# MATEMÁTICAS
# 2.º ESO

# somoslink

# SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

# Unidad 11. Probabilidad

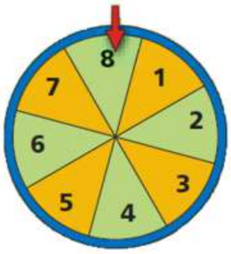
# Unidad 11. Probabilidad

## SOLUCIONES PÁG. 207

1. **Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y cuáles deterministas:**
   a. **Medir la masa de un litro de agua.**
   Es determinista porque el resultado se puede predecir antes de realizar el experimento.
   b. **Extraer una papeleta de una urna con tres papeletas blancas y ver de qué color es.**
   Es determinista porque el resultado se puede predecir antes de realizar el experimento.
   c. **Elegir sin mirar una pieza del ajedrez.**
   Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   d. **Predecir quiénes serán los goleadores en el partido de tu equipo de fútbol favorito.**
   Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   e. **Decir quién ganará las elecciones que se celebrarán el próximo mes.**
   Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.

2. **Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:**
   a. **Extraer una carta de una bajara española y anotar el palo de la carta extraída.**
   E = {copas, espadas, oros y bastos}
   b. **Coger un pez de una pecera en la que hay peces rojos, azules y plateados y registrar el color del pez.**
   E = { rojo, azul y plateado}
   c. **Introducir una contraseña formada en este orden por una vocal y un dígito del 1 al 2.**
   E = {a1, a2, e1,e2, i1, i2, o1,o2, u1, u2}

3. **Se hace girar una ruleta como la de la figura y se apunta el número del sector que sale.**




   a. **¿Es aleatorio este experimento?**
   Sí, es aleatorio.
   b. **Escribe el espacio muestral.**
   E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

4. **Indica el espacio muestral del experimento aleatorio «lanzar un dado con forma de dodecaedro y anotar el resultado». (Ten en cuenta que todas las caras del dodecaedro están numeradas del 1 al 12).**
   E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

5. **En el bombo de un sorteo de lotería hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Se extraen sucesivamente cinco bolas para formar el número correspondiente al primer premio, introduciendo de nuevo la bola en el bombo tras cada extracción. Si se considera el experimento «qué número sale en primer lugar» en el primer premio, ¿qué elementos tiene el espacio muestral?**
   E = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

6. **Escribe en tu cuaderno tres experimentos aleatorios y tres deterministas.**
   Respuesta abierta.

7. **Considera el experimento «lanzar al aire una moneda y anotar el resultado de la cara visible». Escribe el espacio muestral.**
   E = {cara, cruz}

8. **Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y cuáles no:**
   a. **Coger una ficha de dominó del montón de la mesa para ver si es el seis doble.**
      Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   b. **Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos se conocen.**
      Es determinista porque el resultado se puede predecir antes de realizar el experimento.
   c. **Lanzar a canasta un balón de baloncesto desde la línea de tres puntos y comprobar si se encesta o no.**
      Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   d. **Calcular la distancia a la que se encuentra una tormenta si se sabe el tiempo que transcurre desde que se ve el relámpago hasta que se oye el trueno.**
      Es determinista porque el resultado se puede predecir antes de realizar el experimento.
   e. **Juntar dos imanes por las caras de la misma polaridad.**
      Es determinista porque el resultado se puede predecir antes de realizar el experimento.

