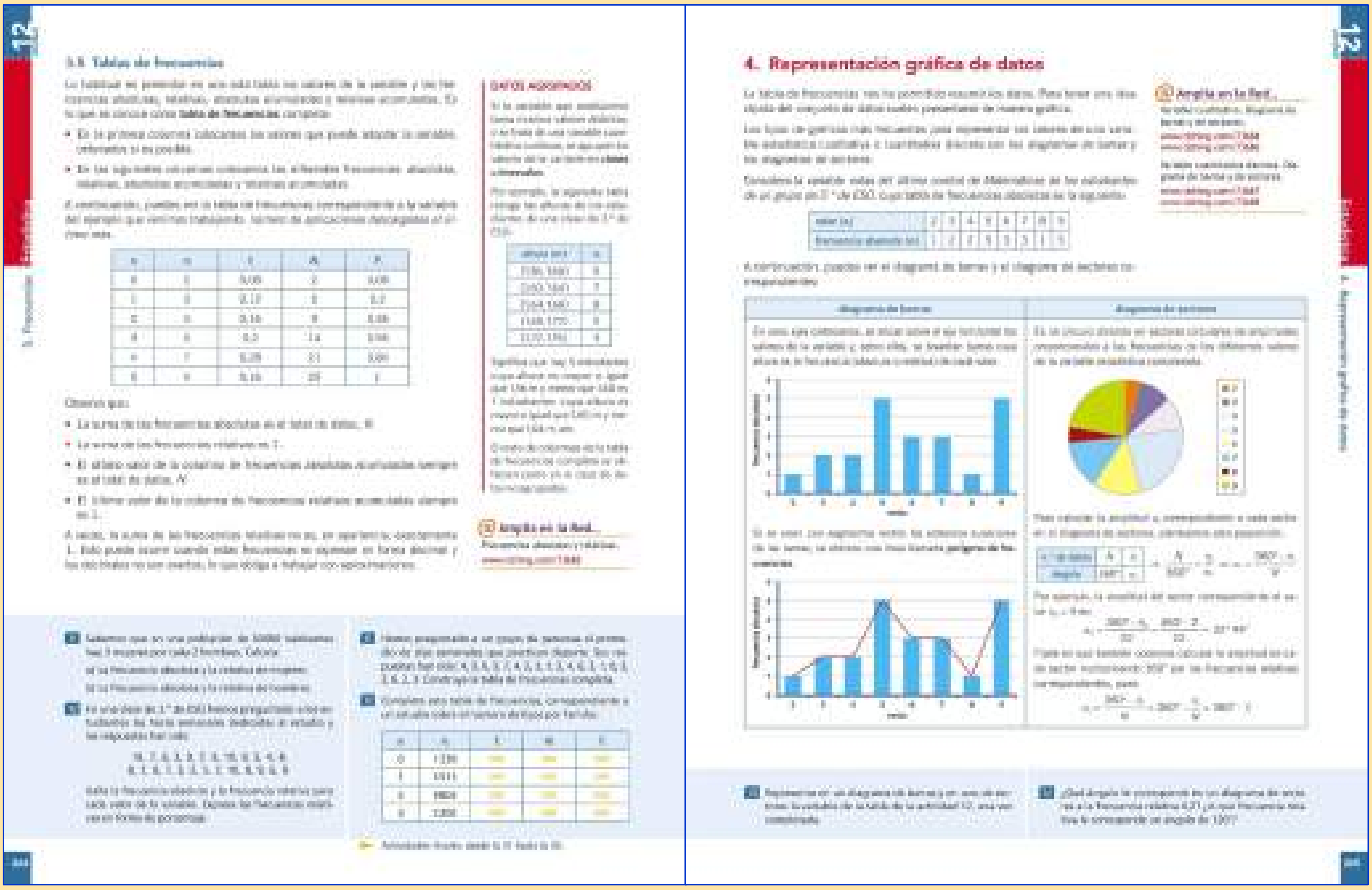
3. Frecuencias

3.1 Frecuencia absoluta

3.2 Frecuencia relativa

3.3 Frecuencia absoluta acumulada

3.4 Frecuencia relativa acumulada



3.5 Tablas de frecuencias

4. Representación gráfica de datos

■ Para empezar esta sección leeremos el documento *Encuestas* del que se deriva la necesidad de organizar la información estadística utilizando tablas de frecuencias.

■ A continuación leeremos el apartado *Frecuencia absoluta* interpretando el ejemplo que se propone y reconociendo cómo se obtienen los valores de la tabla:

– *¿Cuál es el tamaño de la muestra?*

– *¿Cómo se obtiene la frecuencia absoluta de uno de los valores de la variable?*

Después analizaremos la tabla de frecuencias absolutas resultante:

– *¿Qué notación se utiliza para designar la variable?*

– *¿Qué notación se utiliza para designar las frecuencias absolutas?*

■ Seguidamente leeremos el apartado 3.2 que justifica la necesidad de utilizar frecuencias relativas:

– *¿Cómo se calculan las frecuencias relativas?*

– *¿Qué relación hay entre las frecuencias relativas y los porcentajes?*

■ A continuación leeremos el apartado 3.3 que define y calcula las frecuencias absolutas acumuladas:

– *¿Cómo se obtienen las frecuencias absolutas acumuladas?*

■ Después leeremos el apartado 3.4 y seguiremos la misma metodología que en el caso anterior:

– *¿Cómo se calculan este tipo de frecuencias?*

■ El apartado 3.5 muestra la manera de organizar todos los tipos de frecuencias en una tabla de frecuencias:

– *¿Qué valor es la suma de las frecuencias absolutas?*

Seguidamente leerán el documento *Datos agrupados* que muestra como se trabaja cuando las frecuencias se presentan en clases o intervalos.

Para trabajar los métodos introducidos en este apartado pueden consultar los recursos de *@Amplía en la Red*…

4. Representación gráfica de datos

■ Empezaremos leyendo los dos primeros párrafos que destacan las ventajas de los gráficos estadísticos.

A continuación analizaremos los gráficos que representan la tabla de datos que se propone:

– *¿Qué representa cada rectángulo del diagrama de barras?*

– *¿Qué relación hay entre la amplitud de los sectores de un diagrama y las frecuencias de la tabla?*

Finalmente resolverán las actividades de las páginas 264 y 265 y las actividades finales de la 31 a la 36.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 9, 10 y 11*. Leer, comprender e interpretar los enunciados procesando correctamente los datos, de manera adecuada para la resolución del problema.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Act. 12*. Desarrollar la capacidad de manejar las tablas de frecuencias para observar los datos en los muestreos.

■ *Acts. 13 y 14*. Emplear técnicas específicas en estadística, como los diagramas de barras y de sectores, para comunicar la información obtenida.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 13 y 14*. Aplicar el proceso aprendido para representar graficamente las tablas de frecuencias.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 10 y 12*. Reflexionar y saber argumentar los puntos de vista propios de manera lógica mediante la propuesta de ejemplos.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ Las actividades de refuerzo 4 y de ampliación 1 y 2 permiten practicar el uso de tablas de frecuencias.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 264

9. Las frecuencias son las siguientes:

a) La frecuencia relativa de mujeres será:

$$f_{mujeres} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

La frecuencia absoluta de mujeres será:

$$n_{mujeres} = 50\,000 \cdot \frac{3}{5} = 30\,000$$

b) La frecuencia relativa de hombres será:

$$f_{hombres} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

La frecuencia absoluta de hombres será:

$$n_{hombres} = 50\,000 \cdot \frac{2}{5} = 20\,000$$

10. Teniendo en cuenta que tenemos 24 estudiantes, calculamos:

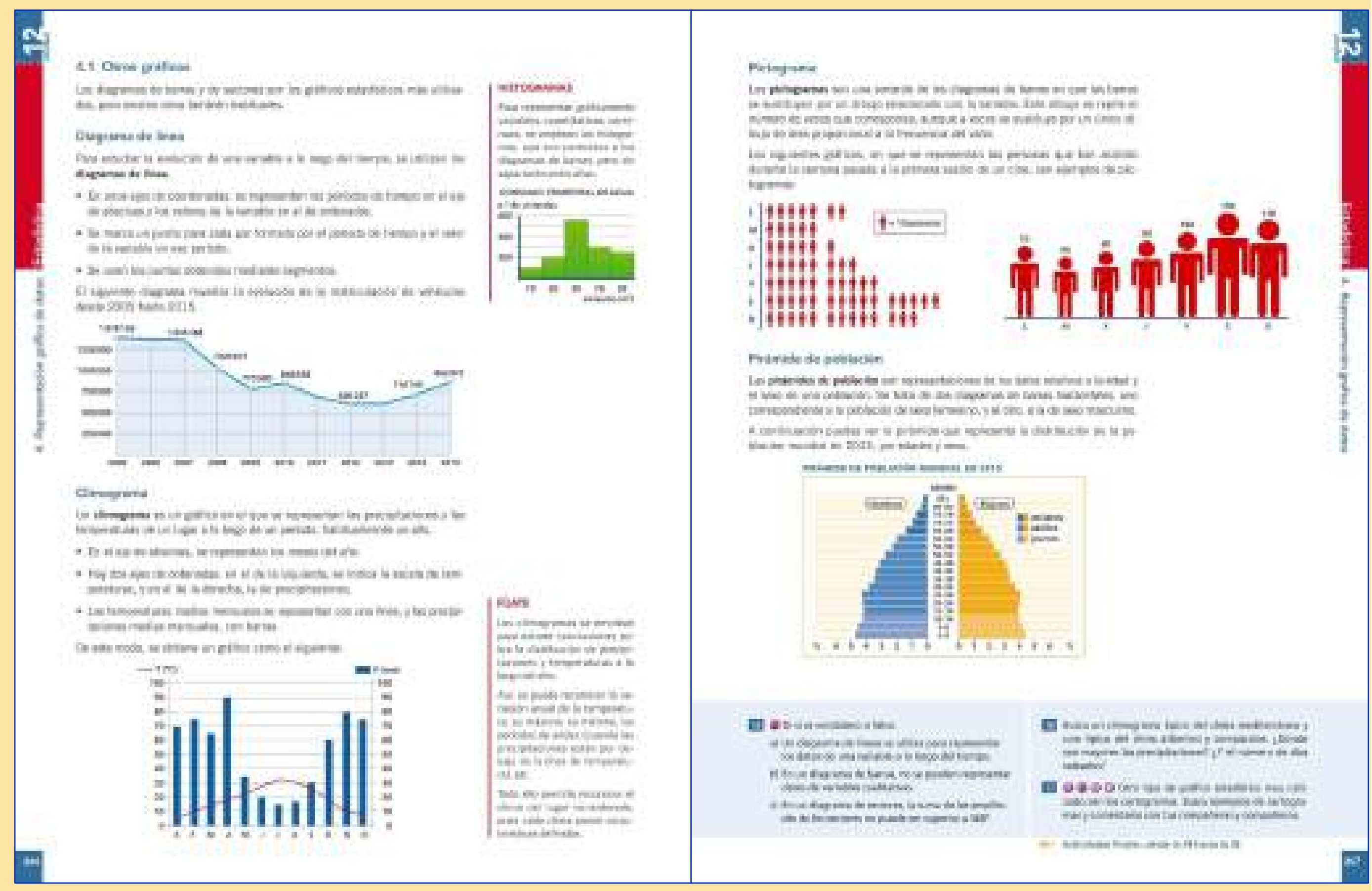
Horas empleadas: 2 $\rightarrow n_i = 1 \rightarrow f_i = 4\%$

Horas empleadas: 3 $\rightarrow n_i = 2 \rightarrow f_i = 8\%$

Horas empleadas: 4 $\rightarrow n_i = 1 \rightarrow f_i = 4\%$

Horas empleadas: 5 $\rightarrow n_i = 2 \rightarrow f_i = 8\%$

(Continúa en la página 12-26 de la guía)



4. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE... (CONT.)

4.1 Otros gráficos

■ En este apartado ampliaremos el estudio de los tipos de gráficos estadísticos con algunos ejemplos muy frecuentes en el entorno cotidiano.

Para empezar las alumnas y los alumnos leerán el subapartado *Diagrama de línea* e interpretaremos en gráfico que se propone:

– *¿Qué variable estadística se representa?*
– *¿En qué eje se representan las frecuencias?*
– *¿Cuándo se matricularon más coches?*
– *¿Cuándo se matricularon menos coches?*

Después leerán el documento del margen *Histogramas* y remarcaremos las diferencias que hay entre este tipo de gráfico y los diagramas de barras:

– *¿Qué tipo de variables se representan mediante histogramas?*
– *¿Cómo son las columnas de los histogramas?*

■ Seguidamente leeremos el subapartado *Climogramas*, prestando mucha atención a las particularidades de su representación:

– *¿Qué variables se representan en un climograma?*
– *¿Qué gráfico se utiliza para las precipitaciones?*
– *¿Qué tipo de gráfico se usa para la temperatura?*
– *¿Cuál es el máximo de temperatura? ¿Cuándo ocurrió?*
– *¿Cuándo hay una época de aridez?*

Para practicar estos contenidos pueden resolver la actividad 16 de la página 267.

