MATEMÁTICAS
2.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 12. Triángulos. Teorema de Pitágoras

Unidad 12. Triángulos. Teorema de Pitágoras

SOLUCIONES PÁG. 235

1 Indica cuál de estas ternas puede formar triángulos:

Para formar un triángulo se debe cumplir que el lado mayor sea menor que la suma de los otros dos lados.

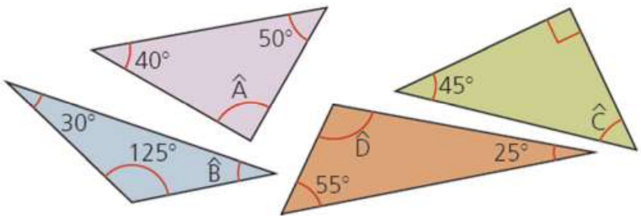
a. 5 cm, 7 cm, 13 cm
Sí, porque $5 + 7 < 13$.

b. 16 cm, 11 cm, 6 cm
No, porque $11 + 6 \not< 16$.

c. 8 cm, 13 cm, 5 cm
No, porque $8 + 5 \not< 13$.

d. 1 cm, 3 cm, 2 cm
No, porque $1 + 2 \not< 3$.

2 Halla el valor de los ángulos desconocidos de los siguientes triángulos:



Los ángulos de un triángulo suman 180°.

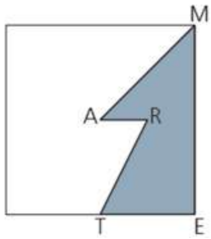
- $40^{\circ}+50^{\circ}+\hat{A}=180^{\circ}\Rightarrow\hat{A}=90^{\circ}$
- $30^{\circ}+125^{\circ}+\hat{B}=180^{\circ}\Rightarrow\hat{B}=25^{\circ}$
- $45^{\circ}+90^{\circ}+\hat{C}=180^{\circ}\Rightarrow\hat{C}=45^{\circ}$
- $55^{\circ}+25^{\circ}+\hat{D}=180^{\circ}\Rightarrow\hat{D}=100^{\circ}$

3 ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo rectángulo isósceles?

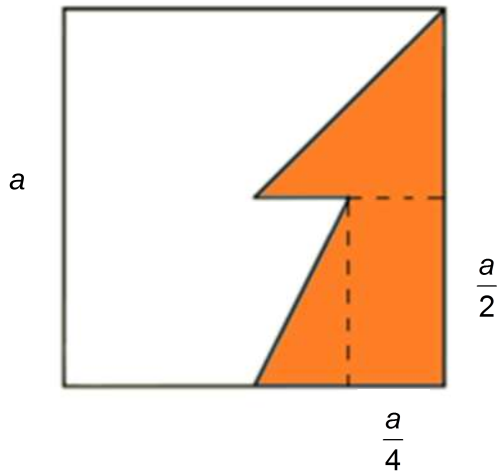
Al ser rectángulo, uno de los ángulos mide 90º. Además, es isósceles, lo que significa que los otros dos ángulos miden lo mismo. Como la suma de los ángulos interiores de un triángulo mide 180º, se tiene que:
$180^{\circ} = 90^{\circ} + x^{\circ} + x^{\circ} \Rightarrow x^{\circ} = 45^{\circ}$.

Los ángulos miden 90º, 45º y 45º.

4 Dentro del cuadrado de centro A está la figura MARTE. El punto T es el punto medio de un lado, y R está a igual distancia de A que del lado ME. Si el área del cuadrado es 1 m^2, ¿qué área tiene MARTE?



Para calcular el área de MARTE descomponemos la figura en otras más sencillas.



El área del cuadrado es $A = a^2 \Rightarrow A = 1$ m^2

- El área del triángulo superior es: $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{a^2}{8}$

  Como $a^2 = 1 \Rightarrow A = \frac{a^2}{8} = \frac{1}{8}$

- El área del triángulo inferior es: $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{\frac{a}{4} \cdot \frac{a}{2}}{2} = \frac{a^2}{16}$

  Como $a^2 = 1 \Rightarrow A = \frac{a^2}{16} = \frac{1}{16}$

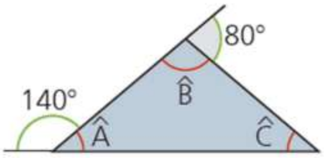
- El área del rectángulo inferior es: $A = b \cdot h \Rightarrow A = \frac{a}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$

  Como $a^2 = 1 \Rightarrow A = \frac{a^2}{8} = \frac{1}{8}$

La suma de las áreas calculadas es $A_{\text{MARTE}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{5}{16} \Rightarrow A_{\text{MARTE}} = \frac{5}{16}$ m^2

5 Calcula los ángulos desconocidos en estos triángulos:

a.

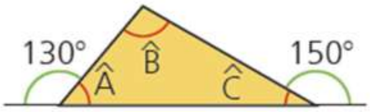


$140º + \hat{A} = 180º \Rightarrow \hat{A} = 40º$

$80º + \hat{B} = 180º \Rightarrow \hat{B} = 100º$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{C} = 40º$

b.

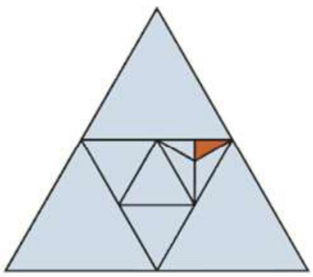


$130º + \hat{A} = 180º \Rightarrow \hat{A} = 50º$

$150º + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{C} = 30º$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{B} = 100º$

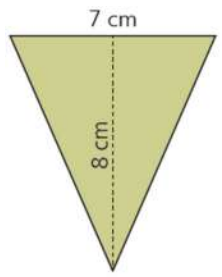
6 ¿Qué fracción de la figura representa la parte sombreada?



El área de la parte sombreada es $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{96}$ del total.

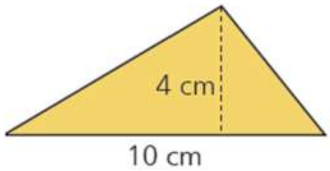
7 Halla el área de los siguientes triángulos:

a.



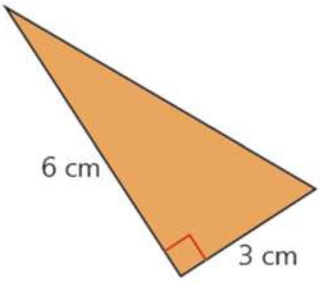
$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 \Rightarrow A = 28\,\text{cm}^2$$

b.



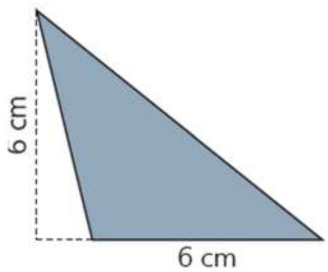
$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \Rightarrow A = 20\,\text{cm}^2$$

c.



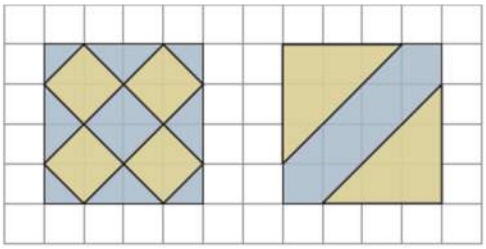
$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \Rightarrow A = 9\ \text{cm}^2$$

d.



$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \Rightarrow A = 18\,\text{cm}^2$$

8 **Halla el área de las zonas sombreadas de marrón en el interior de estos cuadrados de 8 dm de lado:**



Como el lado del cuadrado completo es 8 dm, el lado de cada cuadrado de la cuadrícula es 2 dm.

- Figura izquierda.

  El área sombreada en marrón es la misma que el área sombreada en gris. Por lo tanto es la mitad del área del cuadrado de lado 8 dm.

  $A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 8^2 = 64 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 64\ \text{dm}^2$

  Por tanto, el área sombreada en marrón es A = 32 dm^2

- Figura derecha
  Como el lado de cada cuadrado de la cuadrícula es 2 dm, los catetos de los triángulos marrones son 6 dm, con lo que el área de cada triángulo marrón es
  $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \Rightarrow A = 18\ \text{dm}^2$
  El área total (dos triángulos) es A = 36 dm^2.

SOLUCIONES PÁG. 237

9 **Comprueba si las siguientes ternas de números se corresponden con ternas pitagóricas:**
Una terna pitagórica es la que verifica el teorema de Pitágoras.

a. 4 cm, 6 cm, 8 cm

No, porque $4^2 + 6^2 \neq 8^2$

b. 10 cm, 14 cm, 12 cm

No, porque $10^2 + 12^2 \neq 14^2$

c. 8 cm, 6 cm, 10 cm

Sí, porque $6^2 + 8^2 = 10^2$

d. 15 cm, 25 cm, 20 cm

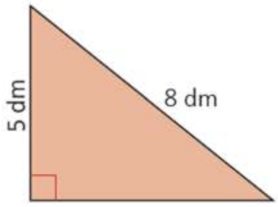
Sí, porque $15^2 + 20^2 = 25^2$

10 Completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Lados (*b*, *c*, *a*)	A_{cuadrado} sobre *b*	A_{cuadrado} sobre *c*	A_{cuadrado} sobre *a*	¿Es triángulo rectángulo?
1 m, 2 m, 3 m	1	4	9	No, porque: $9 \neq 4 + 1$
4 m, 7 m, 10 m	16	49	100	No, porque: $100 \neq 16 + 49$
4,5 m, 6 m, 7,5 m	20,25	36	56,25	Sí, porque: $56{,}25 = 20{,}25 + 36$

11 Calcula los lados desconocidos de los siguientes triángulos rectángulos:

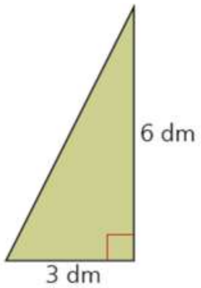
a.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 8^2 = 5^2 + c^2 \Rightarrow c = 6{,}2 \Rightarrow c = 6{,}2$ dm

b.



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 3^2 + 6^2 \Rightarrow a = 6{,}7 \Rightarrow a = 6{,}7$ dm

12 Halla la hipotenusa de los triángulos rectángulos cuyos catetos miden:
Para hallar la hipotenusa se aplica el teorema de Pitágoras: $b^2 + c^2 = a^2$

a. 7 m y 9 m

$7^2 + 9^2 = a^2 \Rightarrow 130 = a^2 \Rightarrow a = 11{,}4 \Rightarrow a = 11{,}4$ m

b. 10 m y 12 m

$10^2 + 12^2 = a^2 \Rightarrow 244 = a^2 \Rightarrow a = 15{,}6 \Rightarrow a = 15{,}6$ m

c. 11 m y 12 m

$11^2 + 12^2 = a^2 \Rightarrow 265 = a^2 \Rightarrow a = 16{,}3 \Rightarrow a = 16{,}3$ m

d. 5 m y 8 m

$5^2 + 8^2 = a^2 \Rightarrow 89 = a^2 \Rightarrow a = 9{,}4 \Rightarrow a = 9{,}4$ m

13 Determina el cateto que falta de los triángulos rectángulos cuyos lados conocidos miden:

Los catetos se calculan aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

a. 13 cm y 9 cm

$13^2 = 9^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{169 - 81} = \sqrt{88} = 9{,}38 \Rightarrow c = 9{,}38$ cm

b. 8 cm y 11 cm

$11^2 = 8^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{121 - 64} = \sqrt{57} = 7{,}55 \Rightarrow c = 7{,}55$ cm

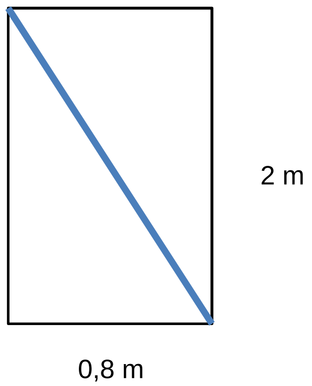
c. 1 cm y 2 cm

$2^2 = 1^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} = 1{,}73 \Rightarrow c = 1{,}73$ cm

d. 5 cm y 3 cm

$5^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow c = 4$ cm

14 Por una puerta cuyas dimensiones son 2 m de alto por 80 cm de ancho tiene que pasar un tablero de 215 cm de alto por 5 m de lado. ¿Crees que cabrá por ella?