9. **Se extrae una bola de la siguiente urna y se anota el color:**


   a. **¿Es un experimento aleatorio? Razona tu respuesta.**
      Sí, es un experimento aleatorio, ya que no se puede predecir el color de la bola que se extraerá.
   b. **Escribe el espacio muestral.**
      E = {roja, verde, azul, amarilla}

## SOLUCIONES PÁG. 209

**10. Se realiza un experimento consistente en lanzar un dado cúbico. Indica:**

**a. El espacio muestral.**
E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

**b. Un suceso elemental.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {1}

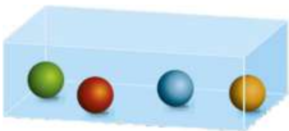
**c. Un suceso compuesto.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, B = {1, 2}

**d. Un suceso seguro.**
C = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

**e. Un suceso imposible.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, D = {8}

**f. Dos sucesos compatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, F = {1, 2} y G = {2, 3}

**11. Con la urna de la figura se lleva a cabo el experimento de sacar una bola y comprobar su color. Escribe los elementos que componen los siguientes sucesos:**



**a. El espacio muestral.**
E = {bola naranja, bola verde, bola roja, bola azul}

**b. Un suceso elemental.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {bola naranja}

**c. Un suceso compuesto.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, B = {bola naranja, bola roja}

**d. Un suceso seguro.**
C = {bola naranja, bola verde, bola roja, bola azul}

**e. Un suceso imposible.**
Por ejemplo, D = {bola amarilla}

**f. Dos sucesos incompatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, F = {bola naranja, bola verde} y G = {bola roja, bola azul}

**12. Se efectúa el experimento consistente en extraer una carta de una baraja española que tiene 40 naipes distribuidos en cuatro palos. Describe los resultados que forman los siguientes sucesos:**

**a. A = {sacar un as}**
A = {as de oros, as de copas, as de bastos, as de espadas}

**b. B = {sacar el rey de copas}**
B = {rey de copas}

**c. C = {sacar una figura}**
C = {sota de oros, caballo de oros, rey de oros, sota de copas, caballo de copas, rey de copas, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos, sota de espadas, caballo de espadas, rey de espadas}

**d. D = {sacar un basto}**
D = {as de bastos, 2 de bastos, 3 de bastos, 4 de bastos, 5 de bastos, 6 de bastos, 7 de bastos, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos}

13. **Considera el experimento de lanzar dos veces una moneda. Determina el espacio muestral, así como los elementos que forman los siguientes sucesos:**
    E = {CC, CX, XC, XX}
    a. **A = {sacar dos caras}**
       A = {CC}
    b. **B = {sacar al menos una cara}**
       B = {CX, XC}
    c. **C = {no sacar dos caras}**
       C = {CX, XC, XX}

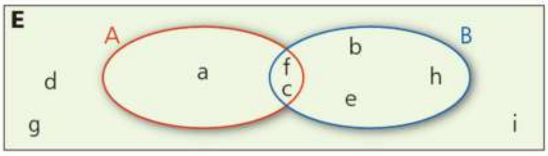
14. **Se hace girar una ruleta como la de la figura y se anota el número del sector al que apunta la flecha:**


    **Escribe los elementos que componen:**
    a. **El espacio muestral.**
       E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
    b. **El suceso A = {salir un múltiplo de 3}.**
       A = {3, 6, 9}
    c. **El suceso B = {salir un divisor de 6}.**
       B = {1, 2, 3, 6}
    d. **El suceso C = {salir un número menor de 3}.**
       C = {1, 2}

15. **Considera el experimento que consiste en lanzar un dado cúbico y clasifica los siguientes sucesos:**
    a. **A = {obtener un número divisor de 10}**
       Es un suceso compuesto, porque está formado por varios sucesos elementales.
    b. **B = {obtener un número impar mayor que 5}**
       Es un suceso imposible, porque en el dado cúbico no hay un número impar mayor que 5.
    c. **C = {no obtener un 1}**
       Es un suceso compuesto, porque está formado por varios sucesos elementales. Tamién es el suceso contrario a {obtener 1}.
    d. **D = {obtener un múltiplo de 4}**
       Es un suceso elemental, porque está formado por un solo elemento.