■ A continuación podemos utilizar la misma metodología que en los casos anteriores para interpretar los *Pictogramas*:

– *¿De qué están formadas las barras de este gráfico estadístico?*
– *¿Qué se indica en la leyenda de un pictograma?*
– *¿Qué diferencia hay en la representación de los dos pictogramas propuestos?*

■ Después leeremos el subapartado *Pirámide de población* y analizaremos las características del ejemplo que se incluye:

– *¿Qué se representa en el eje vertical?*
– *¿Qué representan los valores del eje horizontal?*
– *¿Cómo se han representado los sectores de jóvenes, adultos y ancianos?*

Para terminar los alumnos y las alumnas pueden contestar las actividades 15 y 17 de la página 267 y las actividades finales 37, 38 y 39 de la página 275 del libro del alumno y la alumna.

COMPETENCIAS CLAVE

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Act. 17.* Buscar, analizar y manejar información en Internet.

APRENDER A APRENDER

■ *Act. 15.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos sobre los gráficos estadísticos.

■ *Act. 17.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 17.* Trabajar la confianza en uno mismo y el espíritu de superación, siendo creativo e imaginativo para proponer ejemplos significativos.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Act. 17.* Estimular la realización de tareas de grupo utilizando las habilidades necesarias para ello.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La representación gráfica de datos estadísticos se trabaja en la actividad de refuerzo 4 y en la actividad de ampliación 1 en las que se construye un diagrama de sectores y un diagrama de barras.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Naveguemos por Tiching

– Para asimilar y asegurar los conceptos referentes a la representación gráfica de datos, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/749566

Este recurso del proyecto Descartes nos presenta un aplicativo que deberán instalar en su ordenador y que les permitirá profundizar en los diagramas de línea.

Se trata de una pantalla interactiva para cada tipo de gráfico. Pediremos a nuestros alumnos que practiquen en ellas, siguiendo las instrucciones dadas y que comprueben los resultados.

El profesor les pedirá que se organicen en grupos y que resuelvan las preguntas que se plantean en cada gráfica.

Finalmente, les podemos preguntar:

- *¿Qué característica debe tener la variable del eje X para que una gráfica de líneas tenga sentido?*
- *¿Tendría sentido usar una gráfica de líneas si en el eje X la variable es “número de hijos” o “religión”? ¿Por qué?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 267

15. Las respuestas son las siguientes:

a) Verdadero.

b) Falso. Los diagramas de barras y los diagramas de sectores son los más frecuentes para representar los valores de una variable cualitativa.

c) Verdadero.

16. El alumnado buscará en el libro de geografía o por Internet los climogramas y podrá observar las siguientes características:

Las barras de precipitación son mucho más altas en el clima oceánico que en el mediterráneo por lo que podemos afirmar que llueve mucho más en el primero que en el segundo.

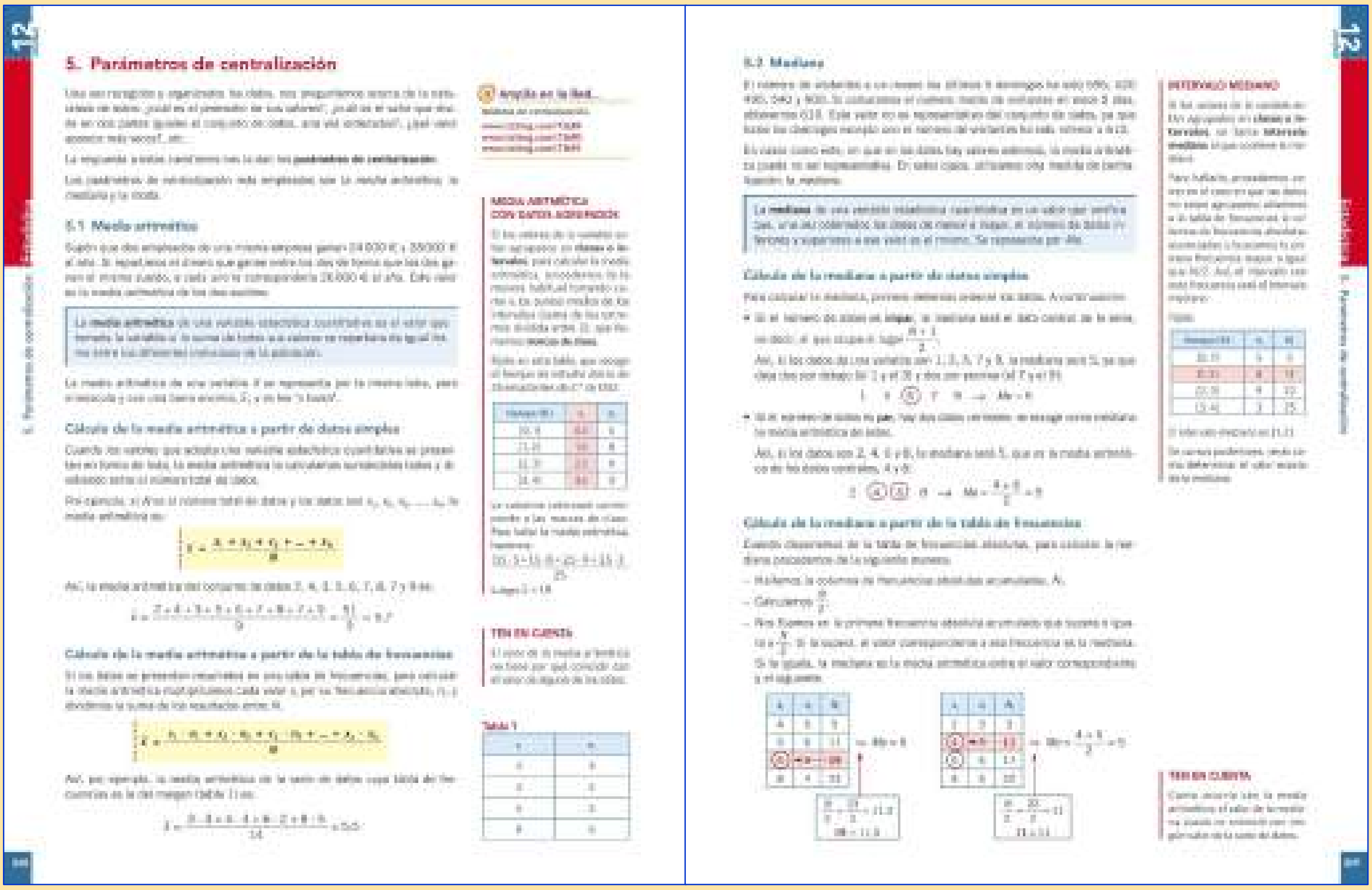
No tenemos una medida directa acerca de los días soleados, pero dado que en el clima mediterráneo las temperaturas son siempre muy cercanas a las barras de precipitación y sobre pasándolas en los meses de verano, podemos afirmar que tendremos más días soleados en un clima mediterráneo que en uno oceánico.

17. Los alumnos y alumnas podrán encontrar ejemplos de cartogramas en Internet. Al comentarlos podemos hacer que intenten buscar las ventajas y desventajas que pueden tener este tipo de gráficos.

Como ventajas podemos señalar el impacto visual que pueden llegar a tener, facilitando la transmisión de información.

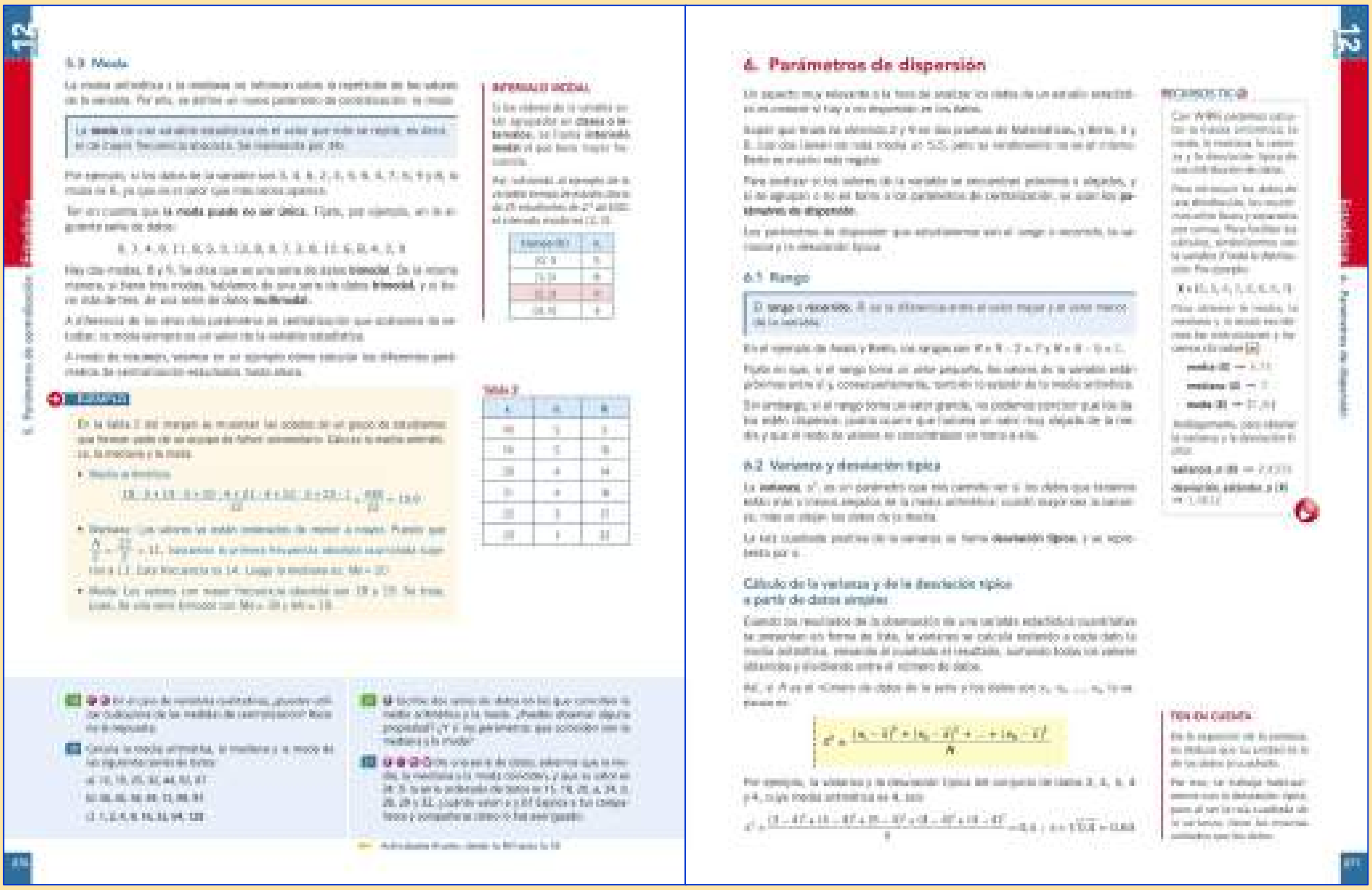
Como desventaja podemos remarcar lo difícil que puede llegar a ser el entender un diagrama de este tipo.

Págs. 268 a 271


5. Parámetros de centralización

5.1 Media aritmética

5.2 Mediana


5.3 Moda

6. Parámetros de dispersión

6.1 Rango

6.2 Varianza y desviación típica

5. Parámetros de centralización

■ Para empezar leeremos la introducción del apartado 5.1 y el subapartado *Cálculo de la media a partir de datos simples* comprobando las operaciones:

– *¿Qué notación identifica la media aritmética?*

– *¿Cómo se calcula la media aritmética de una variable estadística?*

Después leeremos el subapartado *Cálculo de la media aritmética a partir de la tabla de frecuencias*, analizaremos el procedimiento indicado.

Seguidamente leeremos el documento *Media aritmética con datos agrupados* reconociendo las marcas de clase de los intervalos propuestos:

– *¿Qué es la marca de clase de un intervalo?*

Para practicar estos contenidos podemos consultar los recursos digitales del documento *@Amplía en la Red…*

■ A continuación leeremos la introducción del apartado 5.2 que justifica la utilización de la mediana.

Seguidamente analizaremos los ejemplos que se proponen en el subapartado *Cálculo de la mediana a partir de datos simples*:

– *¿Qué debemos tener en cuenta para calcular la mediana?*

A continuación utilizaremos la misma metodología para el subapartado *Cálculo de la mediana a partir de la tabla de frecuencias* y el documento *Intervalo mediano*.

– *¿Qué es el intervalo mediano?*

■ Después leeremos el apartado 5.3 y comprobaremos el cálculo de la moda en el ejemplo propuesto.

– *¿La moda es un valor de frecuencia?*

Para terminar resolverán las actividades de la 18 a la 21 de la página 270 y las actividades finales 46, 47 y 48.

6. Parámetros de dispersión

■ Leeremos la introducción de la sección y justificaremos la necesidad de calcular estos parámetros.

Después leeremos el apartado 6.1 e interpretaremos los ejemplos que se proponen:

– *¿Qué significa que el rango sea pequeño?*

Seguidamente leeremos el apartado 6.2 y analizaremos el cálculo de la varianza con el ejemplo que se incluye.

A continuación aplicaremos estos contenidos utilizando la calculadora WIRIS tal como se propone en el documento *Recursos TIC*.