La diagonal de la puerta se calcula aplicando el teorema de Pitágoras.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 0{,}8^2 + 2^2 = a^2 \Rightarrow 4{,}64 = a^2 \Rightarrow a = 2{,}154$ m es la medida de la diagonal de la puerta, es decir, el tablero de 2,15 cm cabe (muy ajustado, pero cabe).

15 El tamaño de las pantallas de proyección se mide por la longitud en pulgadas o en centímetros, de su diagonal. Si 1 pulgada equivale a 2,53 cm:

a. ¿Cuál es la longitud, en metros, de los lados de una pantalla cuadrada cuya diagonal mide 150 pulgadas?

150 pulgadas = 3,795 m
$l^2 + l^2 = 3{,}795^2 \Rightarrow 2l^2 = 14{,}40 \Rightarrow l = 2{,}68$ m

b. ¿Qué longitud tiene la diagonal, en pulgadas, de una pantalla cuadrada cuyos lados miden 2 m × 2 m?

$2^2 + 2^2 = l^2 \Rightarrow l = 2{,}83$ m = 283 cm

$$l = \frac{283}{2{,}53} = 111{,}86 \text{ pulgadas}$$

16 Halla el área de un triángulo rectángulo que tiene una hipotenusa de 25 cm y uno de cuyos catetos mide 15 cm.

Se halla la longitud del otro cateto aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.
$25^2 = 15^2 + a^2 \Rightarrow a = 20$ cm
El área del triángulo es:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \Rightarrow A = 150 \text{ cm}^2$$

17 Una hormiga recorre la diagonal de un cuadrado una y otra vez, porque coincide que en uno de los extremos de la diagonal hay un montón de pipas y en el otro está la entrada de su hormiguero. Considerando que hay 20 pipas en el montón y que el cuadrado tiene 40 cm de lado, ¿qué distancia recorrerá la hormiga hasta guardar todas las pipas en su hormiguero si parte de él y transporta una pipa en cada viaje?

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal del cuadrado.
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 40^2 + 40^2 = a^2 \Rightarrow a = 56{,}57$ cm.
La distancia que recorrerá la hormiga es: $2 \cdot 20 \cdot 56{,}57 = 2\,262{,}8$ cm = 2,26 m.

18 Considerando que *a*, *b* y *c* son, respectivamente, la hipotenusa y los catetos de los siguientes triángulos rectángulos, halla, en cada caso, el elemento que falta de la terna anterior, teniendo en cuenta que las medidas vienen dadas en centímetros:

a. $\boldsymbol{b = 6, c = 8}$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la hipotenusa, *a*.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow a = 10$ cm

b. $\boldsymbol{a = 5, c = 3}$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el cateto, *b*.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 5^2 = b^2 + 3^2 \Rightarrow b = 4$ cm

c. $\boldsymbol{a = 10, b = 4}$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el cateto, *c*.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 10^2 = 4^2 + c^2 \Rightarrow c = 9{,}16$ cm

d. $\boldsymbol{c = 6, b = 12}$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la hipotenusa, *a*.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 12^2 + 6^2 \Rightarrow a = 13{,}42$ cm

e. $\boldsymbol{b = 10, a = 20}$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el cateto, *c*.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 20^2 = 10^2 + c^2 \Rightarrow c = 17{,}32$ cm

f. $\boldsymbol{c = 7, a = 13}$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el cateto, *b*.

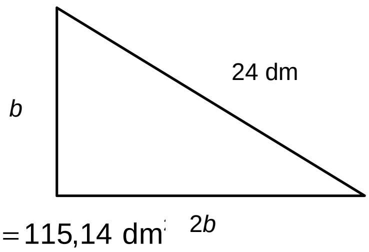
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 13^2 = b^2 + 7^2 \Rightarrow b = 10{,}95$ cm

19 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 24 dm y uno de los catetos tiene doble longitud que el otro. Halla el área del triángulo rectángulo.

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular el otro cateto.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 24^2 = b^2 + (2b)^2 \Rightarrow 24^2 = 5b^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow b = 10{,}73$ dm es la medida del cateto menor.



El cateto mayor mide $2 \cdot 10{,}73 = 21{,}46$ cm.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{21{,}46 \cdot 10{,}73}{2} = \frac{230{,}27}{2} = 115{,}14 \Rightarrow A = 115{,}14 \text{ dm}^2$$

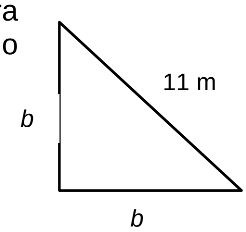
20 Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles cuya hipotenusa mide 11 m.

Un triángulo isósceles tiene dos lados iguales. Para averiguar la longitud de los catetos del triángulo rectángulo isósceles se aplica el teorema de Pitágoras.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 11^2 = b^2 + b^2 \Rightarrow 11^2 = 2b^2 \Rightarrow b = 7{,}78$ m

Se calcula el perímetro:

$P = 11 + 2 \cdot 7{,}78 = 26{,}56 \Rightarrow P = 26{,}56$ m

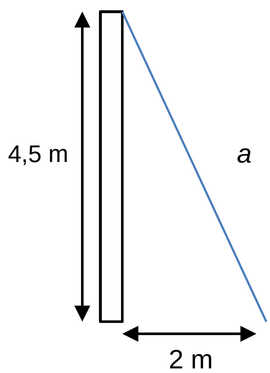


21 Para asegurar un mástil de 4,5 m de altura, se ha fijado un cable en el extremo superior del mástil y a 2 m del pie del mismo. Halla la longitud del cable.

El cable es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado. Se aplica el teorema de Pitágoras.

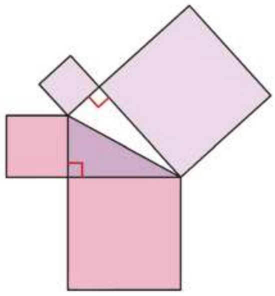
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 4{,}5^2 + 2^2 \Rightarrow a^2 = 24{,}25 \Rightarrow a = 4{,}92$ m

La longitud del cable es de 4,92 m.



22 ¿Qué pareja de cuadrados suman mayor área: los de color violeta o los rosas? Razona tu respuesta.

Suman el mismo área porque ambas sumas equivalen al cuadrado sobre la hipotenusa de cada triángulo, y la hipotenusa es la misma para ambos triángulos.



23 Visita esta página de Internet, repasa los contenidos y realiza las actividades propuestas:

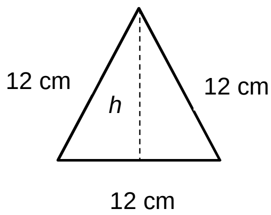
http://conteni2.educarex.es/mats/101076/contenido/

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 239

24 Halla el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 12 cm de lado.

Se calcula la altura del triángulo aplicando el teorema de Pitágoras:



$a^2 = b^2 + c^2$

$12^2 = 6^2 + h^2 \Rightarrow h = 10{,}39$ cm

Se calculan el área y el perímetro:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{12 \cdot 10{,}39}{2} = 62{,}34 \Rightarrow A = 62{,}34 \text{ cm}^2$$

$P = 12 + 12 + 12 = 36 \Rightarrow P = 36$ cm

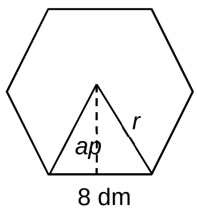
25 Calcula el perímetro y el área de un hexágono regular cuyo lado mide 8 dm.

Se calcula la apotema mediante el teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$, y teniendo en cuenta que se trata de un hexágono regular, donde el radio coincide con la longitud del lado, es decir, $r = 8$ dm:

$8^2 = 4^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 6{,}93$ dm

Se calculan el perímetro y el área:

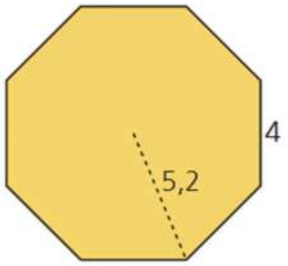
$P = 6 \cdot 8 = 48 \Rightarrow P = 48$ dm



$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{48 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \Rightarrow A = 166{,}32 \text{ dm}^2$$

26 Determina el área de las siguientes figuras, cuyas medidas están expresadas en metros:

a.



Se calcula la apotema mediante el teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$:

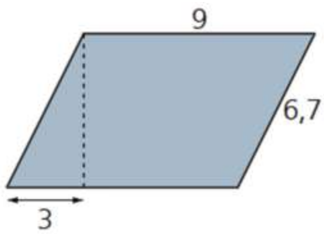
$5{,}2^2 = 2^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 4{,}8$ m

Se calculan el perímetro y el área:

$P = 8 \cdot 4 = 32 \Rightarrow P = 32$ m

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{32 \cdot 4{,}8}{2} = 76{,}8 \Rightarrow A = 76{,}8 \text{ m}^2$$

b.



Se calcula la altura mediante el teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$:

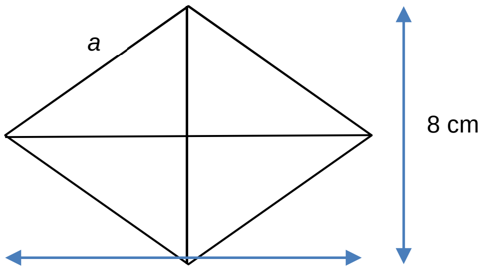
$6{,}7^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = 5{,}99$ m

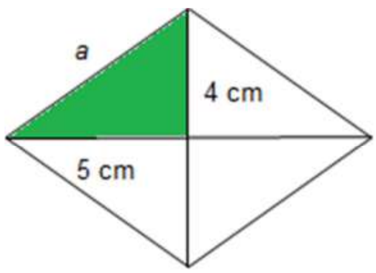
Se calcula el área descomponiendo la figura en dos triángulos rectángulos y un cuadrado de lado 6 m:

$$A = 2 \cdot A_{\text{triángulo}} + A_{\text{cuadrado}} \Rightarrow A = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{2} + l^2 \Rightarrow A = 3 \cdot 5{,}99 + 6^2 = 53{,}97 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 53{,}97 \text{ m}^2$$

27 Calcula el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 10 cm y 8 cm, respectivamente.





Se calcula el lado del rombo mediante el teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$:

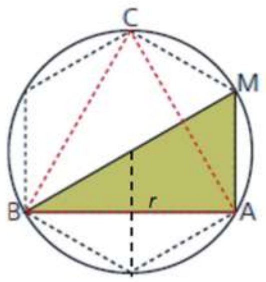
$a^2 = 4^2 + 5^2 \Rightarrow a = 6{,}4$ m

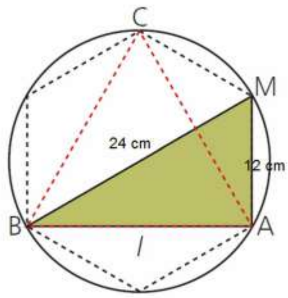
Se calculan el perímetro y el área:

$P = 4 \cdot 6{,}4 = 25{,}6 \Rightarrow P = 25{,}6$ cm

$$A = 4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = 4 \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} = 40 \Rightarrow A = 40 \text{ cm}^2$$

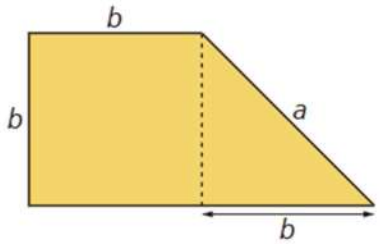
28 Averigua el lado de un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de 12 cm de radio.