16. **Considera el experimento «coger al azar una ficha y anotar los números de sus dos partes» en el juego de dominó. Inventa los siguientes sucesos:**
    a. **Dos sucesos que sean compatibles.**
       Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {blanco y 2} y B = {blanco y tres}
    b. **Dos sucesos que sean incompatibles.**
       Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {blanco y 2} y B = {doble tres}
    c. **Un suceso y su contrario.**
       Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {doble blanco} y B = {no doble blanco}

**17. En el siguiente diagrama se representa el espacio muestral, E, y dos sucesos, A y B.**




**a. Escribe el suceso A.**
A = {a, c, f}
**b. Escribe el suceso B.**
B = {b, c, e, f, h}
**c. Escribe el suceso contrario a A.**
C = {b, d, e, g, h, i}
**d. ¿Son los sucesos A y B compatibles?**
Sí, porque tienen c y f como elementos en común.

**18. Se elige al azar una ficha de entre las 28 que forman un juego completo de dominó. Escribe los elementos que integran los siguientes sucesos:**
**a. A = {sacar una ficha doble}**
A = {(1 , 1), (2 , 2), (3 , 3), (4 , 4), (5 , 5), (6 , 6)}
**b. B = {sacar una ficha con una blanca}**
B = {(0 , 0), (0 , 1), (0 , 2), (0 , 3), (0 , 4), (0 , 5), (0 , 6)}
**c. C = {sacar una ficha con al menos un seis}**
C = {(6 , 0), (6 , 1), (6 , 2), (6 , 3), (6 , 4), (6 , 5), (6 , 6)}
**d. D = {sacar una ficha cuyos dos números sumen 4}**
D = {(0 , 4), (1 , 3), (2 , 2)}

**19. Se lanzan dos dados cúbicos al aire y se suman los valores que se muestran en la cara superior. Escribe los componentes de cada uno de los siguientes sucesos y clasifícalos:**
**a. A = {obtener un 8}**
A = {8}. Suceso elemental.
**b. B = {obtener un cuadrado perfecto}**
B = {4, 9}. Suceso compuesto.
**c. C = {obtener un divisor de 17}**
C = {Ø}. Suceso imposible.
**d. D = {obtener un número múltiplo de 9} e I = {obtener un número divisor de 16}**
D = {9}, F = {2, 4, 8}. Sucesos incompatibles.

**SOLUCIONES PÁG. 211**

**20. Los resultados de lanzar 100 veces un dado son:**

| Dado | Frecuencia absoluta, $n_i$ |
|---|---|
| 1 | 18 |
| 2 | 24 |
| 3 | 7 |
| 4 | 16 |
| 5 | 15 |
| 6 | 20 |

**Si consideramos el suceso A = {obtener un 2}:**

**a. ¿Cuál es su frecuencia absoluta?**
La frecuencia absoluta de un suceso, A, es el número de veces que se produce el suceso al realizar el experimento: $n_i = 24$

**b. ¿Y la frecuencia relativa?**
La frecuencia relativa de un suceso, A, es el cociente entre la frecuencia absoluta del suceso A y el número de veces que se realiza el experimento: $f_i = \frac{24}{100} = 0,24$

**21. En una urna hay 5 bolas numeradas del 0 al 4. Se realiza 500 veces el experimento aleatorio consistente en «extraer una bola, anotar su número y volver a introducirla a la urna». Los resultados se recogen en la siguiente tabla:**

| Urna | Frecuencia absoluta, $n_i$ |
|---|---|
| 0 | 71 |
| 1 | 65 |
| 2 | 128 |
| 3 | 111 |
| 4 | 125 |

**a. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?**
E = {0, 1, 2, 3, 4}

**b. ¿Cuál es la frecuencia absoluta de cada uno de los sucesos elementales?**
n (0) = 71; n (1) = 65; n (2) = 128; n (3) = 111; n (4) = 125

**c. ¿Y la frecuencia relativa de cada uno de los sucesos elementales?**
f (0) = $\frac{71}{500} = 0,142$; f (1) = $\frac{65}{500} = 0,13$; f (2) = $\frac{128}{500} = 0,256$; f (3) = $\frac{111}{500} = 0,222$;
f (4) = $\frac{125}{500} = 0,25$