Para terminar pueden calcular el rango y la varianza en las actividades 22 y 23 de la página 272.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 18 y 21.* Expresar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos en el apartado.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC, pág. 271.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con la que se pueden calcular parámetros de dispersión.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 18 y 21.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades adquiridas para resolver las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 20 y 21.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre parámetros.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Act. 21*. Ser capaz de defender los propios argumentos, mostrando criterio propio ante el grupo.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 3 servirá como práctica del cálculo de algunos parámetros estadísticos.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 270

18. La única medida de centralización que podemos utilizar con las variables cualitativas es la moda, dado que al no ser variables numéricas no podemos operar con ellas para establecer la media o la mediana.

19. Las medidas de centralización son las siguientes:

a) Media: 35,29
Mediana: 32
Moda: Multimodal

b) Media: 64,86
Mediana: 69
Moda: Multimodal

c) Media: 31,875
Mediana: 12
Moda: Multimodal

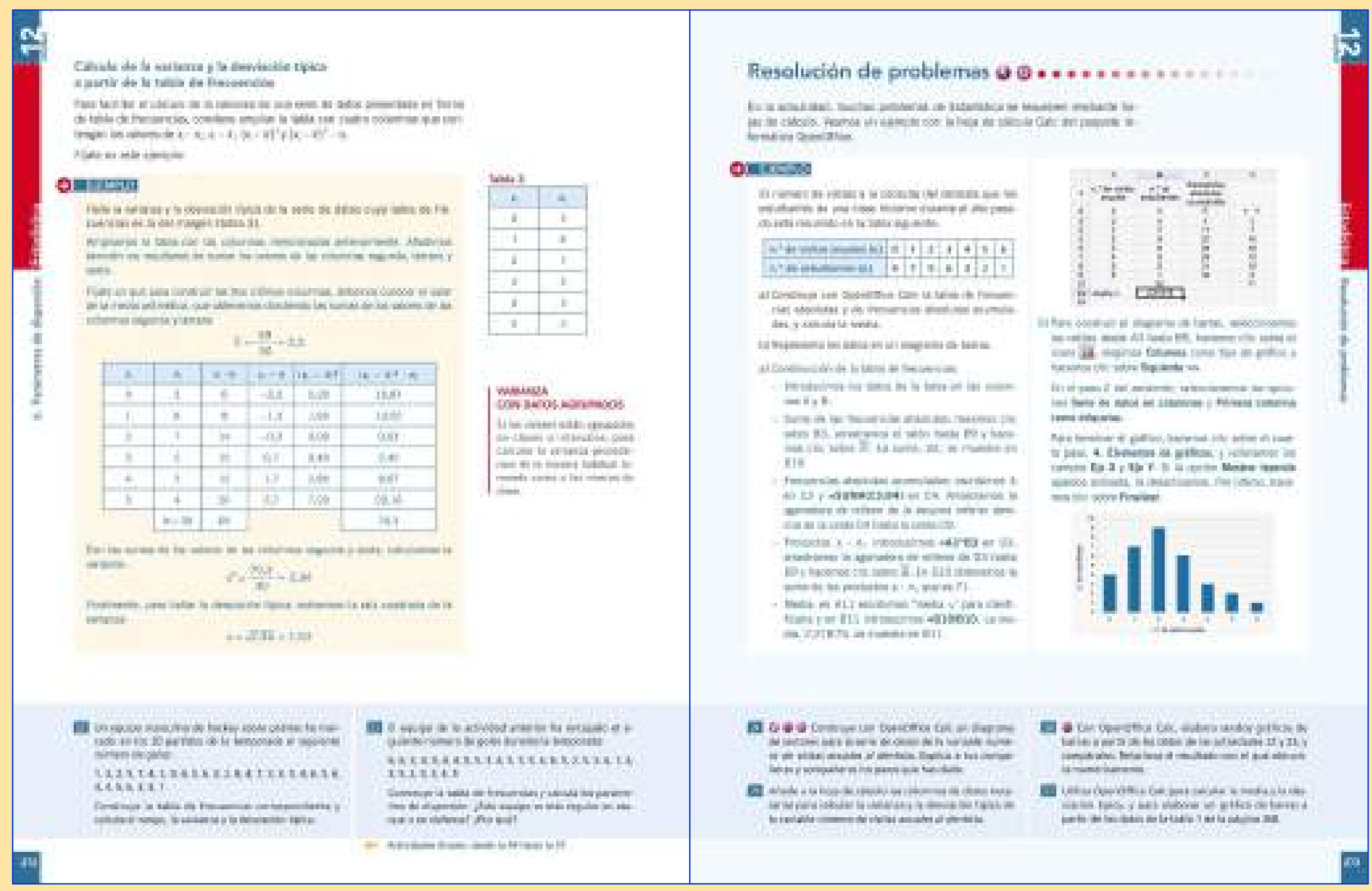
20. Respuesta personal. A modo de ejemplo, dos series donde coincidan la media aritmética y la moda serían:

9, 10, 6, 14, 10, 11; con media y moda 10.

75, 50, 0, 100, 50, 25, 50; con media y moda 50.

Puede observarse que cuanto más repetida sea una moda más tenderá la media hacia ella.

(Continúa en la página 12-26 de la guía)



6. PARÁMETROS... (CONT.) / RESOLUCIÓN...

6. Parámetros de dispersión (cont.)

■ Para empezar leeremos el subapartado *Cálculo de la varianza y la desviación típica a partir de la tabla de frecuencias*, que introduce una de las situaciones de cálculo más frecuentes en la práctica.

Primero deberán recordar el significado de la notación que se utiliza en la denominación de las nuevas columnas que se incorporan a la tabla:

– *¿Qué significa* $x_i \cdot n_i$*?*

– *¿Qué significa* $x_i - \bar{x}$*?*

Seguidamente leeremos el ejemplo resuelto que se propone en el libro utilizando la tabla incluida en el margen:

– *¿Qué es N? ¿Cómo se obtiene?*

– *¿Por qué no hay valores negativos en la quinta columna de la tabla?*

– *¿Cómo se obtiene la varianza?*

– *¿Cómo se calcula la desviación típica?*

– *¿Cómo calcularías la media aritmética con los datos de esta tabla?*

■ A continuación leeremos el documento *Datos agrupados* que recuerda la metodología de cálculo que hay que aplicar en esta situación.

El cálculo de los parámetros de dispersión con datos agrupados se puede repasar en la actividad resuelta 71 de la página 278 del libro del alumno.

En este punto pediremos a los alumnos y alumnas que resuelvan las actividades 22 y 23 de la página 272 y las actividades finales de la 54 a la 57 de la página 276.

Resolución de problemas

■ Esta sección propone resolver un problema de estadística utilizando una hoja de cálculo, concretamente Calc de OpenOffice.

En primer lugar abriremos la hoja de cálculo y seguiremos las indicaciones del apartado *a)* para incorporar todos los datos y las fórmulas que son necesarias para realizar los cálculos.

– *¿Qué formula permite realizar sumas?*

– *¿Cómo se arrastran las fórmulas?*

Seguidamente construiremos el diagrama de barras tal como se indica en el apartado *b)* hasta obtener el gráfico dibujado en el libro:

– *¿Por qué desactivamos la opción Leyenda del gráfico?*

Finalmente los alumnos y alumnas pueden resolver las actividades propuestas en la página 273 del libro.

Competencias clave

Comunicación lingüística

■ *Act. 24*. Expresar oralmente el resultado obtenido de manera ordenada y adecuada.

Competencia digital

■ *Resolución de problemas, pág. 273*. Trabajar el uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles.

Aprender a aprender

■ *Acts. 24 y 26*. Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor

■ *Resolución de problemas, pág. 273*. Observar el planteamiento y resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas y el orden de las operaciones.

Competencias sociales y cívicas

■ *Act. 24*. Estimular la realización de tareas de grupo utilizando las habilidades necesarias para ello.

Recursos didácticos de la guía

✓ La actividad de ampliación 2 servirá como práctica del cálculo de la varianza y la desviación típica a partir de una tabla de frecuencias.

Recursos didácticos

Navegamos por Tiching

– Para repasar y reforzar los contenidos de la unidad, pediremos que accedan a esta página web:

http://www.tiching.com/749569

En ella encontrarán diferentes actividades para ampliar o reforzar los contenidos estudiados. Concretamente, podremos descargar los referentes a Estadística.

Como docentes, podemos plantearlo como un repaso final sobre la unidad y desarrollarlo conjuntamente en el aula.

Resultará interesante que el profesor aproveche el documento sobre gráficos engañosos, para comentar y analizar la utilización fraudulenta que algunos políticos o periodistas sacan en los medios de comunicación y como puede influir esto en la opinión pública.

Resultará enriquecedor estimular su espíritu crítico, podemos pedirles que analicen las noticias que puedan aparecer durante una semana y encuentren aquellas que hacen un mal uso de esta disciplina.

Soluciones de las actividades

Página 272

22. Calculamos la media y con ella la tabla de frecuencias:

$$\bar{x} = \frac{121}{30} = 4,03$$

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
0	1	0	-4,03	16,27	16,27
1	2	2	-3,03	9,20	18,40
2	3	6	-2,03	4,13	12,40
3	6	18	-1,03	1,07	6,41
4	6	24	-0,03	0,00	0,01
5	5	25	-0,97	0,93	4,67
6	4	24	-1,97	3,87	15,67
7	2	14	-2,97	8,80	17,60
8	1	8	-3,97	15,73	15,73
	N = 30	121			106,97

Con estos valores calculamos la varianza y la desviación típica:

$$s^2 = \frac{106,97}{30} \approx 3,56 \qquad s = \sqrt{3,56} \approx 1,89$$

23. Calculamos la media y con ella la tabla de frecuencias:

$$\bar{x} = \frac{117}{30} = 3,9$$

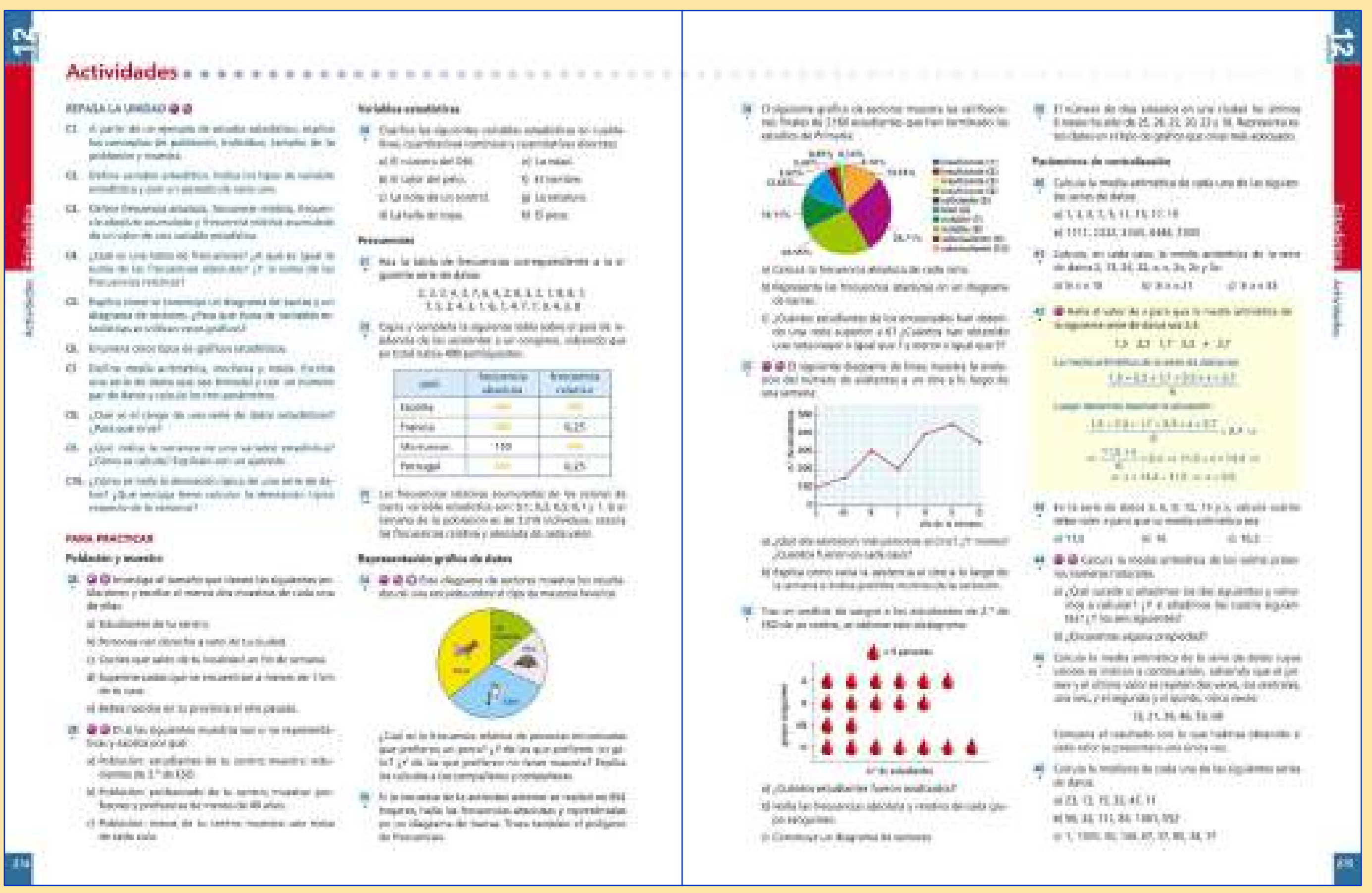
x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
0	2	0	-3,9	15,21	30,42
1	1	1	-2,9	8,41	16,82
2	2	4	-1,9	3,61	7,22
3	6	18	-0,9	0,81	1,62
4	6	24	0,1	0,01	0,02
5	8	40	1,1	1,21	2,42
6	5	30	2,1	4,41	8,82
	N = 30	117			67,34