Considerando el triángulo rectángulo ABM de la figura, el cateto AM del hexágono regular tiene la misma longitud que el radio de la circunferencia, es decir, mide 12 cm. La hipotenusa mide 24 cm, ya que es un diámetro. Aplicando el teorema de Pitágoras:
$24^2 = 12^2 + l^2 \Rightarrow l = 20{,}78$ cm

29 Halla el perímetro y el área de la siguiente figura sabiendo que la longitud *b* mide 5 m:



Se calcula el lado *a* sabiendo que se cumple el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo:

$a^2 = b^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a^2 = 2 \cdot 5^2 = 50 \Rightarrow a = 7{,}07$ m

Se calcula el perímetro de la figura completa:

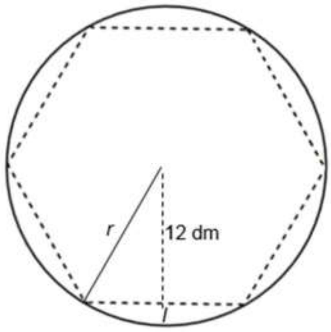
$P = b + b + b + a + b \Rightarrow P = 4 \cdot b + a \Rightarrow P = 4 \cdot 5 + 7{,}07 = 27{,}07 \Rightarrow P = 27{,}07$ m

El área es la suma del área del cuadrado de lado *b* y el triángulo de lado y altura *b*:

$$A = b^2 + \frac{b \cdot b}{2} \Rightarrow A = 25 + \frac{25}{2} = 37{,}5 \Rightarrow A = 37{,}5 \text{ m}^2$$

30 Determina el radio de la circunferencia circunscrita al hexágono regular que tiene 12 dm de apotema.

En el hexágono regular inscrito en una circunferencia los triángulos son equiláteros, y el radio de la circunferencia coincide con el lado del hexágono, es decir $r = l$.

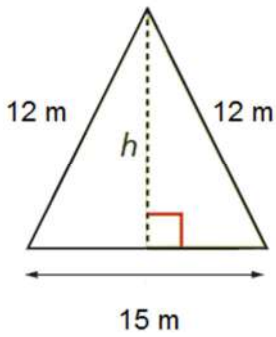


Para calcular el radio se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de altura (apotema) 12 dm y base $\frac{r}{2}$:

$$r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 12^2 \Rightarrow 4r^2 = r^2 + 576 \Rightarrow 3r^2 = 576 \Rightarrow r = 13{,}86 \text{ dm}$$

31 Halla la altura y el área de un triángulo isósceles cuyos lados miden 12 m, 12 m y 15 m, respectivamente.

Para calcular la altura se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de altura h y base $\frac{15}{2}$ m:



$$12^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow 576 = 225 + 4h^2 \Rightarrow h = 9{,}37 \text{ m}$$

Para calcular el área se aplica:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{15 \cdot 9{,}37}{2} = 70{,}28 \Rightarrow A = 70{,}28 \text{ m}^2$$

SOLUCIONES PÁG. 241

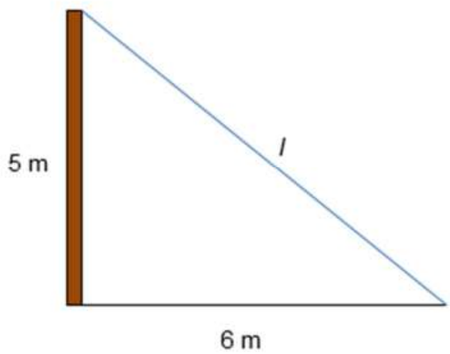
32 Investiga sobre el conocimiento del teorema de Pitágoras en las civilizaciones anteriores a los griegos.

Respuesta abierta.

33 Para sujetar una cucaña de 5 m de altura, perpendicular al suelo, se han colocado varias cuerdas fijadas a su extremo superior y ancladas al suelo a 6 m del pie de la cucaña. Halla la longitud de las cuerdas que la sujetan y realiza un dibujo que represente la situación.

Para calcular la longitud de las cuerdas, l, se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo de lados 6 m, y 5 m e hipotenusa l:

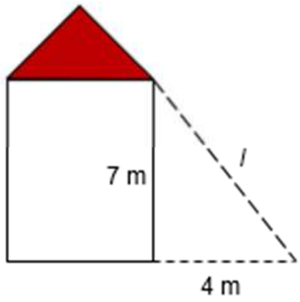
$l^2 = 6^2 + 5^2 \Rightarrow l = 7{,}81$ m



34 Juan ha colado el balón en el tejado del gimnasio, que tiene una altura de 7 m. Para recuperarlo, utiliza una escalera que apoya a una distancia de 4 m de la pared. ¿Qué longitud tiene la escalera con la que accede al tejado para recuperar el balón?

Para calcular la longitud de la escalera, *l*, se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo de lados 7 m, y 4 m e hipotenusa *l:*

$l^2 = 4^2 + 7^2 \Rightarrow l = 8{,}06$ m



35 Clasifica, en función de sus ángulos, los siguientes triángulos, que vienen dados por los lados:

a. 5 m, 12 m, 13 m

Rectángulo, porque se cumple $a^2 = b^2 + c^2$, donde $a = 13$ m, $b = 12$ m y $c = 5$ m.

b. 7 m, 11 m, 14 m

Obtusángulo, porque se cumple $a^2 > b^2 + c^2$, donde $a = 14$ m, $b = 11$ m y $c = 7$ m.

c. 9 m, 12 m, 15 m

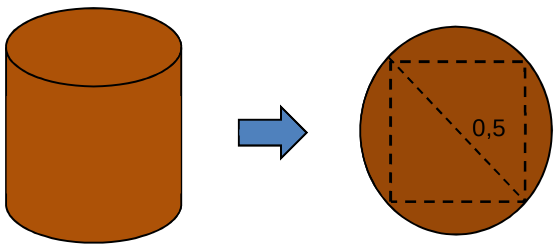
Rectángulo, porque se cumple $a^2 = b^2 + c^2$, donde $a = 15$ m, $b = 12$ m y $c = 9$ m.

d. 8 m, 13 m, 15 m

Acutángulo, porque se cumple $a^2 < b^2 + c^2$, donde $a = 15$ m, $b = 13$ m y $c = 8$ m.

36 De un tronco de madera con una sección circular de medio metro de diámetro se quiere obtener una viga cuadrada. ¿Cuál es el tamaño de la viga más grande que se puede extraer del tronco?

El cuadrado mayor que se puede inscribir en una circunferencia es aquel con una diagonal *d* igual al diámetro de la circunferencia.
El diámetro de la circunferencia es 1 m, luego la hipotenusa del cuadrado es también 1 m.



Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular los lados del cuadrado:

$0{,}5^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 0{,}5^2 = 2l^2 \Rightarrow l = 0{,}35$ m

37 Visita esta página web, repasa los contenidos y realiza las actividades propuestas:

http://conteni2.educarex.es/mats/101077/contenido/

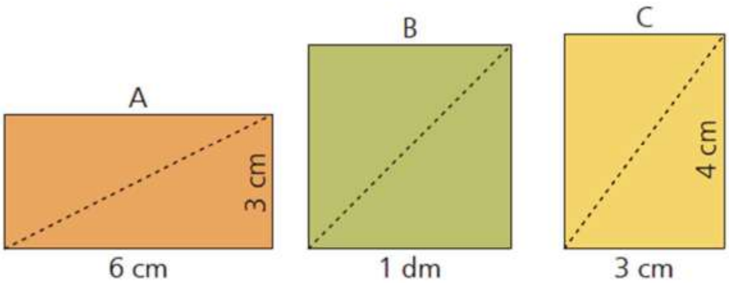
Respuesta abierta.

38 En una piscina de 10 m de largo por 5 m de ancho, ¿cuál es la mayor distancia que se puede nadar en línea recta?

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal de la piscina rectangular:

$d^2 = 5^2 + 10^2 \Rightarrow d^2 = 125 \Rightarrow d = 11{,}18$ m

39 Empareja cada una de estas figuras con la medida de su correspondiente diagonal:



I. 0,5 dm **II. 0,67 dm** **III. 14,1 cm**

Se calcula la diagonal de cada caso, aplicando el teorema de Pitágoras:

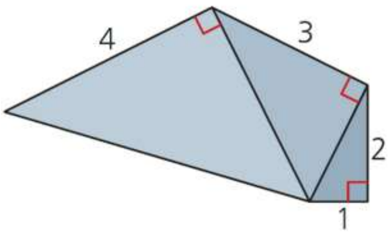
A. $d^2 = 6^2 + 3^2 \Rightarrow d = 6{,}7$ cm $= 0{,}67$ dm

B. $d^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow d = 1{,}41$ dm $= 14{,}1$ cm

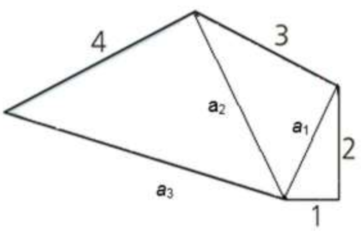
C. $d^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow d = 5$ cm $= 0{,}5$ dm

Es decir, se corresponden I. C; II. A; III. B.

40 Calcula el perímetro de esta figura:



Se calculan los lados que faltan mediante el teorema de Pitágoras y teniendo en cuenta la categoría de lado o hipotenusa que tiene cada lado incógnita:



$a_1^2 = 1^2 + 2^2 \Rightarrow a_1^2 = 5 \Rightarrow a_1 = 2{,}23$

$a_2^2 = a_1^2 + 3^2 \Rightarrow a_2^2 = 2{,}23^2 + 9 = 13{,}97 \Rightarrow a_2 = 3{,}73$

$a_3^2 = a_2^2 + 4^2 \Rightarrow a_3^2 = 3{,}73^2 + 16 = 29{,}91 \Rightarrow a_3 = 5{,}47$

El perímetro se calcula sumando los lados:

$P = a_3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15{,}47$

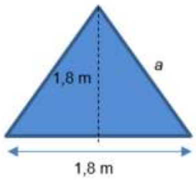
41 La entrada a una tienda de campaña tiene forma de triángulo isósceles, y sus dimensiones son 1,80 m tanto de ancho como de alto.

a. Halla la longitud de los lados iguales de la entrada.