**22. Formad grupos de 4 personas en clase, coged una moneda cada uno y realizad el siguiente experimento aleatorio: «lanzar la moneda y anotar en el cuaderno el resultado obtenido». Repetid el experimento 20 veces de manera que cada grupo elabore una tabla que reúna los resultados de todos los miembros del grupo.**

**a. ¿Cuál es la frecuencia absoluta de obtener cara? ¿Y la de obtener cruz?**

**b. ¿Cuál es la frecuencia relativa de cada uno de los valores anteriores?**

**Recoged en una única tabla los datos de cada grupo de la clase. ¿Cuáles son la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa de obtener cara y de obtener cruz en esta nueva tabla?**
Respuesta abierta.

**23. Se introducen todas las fichas del parchís en una caja y se extrae una al azar, se anota el color y se devuelve a la caja. Este experimento aleatorio se ha repetido 1 000 veces y se han obtenido los siguientes resultados:**

| Fichas | Frecuencia absoluta, $n_i$ |
|---|---|
| Roja | 263 |
| Verde | 241 |
| Amarilla | 252 |
| Azul | 244 |

**a. ¿Cuál es la frecuencia absoluta de cada uno de los colores?**
n (roja) = 263; n (verde) = 241; n (amarilla) = 252; n (azul) = 244

**b. Calcula la frecuencia relativa de cada color.**
f (roja) = $\frac{263}{1000} = 0,263$; f (verde) = $\frac{241}{1000} = 0,241$; f (amarilla) = $\frac{252}{1000} = 0,252$;
f (azul) = $\frac{244}{1000} = 0,244$

**c. Indica un número que se aproxime a todas las frecuencias relativas de cada uno de los colores.**
Las frecuencias relativas están próximas a 0,25.

**24. Se gira 30 veces la siguiente ruleta y se anota el número que marca la flecha cada vez que se para:**


**a. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?**
E = {5, 7, 9}

**b. ¿Cuánto sumarán las frecuencias absolutas de cada uno de los números obtenidos?**
Las frecuencias absolutas sumarán 30.

**c. ¿Cuánto sumarán las frecuencias relativas de cada uno de los números obtenidos?**
Las frecuencia relativas sumarán 1.

**d. ¿Puede ser 0,6 la frecuencia relativa del número 5? ¿Y 1,2?**
Sí, si saliera 18 veces. No, la frecuencia relativa no puede ser mayor de 1.

**e. Indica dos sucesos compatibles y dos incompatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, dos sucesos incompatibles son A = {impar} y B = {5}; dos sucesos incompatibles son A = {7, 9} y B = {5}.

**25. En una calculadora se pulsa al azar una de las cuatro operaciones algebraicas que tiene. Este experimento se realiza 30 veces y se obtienen estos datos:**

| Operaciones | Frecuencia absoluta, $n_i$ |
|---|---|
| + | 12 |
| – | 6 |
| × | 3 |
| / | 9 |

**a. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?**
E = {+, –, ×, /}

**b. Halla la frecuencia relativa de cada operación algebraica.**
f (+) = $\frac{12}{30} = 0,4$; f (–) = $\frac{6}{30} = 0,2$; f (×) = $\frac{3}{30} = 0,1$; f (/) = $\frac{9}{30} = 0,3$

**SOLUCIONES PÁG. 213**

**26. Rodrigo ha realizado el siguiente experimento aleatorio: «lanzar dos monedas al aire y anotar el número de caras obtenidas». El experimento lo ha repetido 500 veces y ha recogido los resultados en la siguiente tabla:**

| N.º de lanzamientos / N.º de caras | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 caras | 17 | 47 | 76 | 98 | 126 |
| 1 cara | 69 | 111 | 151 | 205 | 250 |
| 2 caras | 14 | 42 | 73 | 97 | 124 |

**Halla la frecuencia relativa de cada suceso e indica la probabilidad experimental de los siguientes sucesos:**

**a. A = {no obtener ninguna cara}**

f (0 C) = $\frac{126}{500} = 0,4$. La probabilidad experimental coincide con la frecuencia relativa.