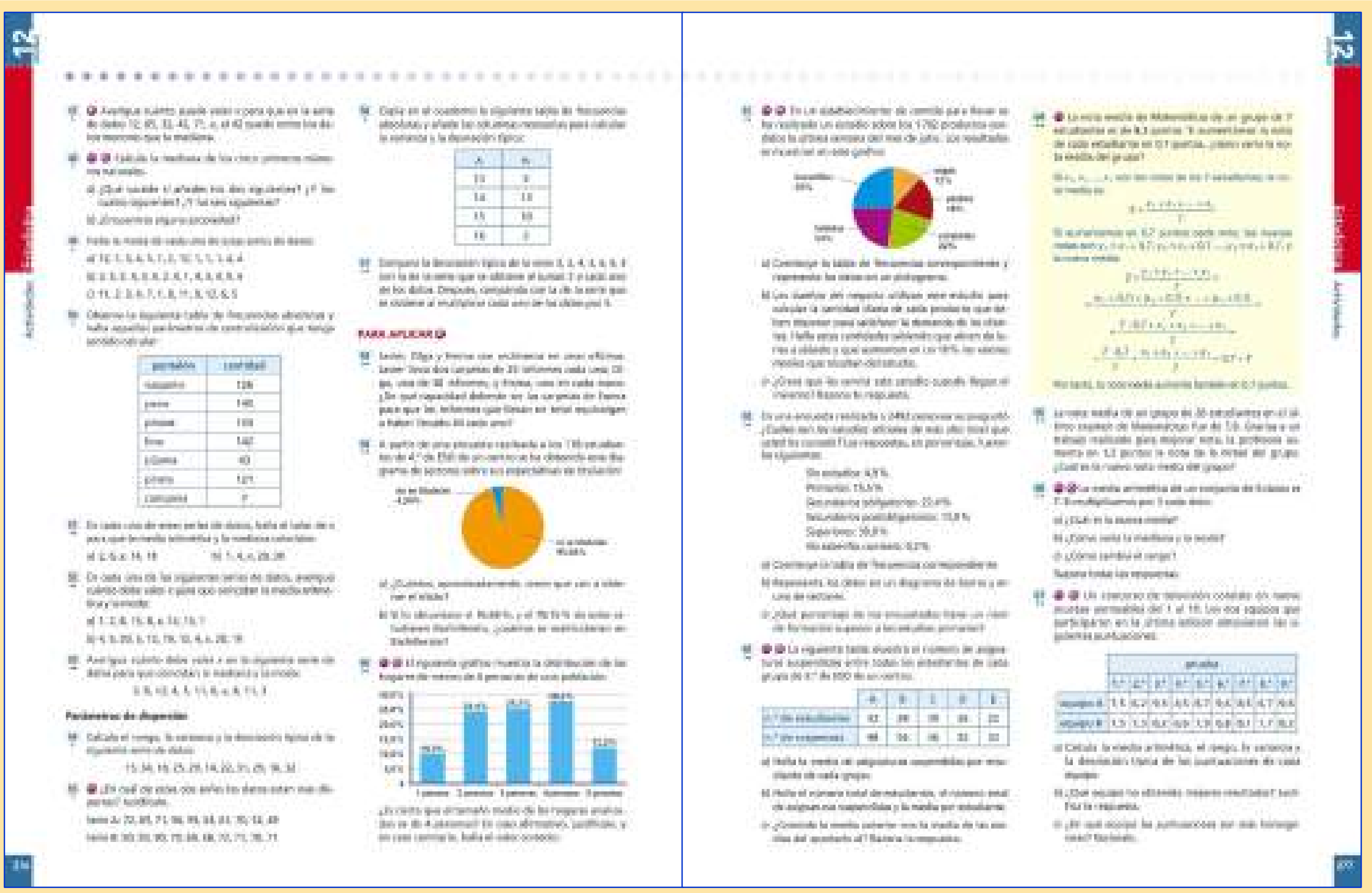
Con los datos obtenidos calculamos la varianza y la desviación típica.

$$s^2 = \frac{67,34}{30} \approx 2,24 \qquad s = \sqrt{2,24} \approx 1,5$$

Podemos ver que tanto la desviación típica como la varianza son menores en el caso de la defensa, por lo que podemos afirmar que este equipo en mucho más regular en defensa que en ataque.

Continúa en la página 12-26 de la guía


Actividades




12

Desarrolla tus competencias

LA LEY DE ZIPF

PARA AMPLIAR


12

Evaluación de estándares

Estrategia e ingenio

Resumen

Población y muestra

Variables estadísticas

Frecuencias

Gráficos estadísticos

Parámetros de centralización

Parámetros de dispersión

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Repasa la unidad, pág. 274*. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.
- *Acts. 29, 34, 37, 44, 48, 60, 61, 63, 66, 67, 68, 69 y 72.* Formular y expresar argumentos propios de manera convincente y adecuada al contexto para explicar y justificar la respuesta dada.
- *Desarrolla tus competencias, pág. 279.* Leer y comprender el estímulo y los enunciados de la actividad, generando ideas y supuestos.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad*, *pág. 274* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, así como ser consciente de las propias capacidades.
- *Acts. 29, 34, 37, 44, 48, 55, 60, 61, 63, 66, 67, 68, y 69.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.
- *Acts. 42, 64 y 71.* Observar la resolución de un problema, identificando las estrategias utilizadas.
- *Desarrolla tus competencias, pág. 279.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles
- *Evaluación de estándares, pág. 280*. Ser consciente de las propias capacidades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Para aplicar, pág. 276.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar solucio-nes, evaluando las acciones realizadas.
- *Acts. 28, 47, 69, 70 y 72.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos ad-quiridos a lo largo de la unidad, mostrando criterio propio.
- *Desarrolla tus competencias, pág. 279. Estrategia e ingenio, pág. 280.* Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.
- *Evaluación de estándares, pág. 280*. *Acts. 7, 8, 9 y 10*. Ser consciente de las propias capacidades en el tema estudiado.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Acts. 28 y 70*. Buscar, analizar, seleccionar y manejar información utilizando técnicas y recursos para aprender.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

- *Acts. 34 y 68.* Manejar las habilidades sociales al exponer un trabajo delante de los compañeros.

ACTIVIDADES FINALES

- En la sección de *Actividades* el alumnado se enfrentará a una colección de ejercicios en orden creciente de dificultad, con el fin de afianzar todos los contenidos del tema, desde un punto de vista práctico y teórico.
- La sección *Desarrolla…* persigue fomentar la autonomía del alumnado y la utilización de distintos recursos para resolver un planteamiento dado. A través de un caso práctico, el alumno ejercitará su capacidad de análisis y su actitud proactiva en la búsqueda de soluciones, además de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la unidad didáctica.
- Con la sección de *Evaluación…* se pretende que los alumnos y alumnas valoren el nivel de conocimientos alcanzados. Propone una serie de actividades que repasan la unidad de un modo completo y práctico.
- La sección *Estrategia…* propone una serie de acertijos o juegos relacionados con los conceptos trabajados durante el tema, con el fin de que el alumnado desarrolle su imaginación y adquiera destreza relacionando ideas.
- La finalidad de la sección *Resumen* es recopilar los contenidos fundamentales de la unidad en un mapa conceptual que destaque las relaciones entre los conceptos y los procedimientos estudiados.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 274

REPASA LA UNIDAD

C1. Actividad personal. A modo de ejemplo tomaremos el histograma acerca del consumo de agua de la página 266 del libro de texto.

La población de este estudio es el total de viviendas sobre las que se realiza de modo que muestra y población coinciden.

Un individuo de la población es una de las viviendas sobre las que se realiza el estudio.

Por último el total de población es el número de individuos que la conforman y podemos obtenerla sumando el valor de cada caja del histograma que, de manera aproximada, en este caso son 1 400 viviendas.

C2. Una variable estadística es una característica que se estudia de una población para realizar un estudio estadístico. Tenemos dos tipos de variables:

Cualitativas: toman valores no numéricos como el color de los ojos.

Cuantitativas: toman valores numéricos, que podrán ser discretos si la variable solo puede tomar valores determinados por ejemplo la edad, o continuas si pueden tomar cualquier valor comprendido entre otros dos valores como la estatura.

C3. La frecuencia absoluta n_i, de un valor determinado x_i, de una variable estadística es el número de veces que se repite dicho valor.

La frecuencia relativa f_i, de un valor determinado x_i, de una variable estadística es el resultado de dividir la frecuencia absoluta de dicho valor, entre el número total de individuos de la población o muestra, N.

La frecuencia acumulada N_i, correspondiente a un valor determinado x_i, de una variable estadística es la suma de las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales que dicho valor.

La frecuencia relativa acumulada F_i, correspondiente a un valor determinado x_i, de una variable estadística es el resultado de dividir la frecuencia absoluta acumulada del valor, N_i, entre el número de individuos de la población o muestra, N.

C4. Una tabla de frecuencias en una tabla donde se representan los valores de una variable, las frecuencias absolutas, relativas, absolutas acumuladas y relativas acumuladas.

La suma de las frecuencias absolutas es igual al total de datos. Y la suma de frecuencias relativas es igual a 1.

C5. Para construir un diagrama de barras utilizamos un eje cartesiano donde en el eje de abscisas situamos los diferentes valores que puede tomar la variable estadística y sobre ellos levantamos barras cuya altura será la frecuencia absoluta o la relativa, de cada valor.

En el caso de un diagrama de sectores dibujamos un círculo dividido en sectores circulares, uno para cada valor posible de la variable proporcional a la frecuencia de este.

Estos dos tipos de diagramas son útiles para representar variables cualitativas o cuantitativas discretas.

C6. Además del diagrama de barras y el de sectores, tenemos el diagrama de línea, el climograma, los pictogramas, las pirámides de población.

C7. La media aritmética de una variable estadística cuantitativa es el valor que tomaría la variable si la suma de todos sus valores se repartiera de igual forma entre los diferentes individuos de la población.

La mediana de un variable estadística cuantitativa es un valor que verifica que, una vez ordenados los datos de menor a mayor, el número de datos inferiores y superiores a este valor es el mismo.

La moda de una variable estadística es el valor que más se repite, es decir, el de mayor frecuencia absoluta.

Un ejemplo de serie de datos bimodal y población par sería: 1, 2, 3, 5, 5, 6, 7 ,7.

Los parámetros de centralización de esta serie son:

$$\overline{x} = \frac{1+2+3+5+5+6+7+7}{8} = 4,5$$

$$Me = \frac{5+5}{2} = 5$$

Mo = 5 y Mo = 7

C8. El rango es la diferencia entre el valor mayor y el valor menor de la variable. Puede resultar útil para saber como de próximos o dispersos están los valores de la variable.

C9. La varianza s^2, es un parámetro de dispersión que se utiliza para medir lo alejados que están los datos de la media aritmética.

La calculamos mediante:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + ... + (x_N - \overline{x})^2}{N}$$

Así pues, la varianza de la serie: 2, 4, 8, 16, 32, 64 es: $s^2 = 469$

C10. La desviación típica se calcula como la raíz cuadrada de la varianza. La ventaja que tiene la desviación típica es que tiene las mismas unidades que la variable estadística.

PARA PRACTICAR

28. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Los nacidos en enero. Los que llevan gafas.

b) Personas mayores de 30 años. Personas casadas.

c) Coches con matriculación no europea. Coches azules.

d) Supermercados a más de medio kilómetro. Pertenecientes a una cadena.

e) Bebés de ojos claros. Nacidos después de junio.

29. Las respuestas son las siguientes.

a) No. Los alumnos de 2º de ESO tienen características diferentes de los alumnos de otros cursos.

b) No. Se necesitarían profesores de todas las franjas de edad.

c) Sí. Al coger un aula de cada clase se tiene en cuenta las que están en todos los niveles.

30. La clasificación es la siguiente:

a) Cuantitativa discreta

b) Cualitativa

c) Cuantitativa discreta

d) Cuantitativa discreta

e) Cuantitativa discreta.

f) Cualitativa

g) Cualitativa continua.

h) Cualitativa continua.

31. La tabla de frecuencias es la siguiente:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
1	2	0,064	2	0,064
2	5	0,161	7	0,226
3	5	0,161	12	0,387
4	5	0,161	17	0,548
5	1	0,032	18	0,581
6	2	0,064	20	0,645
7	6	0,193	26	0,839
8	3	0,096	29	0,935
9	2	0,064	31	1

32. La tabla completa es la siguiente:

país	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
España	50	0,125
Francia	100	0,25
Marruecos	150	0,375
Portugal	100	0,25

33. Construimos una tabla. Llamamos a los diferentes valores A, B, C, D y E.

Para obtener las frecuencias relativas restaremos las frecuencias relativas acumuladas consecutivas:

$f_i = F_i+1-F_i$.