Para calcular el lado del triángulo isósceles se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de lado la mitad de 1,8 m y altura 1,8 m:

$a^2 = 0{,}9^2 + 1{,}8^2 \Rightarrow a = 2{,}01$ m

b. Calcula la superficie de tela que se ha empleado en la construcción de la tienda si tiene una longitud de 2,80 m.



Se calcula el área de la entrada:

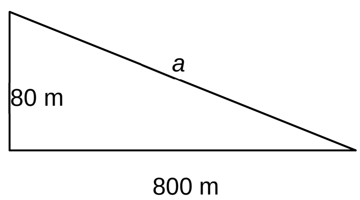
$$A_{\text{entrada}} = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_{\text{entrada}} = \frac{1{,}8 \cdot 1{,}8}{2} = 1{,}62 \Rightarrow A_{\text{entrada}} = 1{,}62 \text{ m}^2$$

Se calcula el área de la tienda, sumando el área de los dos triángulos de 1,8 m de base y 1,8 m de altura, el de dos rectángulos de lados 2,01 m y 2,8 m y el del suelo, que es un rectángulo de lados 1,8 m y 2,8 m:

$A_{\text{tienda}} = 2 \cdot 1{,}62 + 2 \cdot (2{,}8 \cdot 2{,}01) + (1{,}8 \cdot 2{,}8) = 19{,}54 \Rightarrow A_{\text{tienda}} = 19{,}54 \text{ m}^2$

42 En una carretera de montaña hay una señal que advierte de la fuerte pendiente. El porcentaje que aparece indica la relación entre la altura que se asciende por la carretera y la distancia de desplazamiento horizontal. Así, una señal de pendiente del 10 % significa que se asciende 10 m de desnivel por cada 100 m de avance horizontal.

a. ¿Qué distancia hay que recorrer para ascender una altura de 80 m?



Para ascender una altura de 80 m se recorren 800 m en horizontal, es decir, si se resuelve el triángulo mediante el teorema de Pitágoras:

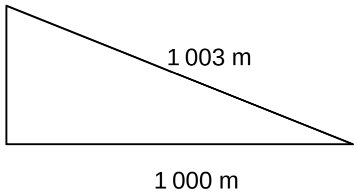
$a^2 = 800^2 + 80^2 \Rightarrow a = 804$ m

b. En otro tramo de carretera de diferente pendiente se han recorrido 1 003 m por la carretera. Si el desplazamiento horizontal ha sido de 1 000 m, ¿cuál es la pendiente de este tramo?

Se calcula la altura mediante el teorema de Pitágoras:

$1\,003^2 = h^2 + 1\,000^2 \Rightarrow h = 77{,}5$ m

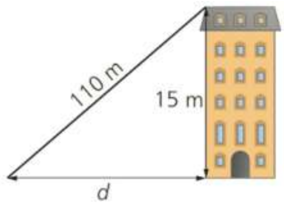
Cada 1 000 m recorridos en horizontal se ascienden 77,5 m, luego cada 100 m recorridos en horizontal se ascienden 7,75 m. Es decir, la pendiente es de 7,75 %.



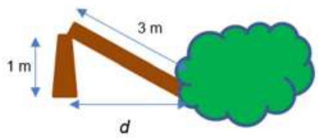
43 ¿A qué distancia nos tenemos que alejar de un edificio de 15 m de altura para tener desde ese punto una visual al extremo superior del edificio de 110 m?

Se calcula la distancia mediante el teorema de Pitágoras:

$110^2 = 15^2 + d^2 \Rightarrow d = 108{,}97$ m



44 Un árbol de 4 m de altura se ha tronchado por la fuerza del viento en un punto situado a 1 m del suelo. ¿A qué distancia del pie del árbol quedará el extremo caído?



La altura del árbol es ahora 1 m, con lo que la parte tronchada mide 3 m.

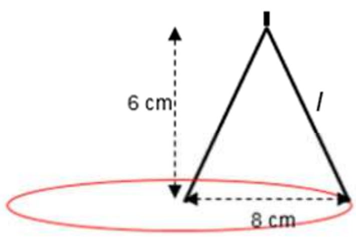
Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la distancia al pie del árbol:

$3^2 = d^2 + 1^2 \Rightarrow d^2 = 8 \Rightarrow d = 2{,}83$ m

45 Con un compás, Marcos traza una circunferencia de 8 cm de radio. Si el eje del compás (punto superior central) se encuentra a una distancia de 6 cm del papel, ¿cuánto miden cada uno de los brazos del compás?

Los brazos del compás distan 8 cm, de forma que se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de lados 4 cm de base y 6 cm de altura:

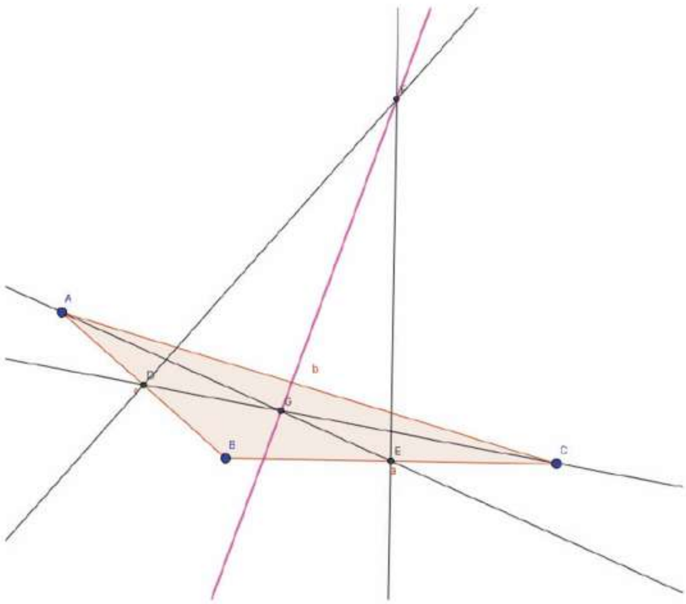
$l^2 = 6^2 + 4^2 \Rightarrow l = 7{,}21$cm, es la longitud de cada brazo.



SOLUCIONES PÁG. 242

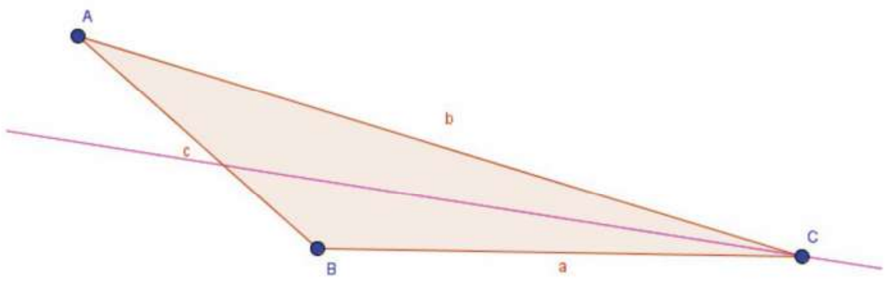
HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

1 Traza la recta de Euler del triángulo obtusángulo.
Se localizan, siguiendo las instrucciones de la pág. 242, el baricentro G (intersección de dos medianas), y el circuncentro F (intersección de dos mediatrices). La unión de estos dos puntos es la recta de Euler.

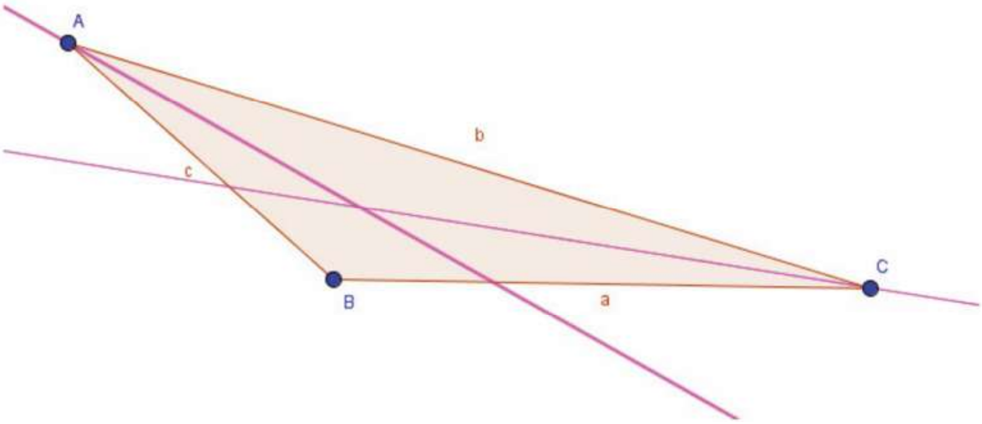


2 Investiga cómo trazar en el triángulo el incentro.
El incentro es la intersección de las bisectrices. La bisectriz de un ángulo es la recta que lo divide en dos ángulos iguales.

Se elige la herramienta Bisectriz,  , y se dibuja la bisectriz del vértice C pinchando primero en el vértice B, luego en el vértice C y por último en el vértice A:



Se dibuja la bisectriz del vértice A pinchando primero en el vértice C, luego en A y por último en B:



El punto de corte de ambas bisectrices es el incentro.

SOLUCIONES PÁG. 243

1 **¿Cuánto suman los tres ángulos de un triángulo?**
Los tres ángulos de un triángulo suman 180º.

2 **¿Cómo son los lados de un triángulo escaleno?**
Los tres lados son desiguales.

3 **¿Qué nombre recibe el triángulo que tiene un ángulo de 120°?**
Obtusángulo.

4 **¿Qué tipo de triángulo, en función de sus ángulos, es un triángulo equilátero?**
Acutángulo, porque tiene los tres ángulos agudos.

5 **¿Puede un triángulo isósceles ser obtusángulo?**
Sí, uno de los ángulos mide más de 90º y los otros dos miden lo mismo.

6 **Para poder formar un triángulo, ¿qué propiedad deben verificar sus lados?**
Debe verificarse que su lado mayor debe ser menor que la suma de los otros dos.

7 **Describe qué es la altura de un triángulo. ¿Cuántas hay en un triángulo?**
La altura es el segmento que va perpendicularmente de un vértice al lado opuesto o la prolongación del mismo. Un triángulo tiene tres alturas.

8 **¿Qué nombre recibe el lado mayor de un triángulo rectángulo?**
Es la hipotenusa.

9 **Escribe el enunciado del teorema de Pitágoras.**
El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

10 **¿Cuáles son las longitudes de los lados del denominado triángulo pitagórico?**
Las longitudes son 3, 4 y 5.

11 ¿Qué elementos de un cuadrado intervienen formando un triángulo rectángulo?
La diagonal y dos de sus lados contiguos.

12 ¿Para qué aplicaban los antiguos agrimensores egipcios el teorema de Pitágoras?
Para delimitar las parcelas de cultivo después de las periódicas crecidas de las aguas del río Nilo.

13 ¿Cómo se puede emplear el triángulo rectángulo para clasificar los triángulos?

Se comprueba si los lados del triángulo verifican la relación del teorema de Pitágoras.