Para calcular las frecuencias absolutas: $n_i = N \cdot f_i$.

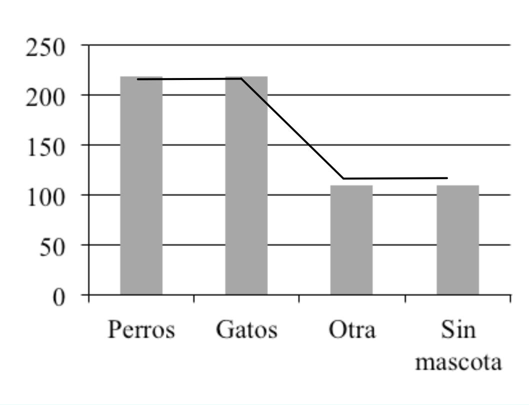
	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
Valor A	321	0,1
Valor B	642	0,2
Valor C	642	0,2
Valor D	642	0,2
Valor E	963	0,3

34. Las frecuencias relativas de personas encuestadas que prefieren perros y que prefieren gatos es la misma: 1 / 3 ≈ 0,333. La frecuencia de personas encuestadas que prefieren no tener mascota es 1 / 6 ≈ 0,167.

35. Las frecuencias absolutas son:

Perros y gatos: $\frac{654}{3} = 218$

Sin mascota y otras: $\frac{654}{6} = 109$



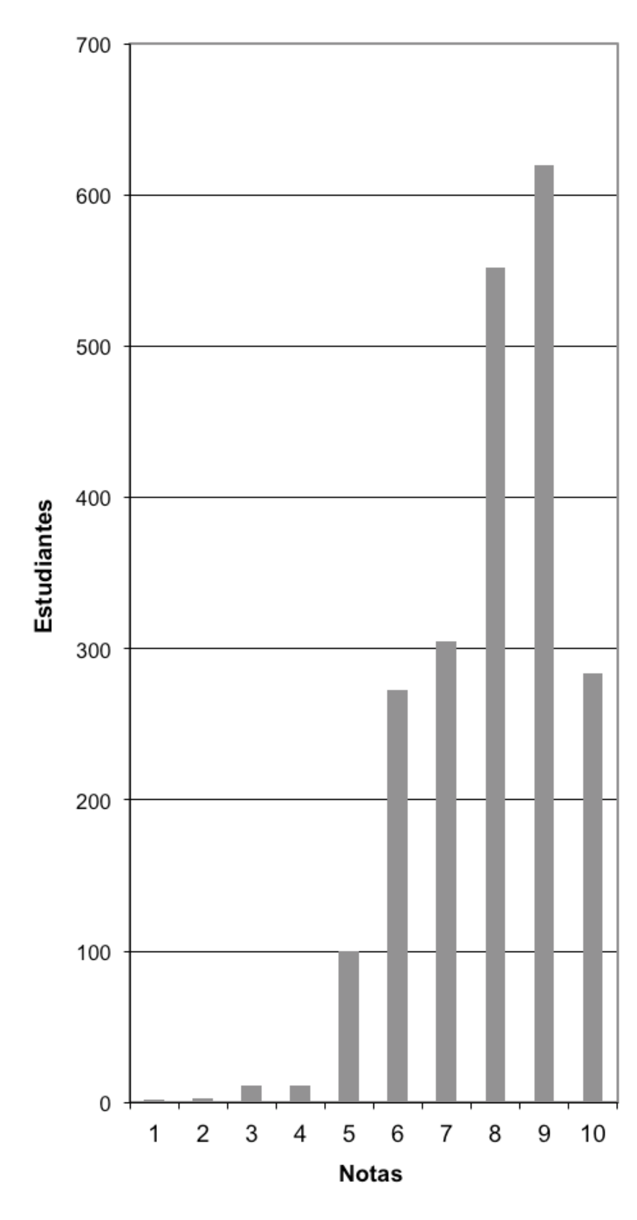
36. Suponiendo que tenemos 2 161 estudiantes:

a) Las frecuencias absolutas son las siguientes:

Nota	F. Abs.
1	2
2	3
3	11
4	11
5	100

Nota	F. Abs.
6	273
7	305
8	552
9	620
10	284

b) El diagrama de barras es el siguiente:



c) 1761 estudiantes tienen una nota por encima de 6. 1477 estudiantes han obtenido notas entre 7 y 9.

37. Las respuestas son las siguientes:

a) El día con mayor número de asistentes fue el sábado con 450 espectadores. El día con menos número de asistentes fue el lunes con 100 espectadores.

b) A medida que se acerca el fin de semana la asistencia aumenta. A mitad de semana puede verse un pico de asistentes, debido seguramente a que el miércoles será el día del espectador en este cine.

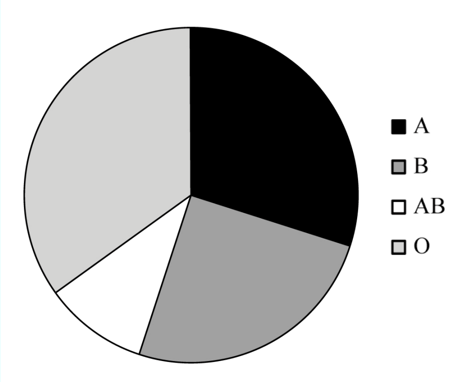
38. Las respuestas son las siguientes:

a) El total de estudiantes es 100.

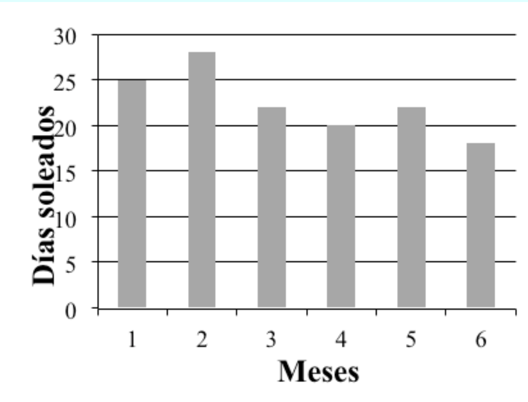
b) Las frecuencias son las siguientes:

G. sanguíneo	frec. absoluta	frec. relativa
A	30	0,3
B	25	0,25
AB	10	0,1
O	35	0,35

c) El diagrama de sectores es:



39. Los diagramas correctos serían el diagrama de barras o el de línea. A modo de ejemplo el diagrama de barra es el siguiente:



40. Las medias son:

a) 10

b) 3 333

41. Las medias para cada caso son:

a) $\overline{x} = \frac{161}{9} = 17,\widehat{8}$

b) $\overline{x} = \frac{260}{9} = 28,\widehat{8}$

c) $\overline{x} = \frac{368}{9} = 40,\widehat{8}$

42. Resuelto por el libro.

43. Seguimos el mismo procedimiento que en el ejercicio anterior, y sabiendo que la suma de los elementos de la serie es: 45 + x

a) x = 69 – 45 = 24

b) x = 96 – 45 = 51

c) x = 61,2 – 45 = 16,2

44. La media aritmética de los 20 primeros números naturales es: 10,5.

a) La media de los 22 primeros números naturales es 11,5. De los 26 primeros es 13,5. De los 32 primeros es 16,5.

b) Podemos observar que al sumar una serie formada por los naturales consecutivos y con un número par de elementos, la media de esta es la suma ponderada del valor máximo y el valor mínimo.

45. Las medias que obtenemos son 38,56 si las frecuencias absolutas son diferentes para cada valor y 40 si los valores solo se repiten una vez.

Esto es porque si calculamos la distancia entre la mediana y los valores por encima y por debajo de ella es:

Me = 42,5

| 13- Me | = 29,5 | 68 – Me | = 25,5

| 21 – Me | = 21,5 | 53 – Me | = 10,5

Son mayores las distancias a los dos.

46. Las medianas son las siguientes:

a) 15   b) (83 + 111) / 2 = 97   c) 37

47. Ordenamos la serie en orden creciente para ver en que lugar quedaría x:

12, 32, 42, 65, 72

Si la mediana debe ser mayor a 42, podemos escoger cualquier valor siempre que x < 42.

48. La mediana de los 5 primeros números naturales es: 3.

a) De los 7 primeros la mediana es: 4. Con 11 la mediana que obtenemos es 6. De los 17 primeros es 9.

b) Podemos ver que al sumar una serie de naturales consecutivos la mediana la encontraremos haciendo la suma ponderada del valor máximo y el mínimo de la serie. Igual que pasaba con la media aritmética.

49. La moda de cada serie son las siguientes:

a) Mo = 1   b) Mo = 5   c) Mo = 4, Mo = 11

50. Con la tabla dada donde tenemos datos con bastante extremos podemos calcular la mediana: Me = 126

También podemos calcular la moda para ver cual es la prenda más repetida, que es este caso es la pana.

51. En los dos casos son series con número de elementos impares con lo que el elemento central será la mediana, y puesto que se nos dice que la mediana y la media deben ser iguales, en las dos series se cumplirá que:

$\overline{x}$ = Me = x

a) $\overline{x} = \frac{40+x}{5} \rightarrow 4x = 40 \rightarrow x = 10$

b) $\overline{x} = \frac{55+x}{5} \rightarrow 4x = 55 \rightarrow x = \frac{55}{4} = 13,75$

52. La media aritmética y el elemento que falta serán iguales con lo que calculamos.

a) $\overline{x} = \frac{64+x}{9} \rightarrow 8x = 64 \rightarrow x = 8$

b) $\overline{x} = \frac{120+x}{11} \rightarrow 10x = 120 \rightarrow x = 12$

53. Buscamos la media de la serie sin el elemento que desconocemos: 3, 3, 4, 5, 6, 6, 8, 11, 11, 12 → Me = 6, ya coincide con una de las modas de la serie.

Así pues si hacemos x = 6, con lo que mantenemos los dos parámetro iguales.

54. Los parámetros de dispersión de esta serie son los siguientes:

Rango: 34 – 14 = 20

Varianza: $s^2 = \dfrac{548,09}{24,09} \approx 22,78$

Desviación típica: $s = \sqrt{22,78} \approx 4,77$

55. Dado que las dos series tienen el mismo número de elementos, para saber la dispersión podemos simplemente calcular el rango de cada una, y la de mayor rango será la más dispersa.

A: 72 – 49 = 23

B: 93 – 50 = 43

La de mayor dispersión será la B.

Calcularemos la desviación típica de cada una de las series y la serie con una desviación típica mayor será la de mayor dispersión.

$s_A^2 = \dfrac{239,31}{61,8} \approx 15,47$ $\qquad s_B^2 = \dfrac{340,06}{72,4} \approx 18,44$

Llegamos a la misma conclusión, la serie B esta más dispersa.

56. La tabla completa es:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
13	5	65	-1,3	1,69	8,45
14	13	182	-0,3	0,09	1,17
15	10	150	0,7	0,49	4,9
16	2	32	1,7	2,89	5,78
	30	429			20,3

$s^2 = \dfrac{20,3}{30} \approx 0,68 \rightarrow s = \sqrt{0,68} \approx 0,82$

57. Para la serie dada la desviación típica es: $s \approx 1,28$

Para la serie obtenida al sumar 2 tenemos: $s \approx 2,37$

Para la serie obtenida al multiplicar por 5: $s \approx 16,17$

Vemos que cuanto mayores son los datos mayor es la dispersión.

PARA APLICAR

58. Buscamos que la media de informes entre los tres sea de 40, con lo que si definimos x como el número de informes que lleva Emma en cada mano:

$$40 = \frac{2 \cdot 25 + 30 + 2x}{3} = \frac{80 + 2x}{3} \rightarrow 120 - 80 = 2x \rightarrow$$

$\rightarrow x = 20$

59. Las respuestas son las siguientes:

a) Aproximadamente unos 113 estudiantes creen que se titularán.

b) Unos 88 se matricularían en Bachillerato.

60. Si analizamos de el gráfico de barras de si hacer cálculos podemos ver que el valor central estará más cerca de 3 que de 4, por lo que para saber si lo que afirma el enunciado es cierto o no podemos calcular el tamaño medio de los hogares mediante el cálculo de la media a partir de la frecuencias.

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + ... + x_p \cdot n_p}{N} = f_1 \cdot n_1 + ... + f_p \cdot n_p = 3,082$$

Por lo tanto, lo que decía el enunciado es cierto ya que la media de personas por hogar son 3.

61. Las respuestas son las siguientes:

a) La tabla de frecuencias es:

	n_i	f_i
Bocadillos	448	0,25
Bebidas	412	0,23
Ensaladas	394	0,22
Postres	323	0,18
Sopas	215	0,12

Para realizar el pictograma los alumnos escogerán un dibujo para los productos y representando cada dibujo un 2% del total vendido tendremos: 12 dibujos y medio para los bocadillos, 11 dibujos y medio para las bebidas, 11 dibujos para las ensaladas, 9 para los postres y 6 para las sopas.

b) Si la frecuencia absoluta es la cantidad de unidades del producto vendidas de manera semanal, para saber cuantos productos necesitaran diariamente de cada, teniendo en cuenta el 10% adicional, calculamos:

$$= \frac{n_i}{7} \cdot (1 + 10\%) = 1,1 \cdot \frac{n_i}{7}$$

Bocadillos: 70 Bebidas: 65 Ensaladas: 62

Postres: 51 Sopas: 34

c) Lo más probable es que no ya que con el frío del invierno aumentará la demanda de sopas y disminuirá la de ensaladas.

62. Las soluciones son las siguientes:

a) La tabla de frecuencias es:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
Sin estudios	122	0,049	122	0,049
Primarios	386	0,155	508	0,204
Sec. Obl.	683	0,274	1 191	0,478
Sec. Postobl.	324	0,13	1 515	0,608
Superiores	972	0,39	2 487	0,998
N/N	5	0,002	2 492	1

b) Los diagramas son:

Ver figura 2 en la página 12-28 de la guía.

c) Sin no contamos los encuestados que no han respondido el porcentaje de personas que con formación superior a los estudios primario es 79,4%

63. Las respuestas son las siguientes:

a) Para cada grupo la media de suspensos son:

A: 1,5 B: 0,5 C: 1,2 D: 2 E: 1,5

b) En total hay 138 alumnos, 225 asignaturas suspendidas, con lo que la media de asignaturas suspendidas por alumno es: 1,63.

c) No coincide puesto que cada clase tiene una media de suspenso diferente a las demás.

64. Resuelto por el libro.

65. La definición de media nos dice que es la nota que tendrían todos los estudiantes si se repartiera de igual forma entre todos ellos. De manera que la nueva nota media de la clase la podemos obtener haciendo la media de una alumna que hizo el trabajo y otro que no.

$$\overline{x} = \frac{7,6+(7,6+1,2)}{2} = 8,2$$

66. Las respuestas son:

a) Multiplicar cada número de una suma es lo mismo que multiplicar el resultado de la suma, de manera que la nueva media será 7 · 3 = 21.

b) La mediana, que es la media ponderada entre los dos valores centrales por la misma razón que la media será tres veces la mediana original y la moda, puesto que de nuevo todos los valores están multiplicados por tres, si es que la había, también será tres veces la anterior.

c) El rango es la diferencia entre el valor máximo y el mínimo, así que también será el triple del original.

67. Las respuestas son las siguientes:

a) Los parámetros de dispersión son:

	Equipo A	**Equipo B**
Media	7,84	7,59
Rango	5,1	1,6
Varianza	2,75	0,31
Des. Típica	1,66	0,56

b) El equipo A es el que ha obtenido los mejores resultados ya que de los dos es el que tiene la media más alta.

c) La homogeneidad de los resultados la obtenemos mediante la varianza. De los dos equipos el B es el de menor varianza, lo que nos dice que los datos están menos dispersos y por tanto son más homogéneos.

68. Las soluciones son:

a) Para cada grupo los parámetros de dispersión son:

	Grupo A	**Grupo B**
Media	5,81	5,69
Mediana	5	6
Moda	3 y 10	6 y 7
Varianza	10,62	3,83
Des. Típica	3,26	1,96

b) Analizando los datos podemos ver que el grupo A tiene una media más alta y una de las modas es 10, por lo que podría argumentarse que el grupo con mejores resultados es este, pero si nos fijamos en las varianzas, la del grupo A es muy superior indicando que los resultados son más dispersos, es decir, que las notas son más extremadas y habrá suspendido más gente que en el grupo B donde, aunque la media es menor, la varianza también es mucho menor indicando unas notas más cercanas a esta, por lo que tendremos más estudiantes aprobados. Con esta conclusión es válido afirmar que los mejores resultados son los del grupo B.

PARA AMPLAR

69. Las respuestas son:

a) La media y desviación típica de cada estudiante son:

	Carla	Lucía	Andrea	Irene
Media	8,35	6,53	7,3	9,4
Des. Típica	0,72	1,43	1,45	0,36

La más regular de las 4 es Irene dado que tiene la desviación típica menor.

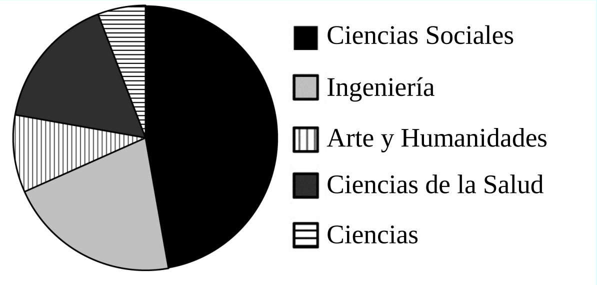
b) La media y desviación típica de cada parte son:

	Realización	Contenido	Exposición
Media	7,7	8,1	7,89
Des. Típica	1,59	0,9	1,89

Los resultados han estado menos dispersos en la parte del contenido.

70. Las soluciones son las siguientes:

a) El diagrama de sectores según la especialidad:



b) En un diagrama de barras comparativo tenemos más de una barra para cada categoría, en nuestro caso tendremos una barra para hombres y otra para mujeres.

Ver figura 3de la página 12-28 de la guía.

71. Resuelto por el libro.

72. Las soluciones son:

a) La tabla de frecuencias es la siguiente:

	Grupo A	**Grupo B**
[10, 20)	1	0
[20, 30)	3	3
[30, 40)	2	1
[40, 50)	1	3
[50, 60)	5	5
[60, 70)	3	3
[70, 80)	4	7
[80, 90)	4	2
[90, 100)	2	1

b) Mostramos los parámetros de dispersión de cada grupo en una tabla:

	Grupo A	Grupo B
Media	60,64	63,8
Des. Típica	23,79	20,01

El grupo más regular ha sigo el B puesto que es el que tiene una menor desviación típica.

c) *Ver figura 4 de la página 12-29 de la guía.*

DESARROLLA TUS COMPETENCIAS

1. Las 10 primeras palabras de la lista y las 10 últimas son:

orden	palabra	frec. absoluta
1.	de	9 999 518
2.	la	6 277 560
3.	que	4 681 839
4.	el	4 569 652
5.	en	4 234 281
6.	y	4 180 279
7.	a	3 260 939
8.	los	2 618 657
9.	se	2 022 514
10.	del	1 857 225
991.	proyectos	13 773
992.	flores	13 763
993.	niveles	13 759
994.	afirmó	13 758
995.	explicó	13 751
996.	n	13 748
997.	somos	13 727
998.	términos	13 719
999.	premio	13 701
1 000.	tercera	13 694

En el primer grupo tenemos preposiciones, determinantes, conjunciones y pronombres, mientras que en el segundo grupo tenemos nombres, formas verbales, la letra *n*, que en matemáticas es cualquier número indeterminado y un adjetivo.

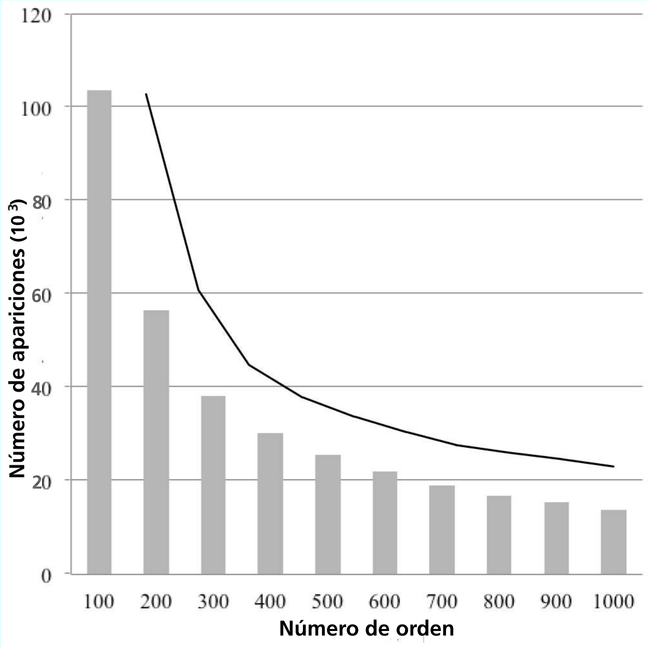
Esta diferencia es debida a la forma en la que la lengua construye las frases. La mayoría de nombres siempre van acompañados de un determinante o una preposición, para conectar frases hacemos servir las conjunciones y para elidir palabras y para hacer el lenguaje más económico hacemos uso de los pronombres.

En cambio, el uso de nombres y formas verbales depende siempre del contexto de la frase, de manera que su uso es mucho más específico.

2. a) Teniendo en cuenta que el total de palabras son 152 millones de términos.

palabra	orden (i)	frec. absoluta (n_i)	frec. relativa (f_i)
menos	100	103 498	$68{,}09 \cdot 10^{-5}$
nuestro	200	56 307	$37{,}04 \cdot 10^{-5}$
cierto	300	37 979	$24{,}99 \cdot 10^{-5}$
ciento	400	30 146	$19{,}83 \cdot 10^{-5}$
calidad	500	25 597	$16{,}84 \cdot 10^{-5}$
cantidad	600	21 812	$14{,}35 \cdot 10^{-5}$
habrá	700	18 951	$12{,}47 \cdot 10^{-5}$
creación	800	16 777	$11{,}04 \cdot 10^{-5}$
busca	900	15 280	$10{,}05 \cdot 10^{-5}$
tercera	1 000	13 694	$9{,}01 \cdot 10^{-5}$

b) El diagrama de barras y el polígono de frecuencias son los siguientes:



Nuestro polígono de frecuencias toma la forma de una función decreciente, de manera exponencial.

c) Añadiendo la columna C_i.

palabra	orden (i)	frec. absoluta (n_i)	$C_i = n_i \cdot i$
menos	100	103 498	10 349 800
nuestro	200	56 307	11 261 400
cierto	300	37 979	11 393 700
ciento	400	30 146	12 058 400
calidad	500	25 597	12 798 500
cantidad	600	21 812	13 087 200
habrá	700	18 951	13 265 700
creación	800	16 777	13 421 600
busca	900	15 280	13 752 000
tercera	1 000	13 694	13 694 000

d) La media aritmética es 12 508 230 y la desviación típica es 1 115 276.

e) La relación entre la desviación típica y la media es $\frac{s}{\overline{C}} = 0,089$ por lo que podemos afirmar que en castellano se cumple la ley de Zipf.

EVALUACIÓN DE ESTÁNDARES

1. La población son todos los restaurantes de la ciudad. Tomar una muestra será necesario dependiendo de los recursos que tengamos para el estudio y lo grande que sea la ciudad. Una posible muestra para el estudio sería coger de manera aleatoria un número determinado de restaurantes de cada barrio de la ciudad.

2. Cualitativas: lugar de nacimiento y sexo.

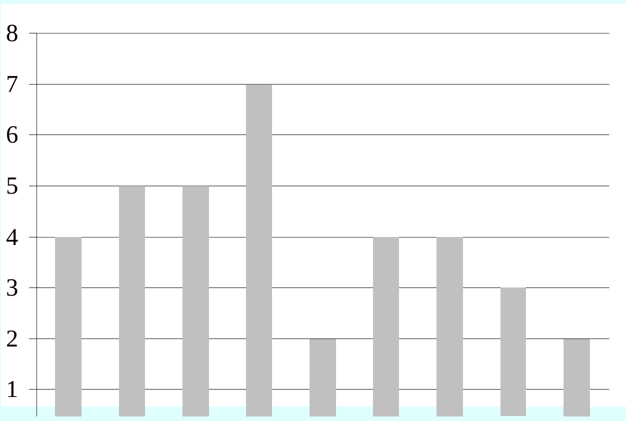
Cuantitativas discretas: edad y año de nacimiento.

Cuantitativas continuas: altura y peso.

3. La tabla de frecuencias es la siguiente:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
1	4	0,11	4	0,11
2	5	0,14	9	0,25
3	5	0,14	14	0,39
4	7	0,19	21	0,58
5	2	0,06	23	0,64
6	4	0,11	27	0,75
7	4	0,11	31	0,86
8	3	0,08	34	0,94
9	2	0,06	36	1

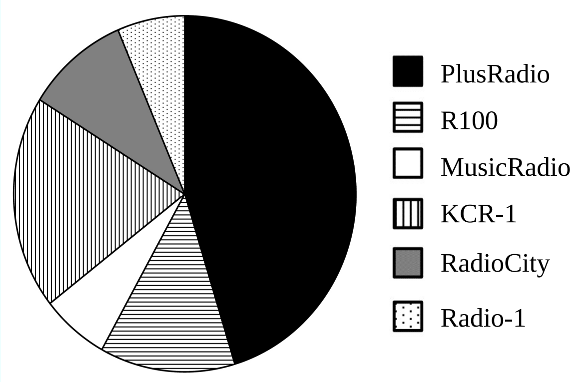
4. El diagrama de barras es:



5. La tabla de frecuencias es:

x_i	n_i	f_i
PlusRadio	350	0,45
R100	100	0,13
MusicRadio	50	0,06
KCR-1	150	0,19
RadioCity	75	0,10
Radio-1	50	0,06

El diagrama de sectores es:



6. Los parámetros de centralización y de dispersión son los siguientes:

$$\overline{x} = \frac{1+4+9+16+25+36+49+64+81+100}{10} =$$

$$= \frac{385}{10} = 38,5$$

Me = (25 + 36) : 2 = 30,5

Rec = 100 – 1 = 99

Todos tienen la misma frecuencia, por lo tanto, cualquier valor es *moda*.