Si se cumple la igualdad es un triángulo rectángulo, si el cuadrado de la hipotenusa es mayor que la suma de los cuadrados de los catetos, es un triángulo obtusángulo, y si es menor es acutángulo.

14 ¿Cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden la unidad?
La hipotenusa mide $\sqrt{2}$, porque $1^2 + 1^2 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$.

15 La altura de un triángulo equilátero ¿en qué punto corta a su base correspondiente?
Corta en su punto medio.

16 ¿Cómo se llama el punto de corte de las tres alturas?
Se llama ortocentro.

17 ¿Cómo se llama el punto de corte de las tres mediatrices?
Se llama circuncentro.

18 Prepara una presentación digital para tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster…
Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 244 – REPASO FINAL

TRIÁNGULOS. TRIÁNGULO RECTÁNGULO

1 Indica cuál de estas ternas de segmentos pueden formar un triángulo:

a. 9 m, 11 m, 19 m

No, porque 9 + 11 > 19

b. 7 m, 13 m, 17 m

No, porque 7 + 13 > 17

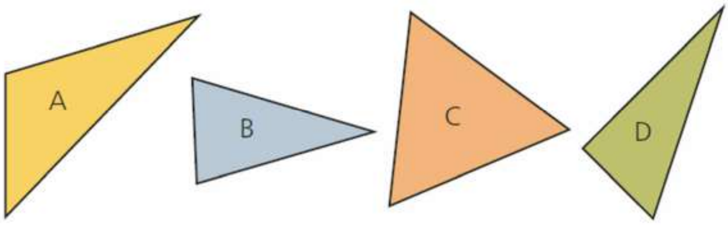
c. 3 dm, 5 dm, 8 dm

No, porque 3 + 5 = 8, y el lado mayor debería ser menor que la suma de los lados menores.

d. 10 cm, 11 cm, 22 cm

Sí, porque 10 + 11 < 22

2 Clasifica los triángulos dibujados en función de sus lados y de sus ángulos:



A Escaleno, porque tiene los tres lados desiguales.

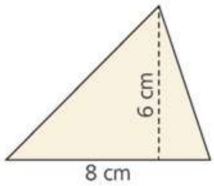
B Isósceles, porque tiene dos lados iguales y otro desigual.

C Equilátero, porque tiene los tres lados iguales.

D Escaleno, porque tiene los tres lados desiguales.

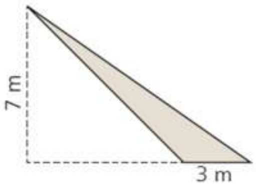
3 Halla el área de los siguientes triángulos:

a.



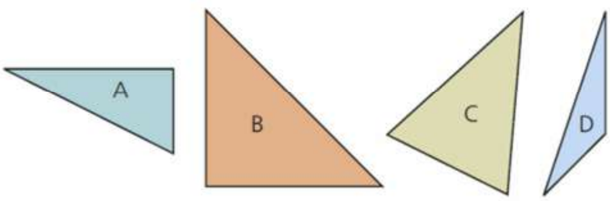
$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \Rightarrow A = 24 \text{ cm}^2$$

b.



$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{3 \cdot 7}{2} = 10{,}5 \Rightarrow A = 10{,}5 \text{ m}^2$$

4 Clasifica los siguientes triángulos en función de sus ángulos:



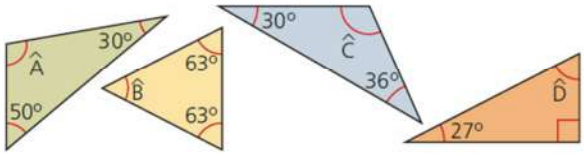
A Rectángulo, porque tiene un ángulo recto.

B Rectángulo, porque tiene un ángulo recto.

C Acutángulo, porque tiene los tres ángulos agudos.

D Obtusángulo, porque tiene un lado obtuso.

5 Halla el valor de los ángulos de estos triángulos:



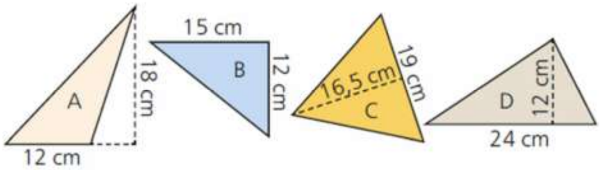
$50º + 30º + \hat{A} = 180º \Rightarrow \hat{A} = 100º$

$63º + 63º + \hat{B} = 180º \Rightarrow \hat{B} = 54º$

$30º + 36º + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{C} = 114º$

$27º + 90º + \hat{D} = 180º \Rightarrow \hat{D} = 63º$

6 Halla el área de los siguientes triángulos:



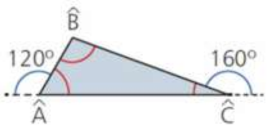
A. $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{12 \cdot 18}{2} = 108 \Rightarrow A = 108\ \text{cm}^2$

B. $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{15 \cdot 12}{2} = 90 \Rightarrow A = 90\ \text{cm}^2$

C. $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{19 \cdot 16,5}{2} = 156,75 \Rightarrow A = 156,75\ \text{cm}^2$

D. $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{24 \cdot 12}{2} = 144 \Rightarrow A = 144\ \text{cm}^2$

7 Calcula el valor de los ángulos de estos triángulos:
a.

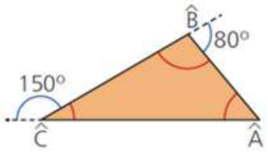


$120º + \hat{A} = 180º \Rightarrow \hat{A} = 60º$

$160º + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{C} = 20º$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{B} = 100º$

b.



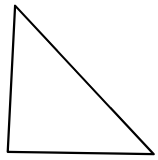
$150º + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{C} = 30º$

$80º + \hat{B} = 180º \Rightarrow \hat{B} = 100º$

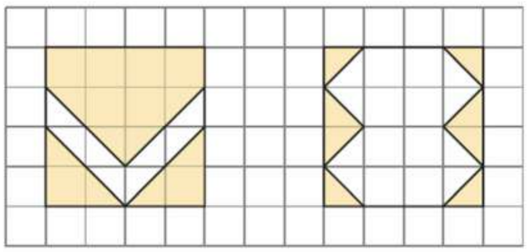
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180º \Rightarrow \hat{A} = 50º$

8 **Halla el área de un triángulo rectángulo isósceles en el que uno de sus catetos mide 10 dm.**

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \Rightarrow A = 50\ \text{dm}^2$$



9 **Halla el área de las zonas que quedan en blanco en el interior de estos cuadrados de lado 4 m:**



- Como el lado del cuadrado completo es 4 m, el lado de cada cuadradito de la cuadrícula es 1 m, y su área 1 m^2. Para calcular el área total de las zonas sin colorear se tienen que contar cuántos cuadraditos de área 1 m^2 hay, en total son 4 m^2.
- Se sigue la misma lógica que antes, y tenemos doce cuadraditos blancos, es decir, 12 m^2.

TEOREMA DE PITÁGORAS

10 **Halla la hipotenusa de los triángulos rectángulos cuyos catetos miden:**
Para hallar la hipotenusa se aplica el teorema de Pitágoras.

a. 7 m y 9 m

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 7^2 + 9^2 \Rightarrow a = 11{,}4$ m

b. 10 m y 12 m

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 10^2 + 12^2 \Rightarrow a = 15{,}62$ m

c. 11 m y 12 m

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 11^2 + 12^2 \Rightarrow a = 16{,}28$ m

d. 5 m y 8 m

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 5^2 + 8^2 \Rightarrow a = 9{,}43$ m

11 Los siguientes lados corresponden al cateto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Halla el valor del otro cateto.

Para hallar el valor del otro cateto se aplica el teorema de Pitágoras.

a. 5 dm y 8 dm

$c^2 = a^2 – b^2 \Rightarrow c^2 = 8^2 – 5^2 \Rightarrow c = 6{,}24$ dm

b. 12 dm y 13 dm

$c^2 = a^2 – b^2 \Rightarrow c^2 = 13^2 – 12^2 \Rightarrow c = 5$ dm

c. 8 dm y 10 dm

$c^2 = a^2 – b^2 \Rightarrow c^2 = 10^2 – 8^2 \Rightarrow c = 6$ dm

d. 3 dm y 4 dm

$c^2 = a^2 – b^2 \Rightarrow c^2 = 4^2 – 3^2 \Rightarrow c = 2{,}65$ dm

12 Indica cuáles de las siguientes ternas de números pueden ser ternas pitagóricas:

a. 6 m, 9 m, 12 m

No, porque $6^2 + 9^2 \neq 12^2$

b. 12 m, 16 m, 20 m

Sí, porque $12^2 + 16^2 = 20^2$

c. 7 m, 12 m, 18 m

No, porque $7^2 + 12^2 \neq 18^2$

d. 1,5 m, 2 m, 2,5 m

Sí, porque $1{,}5^2 + 2^2 = 2{,}5^2$

13 Halla el lado que falta en las siguientes ternas pitagóricas, dadas en metros. El orden es cateto 1, cateto 2, hipotenusa:

a. 6, 10, a

$6^2 + 10^2 = a^2 \Rightarrow a = 11{,}66$ m

b. 11, c, 15

$11^2 + c^2 = 15^2 \Rightarrow c = 10{,}2$ m

c. b, 4, 7

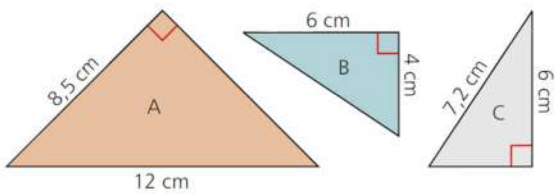
$b^2 + 4^2 = 7^2 \Rightarrow b = 5{,}7$ m

d. 5, 10, a

$5^2 + 10^2 = a^2 \Rightarrow a = 11{,}18$ m

SOLUCIONES PÁG. 245

14 Halla el valor del lado desconocido en los siguientes triángulos rectángulos:



Triángulo A: $8{,}5^2 + c^2 = 12^2 \Rightarrow c = 8{,}47$ cm

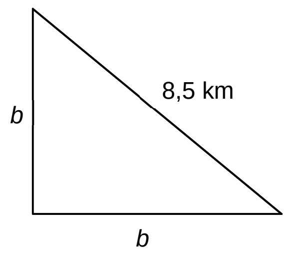
Triángulo B: $4^2 + 6^2 = a^2 \Rightarrow a = 7{,}21$ cm

Triángulo C: $b^2 + 6^2 = 7{,}2^2 \Rightarrow b = 3{,}98$ cm

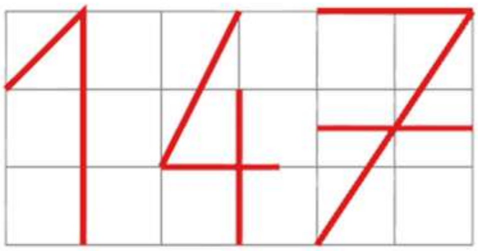
15 Investiga sobre los pitagóricos y cuáles eran sus normas dentro de su escuela.
Respuesta abierta.

16 Dos peregrinos que transitan por caminos perpendiculares entre sí se encuentran en un cruce de caminos. Se saludan y prosiguen por sus respectivas sendas a la misma velocidad. Tras una hora de camino se encuentran uno del otro a 8,5 km de distancia en línea recta. ¿Qué distancia habrá caminado cada uno desde el cruce de caminos?

Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo que forman el recorrido de cada peregrino y la línea recta que los une tras recorrer ambos la misma distancia:
$b^2 + b^2 = 8{,}5^2 \Rightarrow b = 6$ km



17 En esta trama de cuadrados de lado la unidad, calcula la longitud del trazo de este número:



Para calcular los tramos inclinados se aplica el teorema de Pitágoras según corresponda.

El número 1 mide 3 + $\sqrt{1^2+1^2}$ = 4,41 unidades.

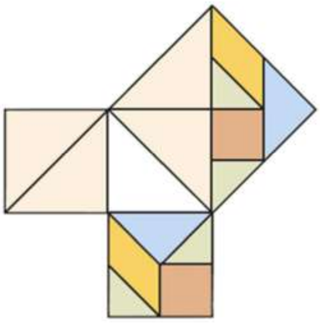
El número 4 mide 3,5 + $\sqrt{1^2+2^2}$ = 5,74 unidades.

El número 7 mide 4 + $\sqrt{2^2+3^2}$ = 7,61 unidades.

En total suman 4,41 + 5,74 + 7,61 = 17,76 unidades.

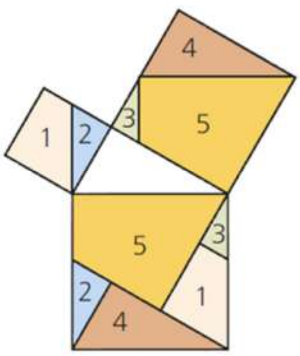
18 El teorema de Pitágoras tiene multitud de demostraciones, dos de las cuales puedes ver en las siguientes imágenes. Demuestra tú el teorema de Pitágoras de las dos formas: primero utiliza las piezas del tangram y luego dibuja la figura en una hoja y recorta cada uno de los trozos numerados a fin de recomponer el rompecabezas.

a.



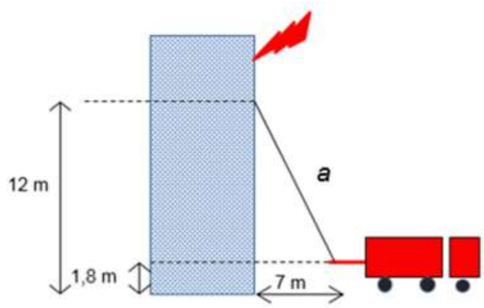
Respuesta abierta.

b.



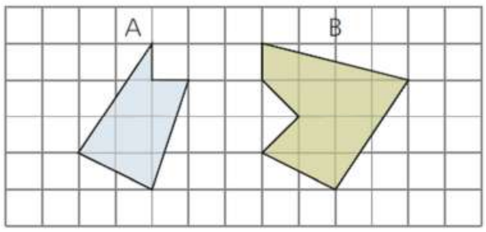
Respuesta abierta.

19 Para auxiliar a los habitantes de un edificio en llamas, los bomberos entran por la ventana desplegando la escalera situada en la base del camión a 1,80 m de altura del suelo y a 7 m de la pared del edificio. ¿Qué longitud debe tener la escalera para poder acceder por una ventana situada a 12 m del suelo?

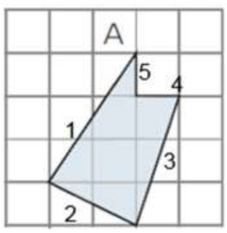


Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de base 7 m y altura 10,2 m (12 m – 1,8 m):
$7^2 + 10{,}2^2 = a^2 \Rightarrow a = 12{,}37$ m

20 Halla el perímetro de las siguientes figuras dibujadas en una trama de cuadrados de 2 cm lado.



Para calcular la longitud de cada lado se aplica el teorema de Pitágoras a cada tramo:



$l_1^2 = 4^2 + 6^2 \Rightarrow l_1 = 7{,}21$

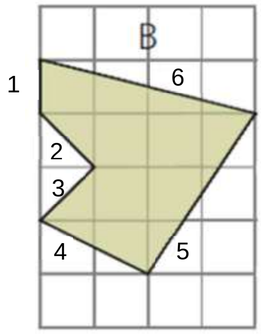
$l_2^2 = 4^2 + 2^2 \Rightarrow l_2 = 4{,}47$

$l_3^2 = 2^2 + 6^2 \Rightarrow l_1 = 6{,}32$

$l_4 = 2$

$l_5 = 2$

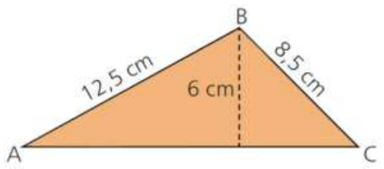
$P_A = 7{,}21 + 4{,}47 + 6{,}32 + 2 + 2 = 22 \Rightarrow P = 22$ cm



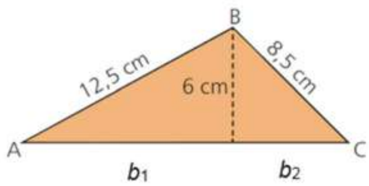
$$l_1 = 2$$
$$l_2^{\,2} = l_3^{\,2} = 2^2 + 2^2 \Rightarrow l_2 = l_3 = 2{,}83$$
$$l_4^{\,2} = 4^2 + 2^2 \Rightarrow l_4 = 4{,}47$$
$$l_5^{\,2} = 4^2 + 6^2 \Rightarrow l_4 = 7{,}21$$
$$l_6^{\,2} = 2^2 + 8^2 \Rightarrow l_4 = 8{,}25$$

$P_B = 2 + 2{,}83 + 2{,}83 + 4{,}47 + 7{,}21 + 8{,}25 = 27{,}59 \Rightarrow P = 27{,}59$ cm

21 Halla el área del triángulo ABC



La longitud de la base se calcula aplicando el teorema de Pitágoras a los dos triángulos rectángulos, de modo que la base mide:
$b_1^2 + 6^2 = 12{,}5^2 \Rightarrow b_1 = 10{,}97$ m
$b_2^2 + 6^2 = 8{,}5^2 \Rightarrow b_2 = 6{,}02$ m
En total, $b_1 + b_2 = 16{,}99$ cm



$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{(10{,}97 + 6{,}02) \cdot 6}{2} = 50{,}97 \Rightarrow A = 50{,}97 \text{ cm}^2$$

22 La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 15 m, y este valor es el triple de uno de los catetos. Halla el perímetro de dicho triángulo.

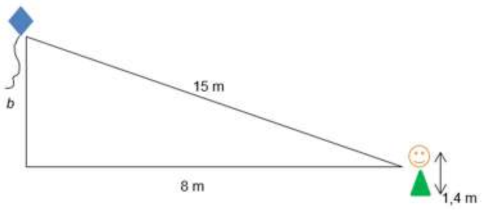
Se trata de un triángulo de catetos 5 cm e hipotenusa 15 cm. El perímetro es:

$P = 15 + 5 + 5 = 25 \Rightarrow P = 25$ m

23 La diagonal de un rectángulo mide 40 dm, y sus lados son proporcionales a 3 dm y 4 dm. Calcula la longitud de los lados del rectángulo.
Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la longitud de los lados: $a^2 = b^2 + c^2$.
Como los catetos son proporcionales a las medidas que se dan, resulta que:
$40^2 = (3x)^2 + (4x)^2 \Rightarrow x = 8$
Es decir, un lado mide 24 dm y el otro lado mide 32 dm.

24 Una niña de 1,4 m de altura está jugando con una cometa a la que sujeta con una cuerda de 15 m de longitud. Si el viento ha desplazado la cometa a 8 m de la vertical de la niña, ¿cuál es la altura que ha alcanzado respecto al nivel del suelo?

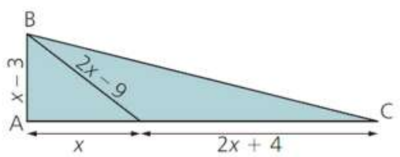
Se aplica el teorema de Pitágoras para conocer la longitud del cateto incógnita, *b:*
$15^2 = 8^2 + b^2 \Rightarrow b = 12{,}69$ m
La altura que alcanza la cometa respecto a la niña es de 12,69 m, y respecto al suelo de 12,69 m + 1,4 m = 14,09 m.



25 Las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo son tres números naturales consecutivos. Halla las dimensiones del triángulo.

Como los números son consecutivos, se define un cateto *a*, un cateto *a* + 1 y una hipotenusa *a* + 2, de manera que cumplan el teorema de Pitágoras:
$a^2 + (a + 1)^2 = (a + 2)^2 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$.
Los lados del triángulo miden 3, 4 y 5.

26 Halla el perímetro del triángulo ABC.



Se calcula la longitud de *x*, aplicando el teorema de Pitágoras:

$x^2 + (x - 3)^2 = (2x - 9)^2 \Rightarrow 2x^2 - 30x + 72 = 0 \Rightarrow x_1 = 12;\ x_2 = 3$ (no vale esta solución porque el cateto mediría 0)

Si $x = 12$, los catetos miden 9 y 40.

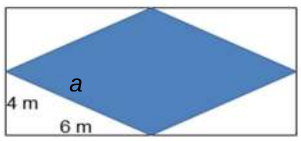
La hipotenusa se calcula aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 9^2 + 40^2 \Rightarrow a = 41$

El perímetro es: $P = 9 + 40 + 41 = 90$

EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y LOS POLÍGONOS REGULARES

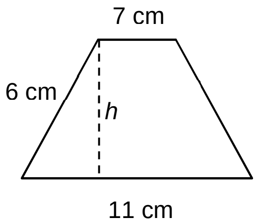
27 En un rectángulo cuyas dimensiones son 8 m × 12 m se inscribe un rombo de forma que sus vértices sean los puntos medios de los lados del rectángulo. Halla el perímetro del rombo.



Se calcula el valor del lado del rombo mediante el teorema de Pitágoras:
$4^2 + 6^2 = a^2 \Rightarrow a = 7{,}21$ m
El perímetro es $P = 4 \cdot 7{,}21 = 28{,}84 \Rightarrow P = 28{,}84$ m

SOLUCIONES PÁG. 246

28 Las bases de un trapecio isósceles miden 7 cm y 11 cm, respectivamente, y el lado oblicuo, 6 cm. Calcula el perímetro y el área del trapecio.

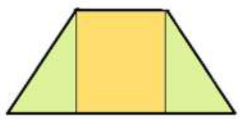


Para calcular la altura aplicamos el teorema de Pitágoras, teniendo en cuenta que la base del triángulo mide la mitad de la diferencia entre las bases, es decir, 2 cm:

$h^2 + 2^2 = 6^2 \Rightarrow h = 5{,}66$ m

El perímetro es la suma de los lados, es decir, $P = 11 + 6 + 7 + 6 = 30$ cm.

El área del trapecio es la suma del área de los dos triángulos rectángulos de base 2 cm y altura 5,66 cm y el rectángulo de lados 7 cm y 5,66 cm:

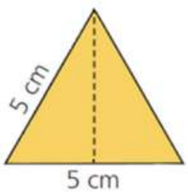


$$A_{\text{total}} = 2 \cdot A_{\text{triángulo}} + A_{\text{rectángulo}}$$

$$A_{\text{total}} = 2 \cdot \frac{2 \cdot 5{,}66}{2} + 7 \cdot 5{,}66 = 50{,}94 \Rightarrow A_{\text{total}} = 50{,}94\,\text{cm}^2$$

29 Halla el área de las siguientes figuras:

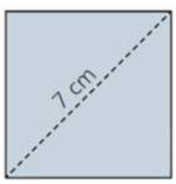
a.