$s^2 = 1\,051,05$

$s = 32,42$

7. Las respuestas son las siguientes:

a) La tabla de frecuencias es la siguiente:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
25	1	0,05	1	0,05
31	3	0,15	4	0,2
33	1	0,05	5	0,25
34	2	0,1	7	0,35
35	3	0,15	10	0,5
36	2	0,1	12	0,6
37	3	0,15	15	0,75
38	2	0,1	17	0,85
39	2	0,1	19	0,95
40	1	0,05	20	1

b) Los parámetros son:

$\overline{x} = 35,05$

Me = (35 + 36) : 2 = 35,5

Modas: 35 y 37

Re = 40 – 25 = 15

$s^2 \approx 12,15$

$s \approx 3,49$

Los datos ciertamente parecen bastante centrales alrededor de la media, pero el hecho de tener un valor tan extremo como 25 aumenta la dispersión, sin él obtendríamos una $s \approx 2,68$.

8. El tiempo medio también se doblará.

Si llamamos x_i a las horas que han dedicado los *n* participantes la semana anterior, entonces:

$$\frac{2x_1+2x_2+2x_3+...+2x_n}{n}=\frac{2\cdot(x_1+x_2+x_3+...+x_n)}{n}=$$
$$=2\cdot\overline{x}=2\cdot 2{,}3=4{,}6\text{ h}$$

9. Suponiendo que cada pregunta puede valer 10 puntos:

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6}{6}=4$$
$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=24$$
$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9}{9}=5$$
$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9=45$$
$$24+x_7+x_8+x_9=45$$

Puesto que buscamos la media para cada pregunta de las 3 que le quedan hacemos el cambio:

$$x_7+x_8+x_9=3\overline{x}$$
$$24+3\overline{x}=45\rightarrow 3\overline{x}=21\rightarrow \overline{x}=7$$

Esperanza deberá sacar de media un 7 en las 3 preguntas que le quedan.

10. Las soluciones son las siguientes:

a) Para Pedro la media es 7,1 y la desviación típica 2,29.

Para Marcos la media es de 7,2 y la desviación típica de 1,43.

b) Marcos ha sido el más regular puesto que su desviación típica es menor.

ESTRATEGIA E INGENIO

En el campo de fútbol

Buscamos en forma de cociente el porcentaje de asistentes partidarios del equipo local y los que están en tribuna.

$$13,\underline{4}=\frac{121}{9}\qquad 7,\underline{51}=\frac{744}{99}$$

Si *x* es el número de espectadores que hay en el estadio:

$\frac{121}{9}\cdot\frac{x}{100}=\frac{121x}{900}=\frac{11^2\cdot x}{(2\cdot 3\cdot 5)^2}$ son partidarios del equipo local.

$\frac{744}{99}\cdot\frac{x}{100}=\frac{62x}{825}=\frac{2\cdot 31\cdot x}{3\cdot 5^2\cdot 11}$ están en tribuna.

Por lo tanto, *x* debe ser múltiplo de 900 y 825.

Como m.c.m (900, 825) = $2^2\cdot 3^2\cdot 5^2\cdot 11=9.900$

Como el estadio está casi lleno, la solución es el múltiplo de 9.900 más próximo a 20.000.

Por lo tanto, la solución es que en el estadio había 9.900 · 2 = = 19.800 espectadores pues 9.900 · 3 = 29.700 > 20.000.

Humor estadístico

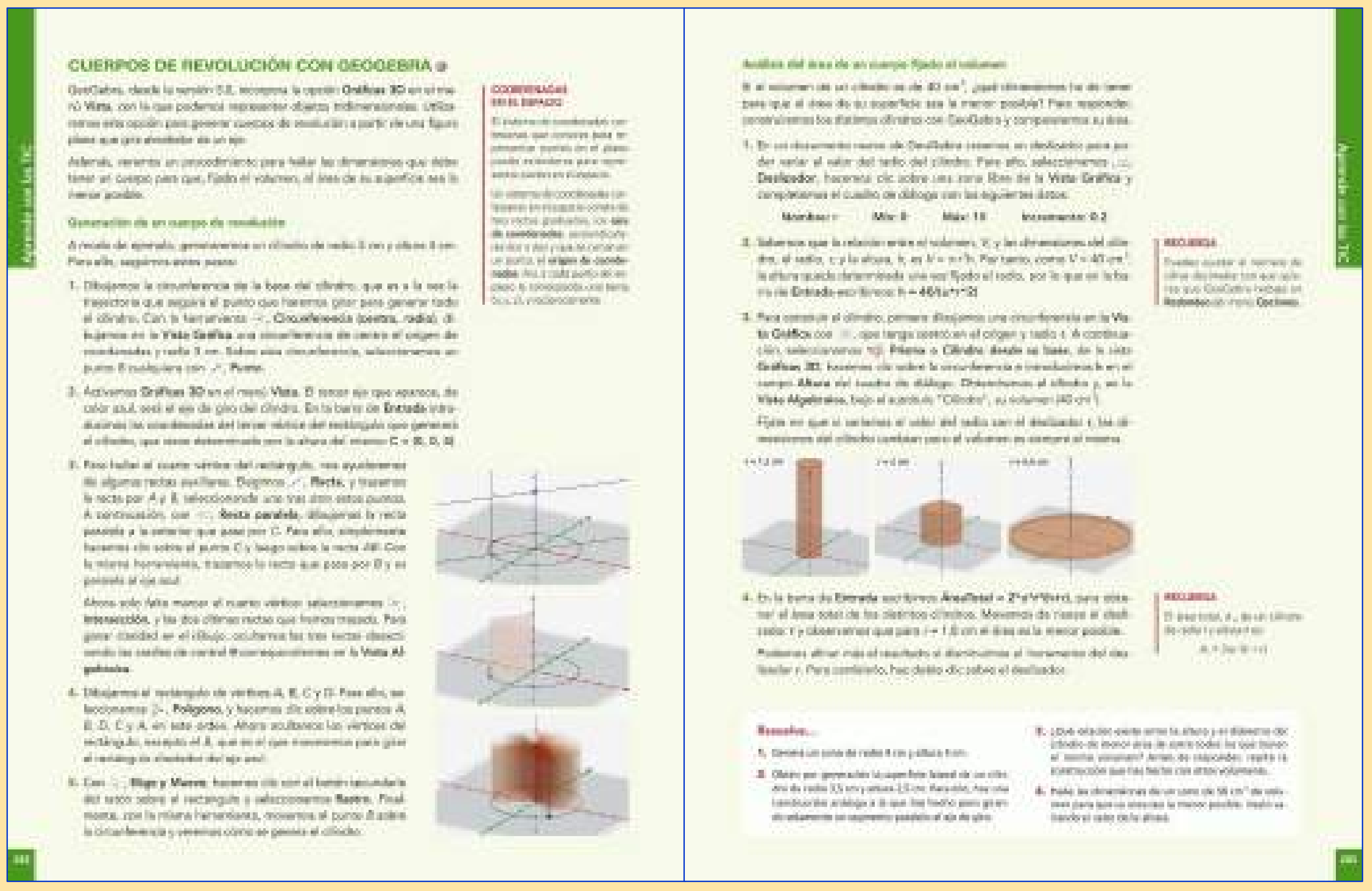
a) Ciertamente la tasa de mortalidad en los hospitales es mucho mayor que en cualquier otro lugar, pero esto es debido a que es el sitio al que van las personas cuando estamos gravemente enfermas o heridas.

b) Si calculamos la edad que tendría en 2016 una persona que nació en 1830, obtenemos que esta persona tendría 186 años, mucho más de lo que una persona puede llegar a vivir. Así pues, comiesen o no pepinillos esta gente ya esta muerta, no podemos afirmar que exista una correlación entre los pepinillos y las defunciones.

c) La expresión no hace referencia a una persona en concreto de las muchas que hay en Nueva York, sino a una persona de entre los millones que existen, con lo que es válido decir que en Nueva York se atropellan 6 personas por hora o 144 por día.

d) La definición de media nos dice que es el valor que tomaría una variable estadística si la suma de todos sus valores se repartiera de igual forma entre los diferentes individuos de una población. En este caso la variable sería el pollo y la población las dos personas a las cuales les tocaría medio pollo a cada una, pero puesto que una de ellas ya se lo habría comido, no hay nada a repartir y no tiene sentido calcular la media.

Otro ejemplo de estos usos incorrectos de la estadística podría ser: La probabilidad de tener un accidente de tráfico aumenta con el tiempo que pasas en la calle. Por tanto, cuanto más rápido circules, menor es la probabilidad de que tengas un accidente.


CUERPOS DE REVOLUCIÓN CON GEOGEBRA

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 3.* Formular y expresar argumentos propios de manera convincente y adecuada al contexto para explicar y justificar la respuesta dada.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1, 2.* Identificar las figuras geométricas y ser capaza de utilizar GeoGebra para desarrollar estratégias de resolución, siendo capaz de reproducirlos.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Simulación con GeoGebra*. Desarrollar la capacidad de construir una simulación de un experimento con el programa GeoGebra, para constituir figuras en tresdimensiones, potenciando la habilidad para analizar, comprobar y representar gráficamente el resultado.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 4.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos sobre GeoGebra y geometría, siendo creativo, flexible en los planteamientos y perseverante en la solución.

■ *Act. 3.* Identificar en la realización del problema las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional y creativa, para trabajar la confianza en uno mismo.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Página 283

1. Actividad personal. Seguiremos los pasos indicados en la página 282 para obtener un cono cuyo radio sea 4 cm y su altura, 5 cm.

2. Actividad personal. Repetiremos los pasos de la pág. 282 para obtener ahora un cilindro de 3,5 cm de radio y 2,5 cm de altura. Obtenemos que su superficie lateral es 54,98 cm^2, que coincide exactamente con el resultado de aplicar la fórmula $A_{lat} = 2\pi rh$.

3. Actividad personal. Según el procedimiento explicado en la página 283 podemos dibujar diferentes cilindros con un mismo volumen. Si modificamos el valor del radio con el deslizador, es fácil comprobar que a mayor altura, el diámetro del cilindro disminuye según la fórmula $h = V/\pi(d/2)^2 = 4V/\pi d^2$

Por ejemplo, supongamos un cilindro de volumen fijo de 40 cm^3. Sus dimensiones para que el área sea mínima son r = 1,8 cm y h = 3,93 cm. Así, relación entre la altura y el diámetro es 3,93/(2·1,8) = 1,1.

4. Dibujamos con el GeoGebra un cilindro con un volumen de 50 cm^3. Creamos un deslizador con el valor de la altura y lo vamos modificando para determinar gráficamente las dimensiones del cono para que su área sea la menor posible. Estos valores son h = 4,91 cm y r = 1,8 cm.

Soluciones (continuación)

(Viene de la página 12-7 de la guía)

Horas empleadas: 6 → $n_i = 2$ → $f_i = 8\%$

Horas empleadas: 7 → $n_i = 5$ → $f_i = 20\%$

Horas empleadas: 8 → $n_i = 5$ → $f_i = 20\%$

Horas empleadas: 9 → $n_i = 4$ → $f_i = 16\%$

Horas empleadas: 10 → $n_i = 3$ → $f_i = 13\%$

11. La tabla es la siguiente:

Horas deporte	n_i	f_i
0	1	0,0625
1	2	0,125
2	1	0,0625
3	6	0,375
4	3	0,1875
6	2	0,125
7	1	0,0625

12. La tabla completa es la siguiente:

x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
0	1 230	0,065 6	1 230	0,065 6
1	5 515	0,293 9	6 740	0,359 5
2	9 803	0,523 0	16 543	0,882 5
3	2 202	0,117 5	18 745	1

Página 265

13. Los diagramas son los siguientes:

Ver la figura 1 de la página 12-27

14. Para saber el ángulo que corresponde a una frecuencia relativa de 0,2 calculamos:

$\alpha_i = 360° \cdot f_i = 360° \cdot 0,2 = 72°$

Para saber la frecuencia relativa correspondiente a 120° hacemos el siguiente cálculo:

$$f_i = \frac{\alpha_i}{360°} = \frac{120°}{360°} = \frac{1}{3} \approx 0,667$$

(Viene de la página 12-11 de la guía)

Si los parámetros coincidentes fuesen la mediana y la moda la característica que podríamos remarcar de esa serie es que el valor central es el más repetido.