Se calcula el valor de la altura aplicando el teorema de Pitágoras:
$2{,}5^2 + h^2 = 5^2 \Rightarrow h = 4{,}33$ cm

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{5 \cdot 4{,}33}{2} = 10{,}83 \Rightarrow A = 10{,}83\,\text{cm}^2$$

b.



Se calcula el valor del lado aplicando el teorema de Pitágoras:

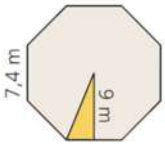
$l^2 + l^2 = 7^2 \Rightarrow l = 4{,}95$ cm

$A = l^2 = 4{,}95^2 = 24{,}5$ cm^2

30 Actividad resuelta.

31 Calcula el área de estas figuras:

a.



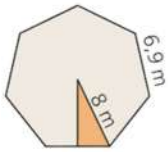
Se calcula en primer lugar el perímetro del octógono, conociendo la longitud de lado, que es 7,4 m.

$P = 8 \cdot 7{,}4 = 59{,}2$ m

Se calcula el área, sabiendo que la apotema mide 9 m:

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} \Rightarrow A = \frac{59{,}2 \cdot 9}{2} = 266{,}4 \Rightarrow A = 266{,}4 \text{ m}^2$$

b.



Se calcula en primer lugar la apotema del heptágono, conociendo el valor de la hipotenusa, 8 m y el lado del triángulo 3,45 m, mediante el teorema de Pitágoras:

$3{,}45^2 + ap^2 = 8^2 \Rightarrow ap = 7{,}22$ m

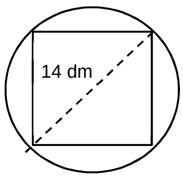
El perímetro del heptágono es: $P = 7 \cdot 6{,}9 = 48{,}3 \Rightarrow P = 48{,}3$ m

Se calcula el área, sabiendo que la apotema mide 7,22 m y el perímetro 48,3 m:

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{48{,}3 \cdot 7{,}22}{2} = 174{,}36 \Rightarrow A = 174{,}36 \text{ m}^2$$

32 Un cuadrado está inscrito en una circunferencia de 7 dm de radio. Averigua el valor de su perímetro.

Se calcula el valor del lado aplicando el teorema de Pitágoras:



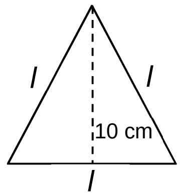
$l^2 + l^2 = 14^2 \Rightarrow l = 9{,}9$ dm

$P = 4 \cdot 9{,}9 = 39{,}6 \Rightarrow P = 39{,}6$ dm

33 La altura de un triángulo equilátero mide 10 cm. Halla el área y el perímetro de dicho triángulo.

Se calcula el valor del lado aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + 10^2 = l^2 \Rightarrow l = 11{,}55 \text{ cm}$$



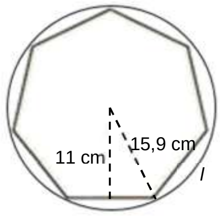
P = 3 · 11,55 = 34,65 $\Rightarrow$ P = 34,65 cm

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{11{,}55 \cdot 10}{2} = 57{,}75 \Rightarrow A = 57{,}75 \text{ cm}^2$$

34 Calcula el área de un heptágono regular que tiene una apotema de 11 cm y se puede inscribir en una circunferencia de 15,9 cm radio.

Se averigua el lado del heptágono aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + 11^2 = 15{,}9^2 \Rightarrow l = 22{,}96 \text{ cm}$$



El área es:

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{7 \cdot 22{,}96 \cdot 11}{2} = 883{,}96 \Rightarrow A = 883{,}96 \text{ cm}^2$$

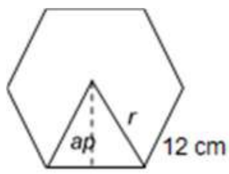
35 El lado de un hexágono regular mide 12 cm. Halla:

a. El perímetro del hexágono.

P = 6 · 12 = 72 $\Rightarrow$ P = 72 cm

b. El área del hexágono.

Se calcula en primer lugar la apotema del hexágono, conociendo el valor de la hipotenusa, 12 cm (el lado del hexágono regular coincide con el radio de la circunferencia en la que se inscribe), mediante el teorema de Pitágoras:



$6^2 + ap^2 = 12^2 \Rightarrow ap = 10{,}39$ cm

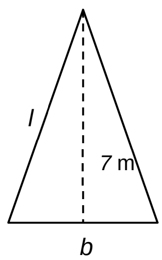
El área es:

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{72 \cdot 10{,}39}{2} = 374{,}04 \Rightarrow A = 374{,}04 \text{ cm}^2$$

36 El área de un triángulo isósceles mide 35 m^2 y la altura al lado desigual mide 7 m. Halla el perímetro de dicho triángulo.

Se halla el valor de la base a partir del valor del área:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow b = \frac{2 \cdot A}{h} \Rightarrow b = \frac{2 \cdot 35}{7} = 10 \Rightarrow b = 10 \text{ m}$$



Ahora se calcula el valor de los lados iguales, mediante el teorema de Pitágoras:

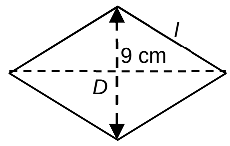
$5^2 + 7^2 = l^2 \Rightarrow l = 8{,}6 \Rightarrow l = 8{,}6$ m

El perímetro es, entonces:

P = 8,6 + 8,6 + 10 = 27,2 $\Rightarrow$ P = 27,2 m

37 El área de un rombo mide 63 cm^2 y su diagonal menor tiene una longitud de 9 cm. Halla el perímetro del rombo.

Se obtiene el valor del lado del rombo a partir del valor del área.
Se tiene en cuenta que el área total del rombo la forman dos triángulos de altura h = 4,5 cm y base la diagonal mayor, D:



$$A_{\text{triángulo}} = \frac{D \cdot h}{2} \Rightarrow D = \frac{2 \cdot A}{h} \Rightarrow D = \frac{2 \cdot \frac{63}{2}}{4{,}5} = 14 \ \Rightarrow D = 14 \text{ cm}$$

Se halla el lado del rombo aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo de lados la mitad de las diagonales, es decir, 4,5 cm y 7 cm:

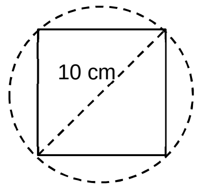
$4{,}5^2 + 7^2 = l^2 \Rightarrow l = 8{,}32$ cm

El perímetro es:

$P = 4 \cdot l \Rightarrow P = 4 \cdot 8{,}32 = 33{,}28 \Rightarrow P = 33{,}28$ cm

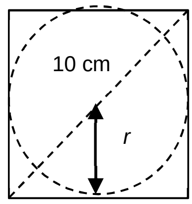
38 Considerando un cuadrado cuya diagonal mide 10 cm, determina el radio de la circunferencia:

a. Que lo circunscribe.



El diámetro de la circunferencia coincide con la diagonal del cuadrado, luego r = 5 cm

b. Inscrita en él.

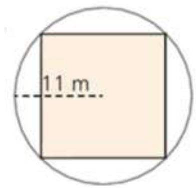


El radio de la circunferencia coincide con el valor de medio lado del cuadrado. Se calcula el valor de ese lado mediante el teorema de Pitágoras, teniendo en cuenta que el valor de la hipotenusa del triángulo que delimitan la semidiagonal del cuadrado y los lados de longitud r es 5 cm:

$r^2 + r^2 = 5^2 \Rightarrow r = 3{,}54$ cm

39 Calcula el perímetro de las figuras coloreadas:

a.

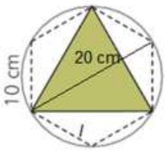


La diagonal del cuadrado coincide con el diámetro de la circunferencia (22 m) en la que está inscrito el cuadrado. Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular el valor del lado del cuadrado:

$l^2 + l^2 = 22^2 \Rightarrow l = 15{,}56$ m

Se calcula el perímetro: $P = 4 \cdot l \Rightarrow P = 4 \cdot 15{,}56 = 62{,}24 \Rightarrow P = 62{,}24$ m

b.

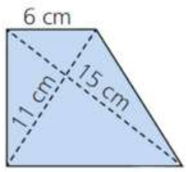


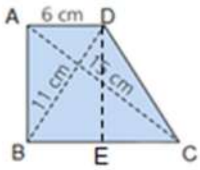
El lado del hexágono, 10 cm, coincide con el radio de la circunferencia en que está inscrito, de manera que se averigua el valor de lado del triángulo, *l*, aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de lado 10 cm e hipotenusa el valor del diámetro de la circunferencia, 20 cm (que coincide con la diagonal del hexágono que pasa por el centro de la circunferencia):

$10^2 + l^2 = 20^2 \Rightarrow l = 17{,}32$ cm

El perímetro es: $P = 3 \cdot l \Rightarrow P = 3 \cdot 17{,}32 = 51{,}96 \Rightarrow P = 51{,}96$ cm

40 Halla el perímetro del siguiente trapecio:





Tomamos el triángulo rectángulo ABD y calculamos su altura según el teorema de Pitágoras:

$6^2 + h^2 = 11^2 \Rightarrow h = 9{,}22$ cm

Para calcular la base mayor, *b*, tomamos el triángulo ABC y aplicamos de nuevo el teorema de Pitágoras:

$9{,}22^2 + b^2 = 15^2 \Rightarrow b = 11{,}83$ cm

Para calcular el lado oblicuo, *l*, tomamos el triángulo CDE y aplicamos Pitágoras una vez más, sabiendo que el tramo CE mide 11,83 – 6 = 5,83 cm

$5{,}83^2 + 9{,}22^2 = l^2 \Rightarrow l = 10{,}91$ cm

El perímetro es la suma de los lados:

$P = 6 + 9{,}22 + 11{,}83 + 10{,}91 = 37{,}96 \Rightarrow P = 37{,}96$ cm

APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

41 Clasifica, en función de sus ángulos, los triángulos que tienen las siguientes medidas:

a. 18 m, 25 m, 30 m
Acutángulo, porque se cumple $a^2 < b^2 + c^2$, donde a = 30 m, b = 18 m y c = 25 m.

b. 28 m, 38 m, 48 m
Obtusángulo, porque se cumple $a^2 > b^2 + c^2$, donde a = 48 m, b = 28 m y c = 38 m.

c. 15 m, 20 m, 24 m
Acutángulo, porque se cumple $a^2 < b^2 + c^2$, donde a = 24 m, b = 20 m y c = 15 m.

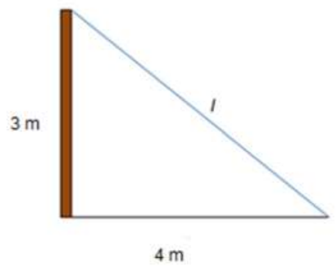
d. 10 m, 11 m, 16 m
Obtusángulo, porque se cumple $a^2 > b^2 + c^2$, donde a = 16 m, b = 11 m y c = 10 m.

42 Se ha instalado una antena de televisión de 3 m de altura, perpendicular a la cubierta plana de un edificio. Para asegurar la antena se ha colocado un cable atado al extremo superior de la antena y a 4 m de su pie. Realiza un dibujo esquemático que represente la situación y calcula la longitud del cable.

Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo formado por la antena, el cable y el suelo:

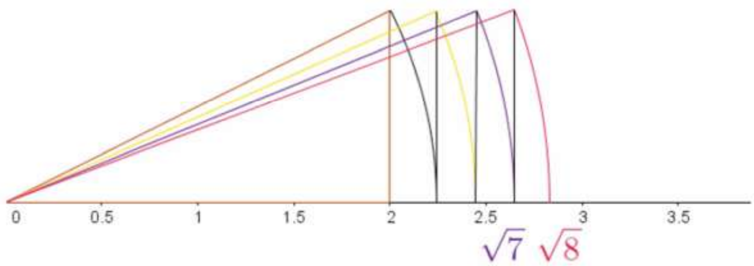
$4^2 + 3^2 = l^2 \Rightarrow l = 5$ m

La longitud del cable es de 5 m.



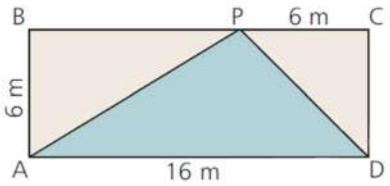
43 Representa gráficamente √7 y √8 utilizando el teorema de Pitágoras.

Ver página 240 del libro del alumno.



SOLUCIONES PÁG. 247

44 Virginia ha alquilado una parcela en un huerto urbano en forma de rectángulo que tiene unas dimensiones de 16 m de largo por 6 m de ancho. Ha dividido la parcela en diferentes zonas para sembrar distintas plantas, como muestra la figura.



Si se quiere vallar cada una de las zonas:

a. Calcula la longitud de la valla que se necesita para cercar la zona PCD.

La zona PCD es un triángulo rectángulo de lados 6 m y 6 m. Se calcula la hipotenusa y después el perímetro de esa zona:

$6^2 + 6^2 = PD^2 \Rightarrow PD = 8{,}49$ m

$P = 6 + 6 + 8{,}49 = 20{,}49$, es decir, se necesitan 20,49 m de valla.

b. ¿Qué longitud tendrá la valla que cerque la zona PAB?

La zona PAB es un triángulo rectángulo de lados 6 m y 10 m. Se calcula la hipotenusa y después el perímetro de esa zona:

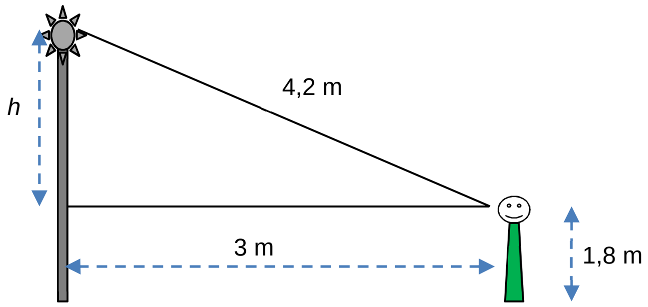
$6^2 + 10^2 = PA^2 \Rightarrow PA = 11{,}66$ m

$P = 6 + 10 + 11{,}66 = 27{,}66$, es decir, se necesitan 27,66 m de valla.

c. ¿Qué tipo de triángulo es la zona PAD?

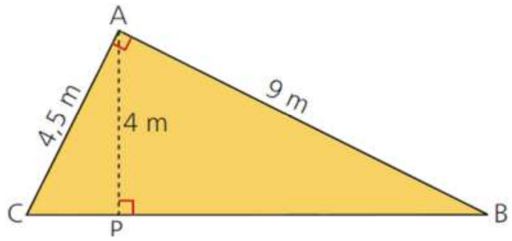
Es un triángulo obtusángulo.

45 Un observador de 1,80 m de altura se encuentra situado a una distancia de 3 m de una farola. Si en esa posición la visual al extremo superior de la farola tiene una longitud de 4,2 m, halla la altura de la farola.



Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo que forman el observador, la farola y la visual:
$3^2 + h^2 = 4{,}2^2 \Rightarrow h = 2{,}94$ m
La altura de la farola es: 2,94 + 1,8 = 4,74 m

46 Calcula los catetos y las hipotenusas de todos los triángulos rectángulos que se formen en la siguiente figura:



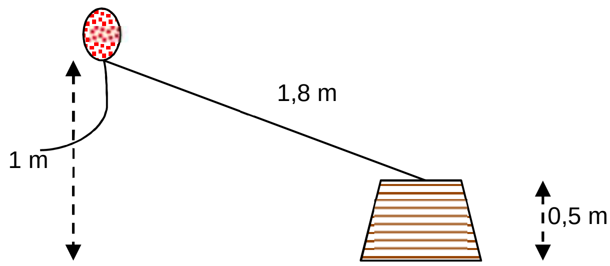
Se forman tres triángulos rectángulos: ACP, ACB y APB
Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar los catetos e hipotenusas:

- Triángulo ACP
  $CP^2 + 4^2 = 4{,}5^2 \Rightarrow CP = 2{,}06$ m

- Triángulo APB
  $PB^2 + 4^2 = 9^2 \Rightarrow PB = 8{,}06$ m

- Triángulo ACB
  $CB = CP + PB \Rightarrow CB = 2{,}06 + 8{,}06 = 10{,}12 \Rightarrow CB = 10{,}12$ m

47 Se ha atado un globo con un hilo de 18 dm de longitud y se ha fijado el otro extremo del hilo al centro de una mesa de 50 cm de altura. Una ráfaga de viento ha tensado el hilo, desplazando el globo hasta un punto en el que la vertical al suelo es de 1 m. Halla la distancia de la vertical al centro de la mesa.



Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo que forman el hilo, la vertical hasta la altura de la mesa y la horizontal:
$0{,}5^2 + b^2 = 1{,}8^2 \Rightarrow b = 1{,}729$ m = 17,29 dm

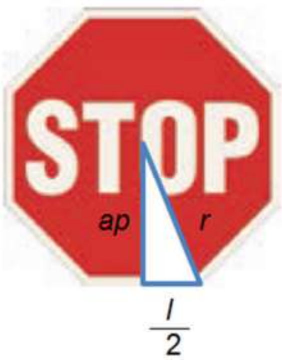
La distancia de la vertical al centro de la mesa es de 17,29 dm.

48 Las señales viales de *stop* son señales de prioridad con forma de octógono regular. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al octógono. Dato: el lado del octógono mide 31,18 mm y su área es 60 657,6 mm^2

El radio de la circunferencia inscrita en el octógono coincide con la apotema del mismo, luego:

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow ap = \frac{2 \cdot A}{P} \Rightarrow ap = \frac{2 \cdot 60\,657{,}6}{8 \cdot 31{,}18} = 486{,}35 \Rightarrow ap = 486{,}35 \text{ mm}$$

Es decir, el radio de la circunferencia inscrita mide 486,35 mm.



Para hallar el radio de la circunferencia circunscrita se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo formado por el radio de la misma, la mitad del lado del octógono y la apotema:

$$r^2 = ap^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow r = \sqrt{486{,}35^2 + 15{,}59^2} =$$
$$= \sqrt{236\,536{,}32 + 243{,}05} = \sqrt{236\,779{,}37} =$$
$$= 486{,}6$$

El radio de la circunferencia circunscrita es el radio del octógono, y mide 486,6 mm.

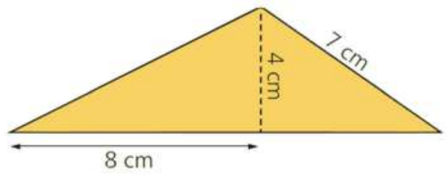
EVALUACIÓN

1 ¿Cuál de estas ternas de segmentos forma un triángulo?

a. 1, 3, 5 **b. 2, 4, 6** **c. 3, 5, 8** d. 4, 6, 8

La respuesta correcta es **d.** porque es la única que cumple $a < b + c$, donde b y c son los lados menores y a el lado mayor del triángulo.

2 El área de este triángulo es:



a. 27,5 cm^2 **b. 22,5 cm^2** **c. 16 cm^2** **d. 14 cm^2**

Se calcula el valor de la base, llamando b al tramo de base que no se conoce:

$4^2 + b^2 = 7^2 \Rightarrow b = 5{,}74$ cm

La base completa del triángulo mide: 8 + 5,74 = 13,74 cm

Se calcula el área:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{13{,}74 \cdot 4}{2} = 27{,}5 \Rightarrow A = 27{,}5 \text{ cm}^2$$

3 Clasifica el triángulo de la actividad anterior:

a. Isósceles. b. Obtusángulo. **c. Equilátero.** d. Escaleno.

Las respuestas correctas son b. (tiene un ángulo obtuso) y d. (sus tres lados son distintos)

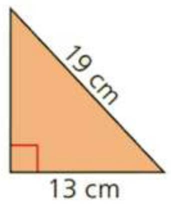
4 ¿Cuáles de estas medidas corresponden a los lados de un triángulo rectángulo?

a. 10, 15, 20 **b. 12, 15, 18** **c. 9, 12, 16** d. 5, 12, 13

Para que se correspondan a las medidas de un triángulo rectángulo debe cumplirse que $a^2 = b^2 + c^2$, donde a es el lado mayor y b y c los lados menores.

5 Halla el perímetro del siguiente triángulo:

a. 32 cm b. 45,8 cm **c. 40 cm** **d. 123,5 cm**



Se calcula el cateto que falta: $13^2 + c^2 = 19^2 \Rightarrow c = 13{,}8$ cm
El perímetro es $P = 19 + 13 + 13{,}8 = 45{,}8$ cm

6 Los lados de un triángulo miden 25 m, 20 m y 14 m, respectivamente; ¿qué tipo de triángulo es?
a. Acutángulo. **b. Rectángulo.** **c. Isósceles.** d. Obtusángulo.

Se comprueba que los lados del triángulo cumplen la desigualdad del triángulo obtusángulo: $a^2 > b^2 + c^2$, donde $a = 25$ m; $b = 20$ m y $c = 14$ m.

7 Halla el área de un triángulo equilátero si la medida de uno de sus lados es 10 m.

a. 50 m² **b. 30 m²** c. 43,3 m² **d. 25 m²**

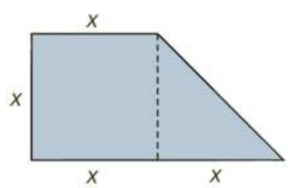
Se calcula la altura del triángulo área sabiendo que los tres lados son iguales:

$5^2 + h^2 = 10^2 \Rightarrow h = 8{,}66$ m

Se calcula el área del triángulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{10 \cdot 8{,}66}{2} = 43{,}3 \Rightarrow A = 43{,}3 \text{ m}^2$$

8 El perímetro de la siguiente figura cuando $x = 8$ dm es:



a. 64 dm b. 43,3 dm **c. 32 dm** **d. 96 dm**

Se calcula el lado que falta (la hipotenusa) aplicando el teorema de Pitágoras:
$a^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow a^2 = 2x^2 \Rightarrow a = \sqrt{2 \cdot 8^2} = 11{,}3$
Se calcula el perímetro:
$P = 4 \cdot 8 + 11{,}3 = 43{,}3$ dm