21. Sabiendo que los tres parámetros de centralización valen 24 podemos empezar por imponer la moda, y viendo que ningún dato está repetido, con que uno de los dos parámetros a ó b sean 24 basta, podemos expresar esta posibilidad como: a + b = 24 + x

Por otro lado deberá cumplirse que la media aritmética también sea 24, por lo que:

$$24 = \frac{15+18+20+a+24+b+28+29+32}{9}$$

$24 \cdot 9 = 166 + a + b = 166 + 24 + x = 190 + x$

$x = 216 – 190 = 26$

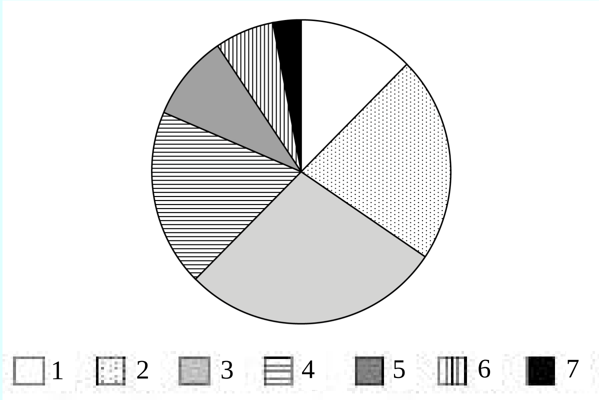
Con lo que concluimos que a = 24 y b = 26 haciendo que automáticamente se cumpla que la mediana sea 24.

(Viene de la página 12-13 de la guía)

Página 273

24. Actividad personal. Al explicar este ejercicio los alumnos deberían especificar la manera en la que han obtenido las amplitudes de los sectores del diagrama, haciendo referencia a la fórmula:

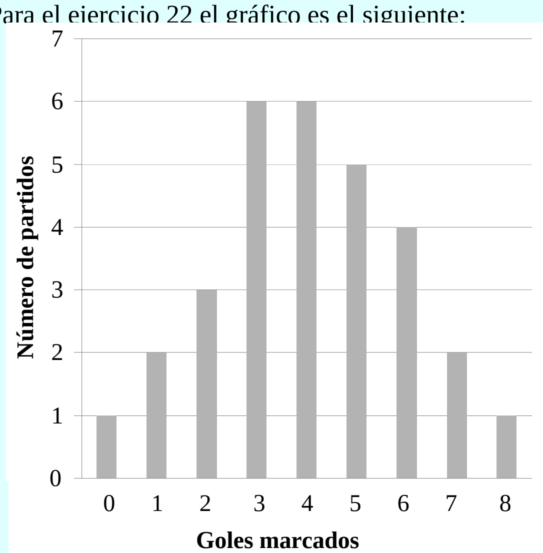
$$\alpha_i = \frac{360° \cdot n_i}{N}$$



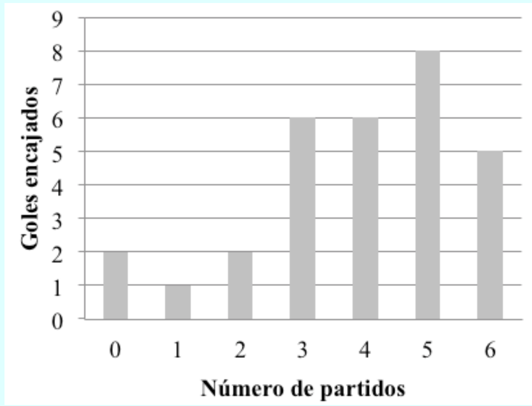
25. La varianza y la desviación típica que obtenemos es:

$$s^2 = \frac{73,47}{32} \approx 2,296 \qquad s = \sqrt{2,296} \approx 1,52$$

26. Para el ejercicio 22 el gráfico es el siguiente:



Para el ejercicio 23 el gráfico es:

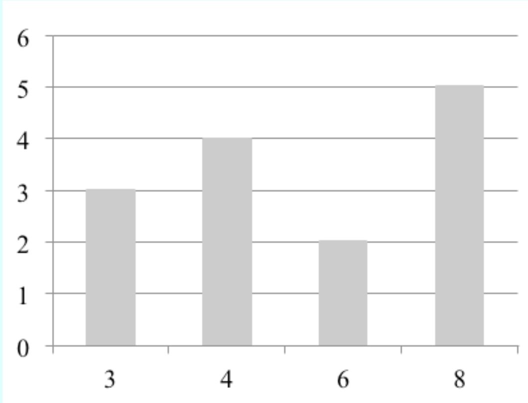


Tal y como indicaban la varianza y la desviación típica en el primer caso los el número de goles marcados está más repartido que en el caso de los goles encajados.

27. La media, la desviación típica y la gráfica de barras es la siguiente:

$$s^2 = \frac{59,2}{14} = 4,25$$

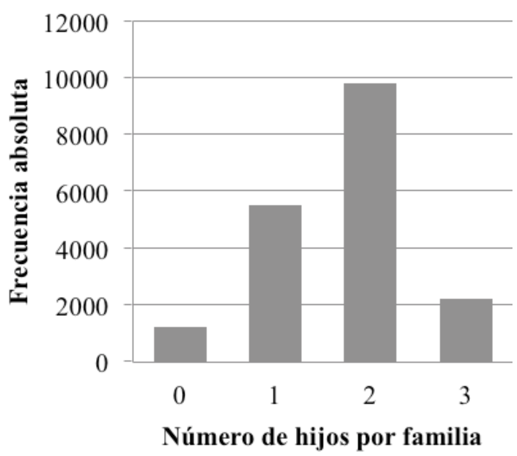
$$s = \sqrt{4,25} \approx 2,06$$



DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/749560	http://www.ine.es/explica/explica_estadymas.htm
http://www.tiching.com/749562	http://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/IntroduccionEstadisticaProbabilidad/2ESO/2_1PoblacionMuestraIndividuo.html
http://www.tiching.com/749566	http://proyectodescartes.org/Telesecundaria/matematicas2.htm
http://www.tiching.com/749569	http://www.srbarreiro.es/mat2eso.html
http://www.tiching.com/751469	http://politica.elpais.com/politica/2016/06/30/actualidad/1467280825_063213.html
http://www.tiching.com/751470	http://www.lavanguardia.com/deportes/20160606/402323658395/espana-la-seleccion-mas-baja-inglaterra-la-mas-joven.html
http://www.tiching.com/751471	http://www.elmundo.es/sociedad/2016/06/23/576bab80e5fdea99418b457b.html

FIGURA 1



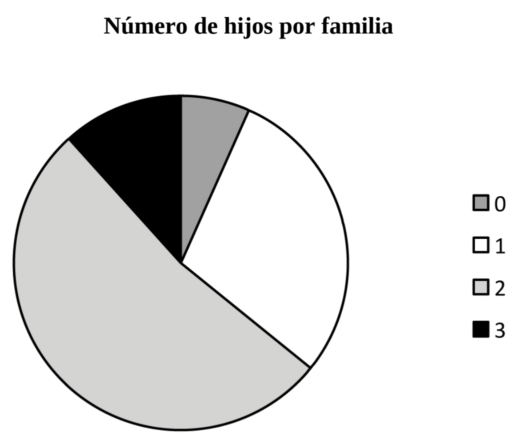
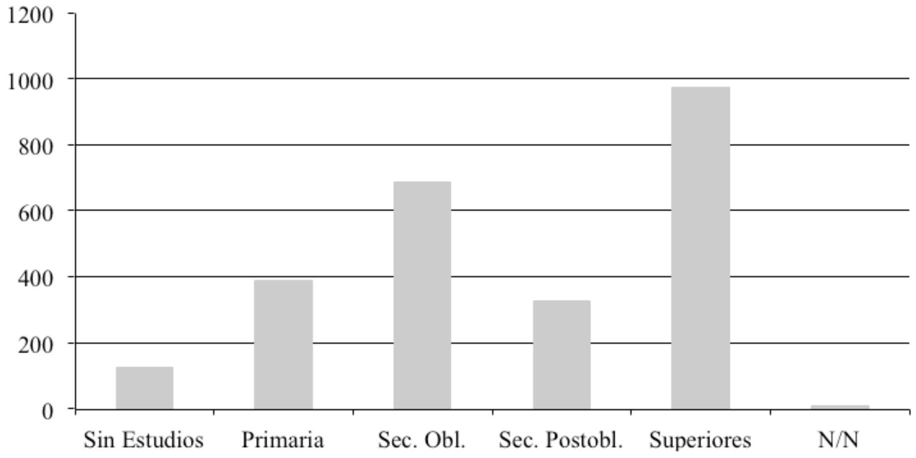


FIGURA 2



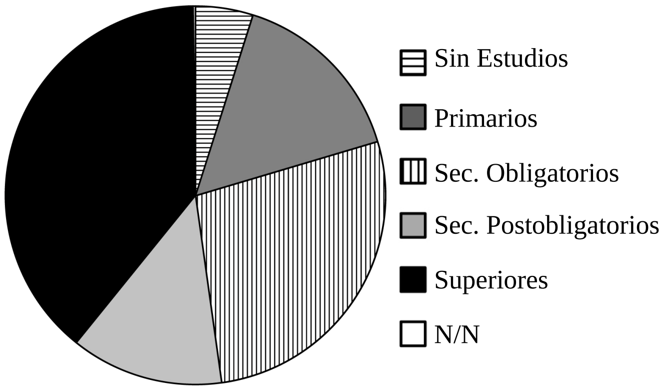


FIGURA 3

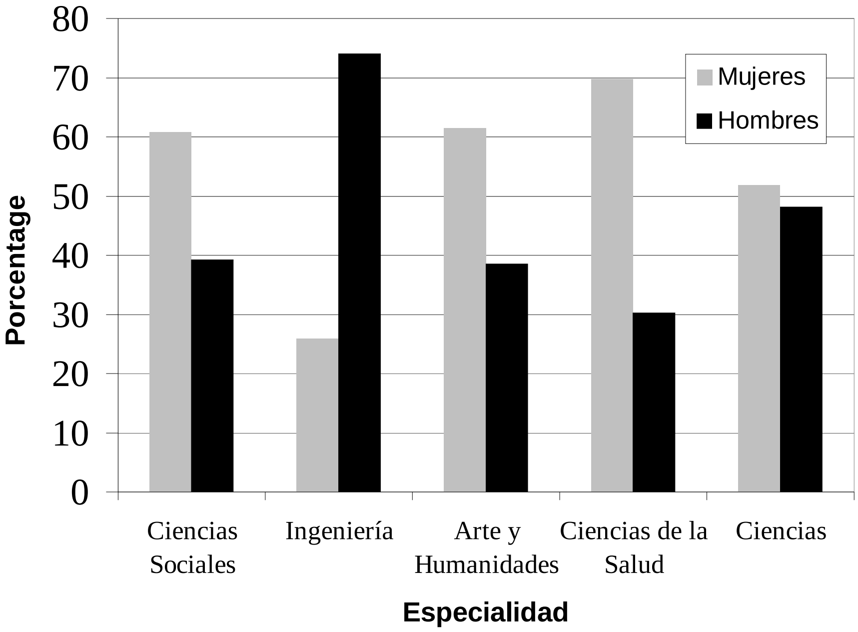
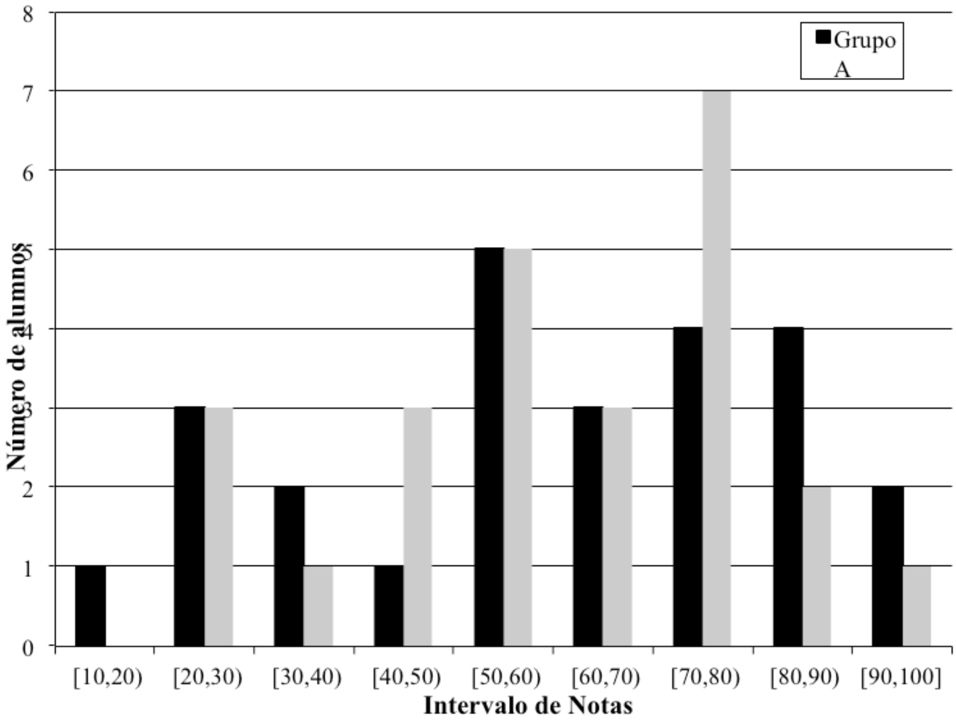


FIGURA 4



8
7
6
5
4
3
2
1
0
Número de alumnos
Grupo A
[10,20)
[20,30)
[30,40)
[40,50)
[50,60)
[60,70)
[70,80)
[80,90)
[90,100]
Intervalo de Notas