**b. B = {obtener una cara}**

f (1 C) = $\frac{250}{500} = 0,5$. La probabilidad experimental coincide con la frecuencia relativa.

**c. C = {obtener dos caras}**

f (2 C) = $\frac{124}{500} = 0,248$. La probabilidad experimental coincide con la frecuencia relativa.

**d. D = {no obtener ninguna cruz}**

No obtener ninguna cruz es lo mismo que obtener dos caras.

f (0 X) = $0,248$. La probabilidad experimental coincide con la frecuencia relativa.

**27. Explica, razonadamente, cuáles de los siguientes valores no pueden corresponder a la probabilidad de un suceso:**

**a. 0,25** **c. 0,075** **e.** $\frac{2}{7}$

**b. –0,5** **d. 3,04** **f. 0,823**

Los valores **b.** y **d.** no pueden ser porque no están en el intervalo [0 , 1].

**28. Se dispone de dos dados cúbicos, uno rojo y otro azul, pero uno de ellos está trucado. Para detectar el dado trucado, se lanzan los dos dados 1 000 veces. En la siguiente tabla se recoge el número de veces que ha salido el 5:**

| | Dado rojo | Dado azul |
|---|---|---|
| N.º de lanzamientos | 1 000 | 1 000 |
| N.º de veces que sale el 5 | 175 | 400 |

**Observa los resultados y razona cuál es el dado trucado.**

Es el azul, porque sale un número muy superior al que se le podría asignar mediante la probabilidad experimental.

**29. En un experimento aleatorio, la probabilidad de un suceso, A, es P (A) = 0,83. Calcula la del suceso contrario.**

P (Ac) = 1 – P (A) = 1 – 0,83 = 0,17

**30. De una urna en la que hay bolas de diferentes colores se extrae una bola, se anota el color y se vuelve a introducir. Este experimento aleatorio se repite 100 veces y los resultados son los que puedes ver en esta tabla:**

| Colores \ N.º de extracciones | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| Azul | 9 | 15 | 25 | 31 | 39 |
| Verde | 7 | 11 | 17 | 25 | 31 |
| Morado | 3 | 9 | 13 | 17 | 21 |
| Amarillo | 1 | 5 | 5 | 7 | 9 |

a. **Halla la frecuencia relativa de cada uno de los sucesos.**

f (azul) = $\frac{39}{100} = 0,39$; f (verde) = $\frac{31}{100} = 0,31$; f (morado) = $\frac{21}{100} = 0,21$;

f (amarillo) = $\frac{9}{100} = 0,009$

b. **Asígnales una probabilidad experimental.**

P (azul) = 0,39; P (verde) = 0,31; P (morado) = 0,21; P (amarillo) = 0,09

c. **¿Todas las probabilidades pertenecen al intervalo [0 , 1]?**

Sí, todas están en el intervalo [0 , 1].

d. **Calcula la suma de todas las probabilidades. ¿Qué resultado obtienes?**

0,39 + 0,31 + 0,21 + 0,009 = 1

e. **Halla la suma de la probabilidad de no obtener azul y la probabilidad de obtener azul. ¿Qué resultado obtienes?**

P (no azul) + P (azul) = (1 – 0,39) + 0,39 = 0,61 + 0,39 = 1

**31. Con los datos de la actividad 22 asigna una probabilidad a los siguientes sucesos:**

a. **A = {obtener una cruz}**

P (una cruz) = $\frac{1}{2}$

b. **B = {obtener una cara}**

P (una cara) = $\frac{1}{2}$

**32. La probabilidad de un suceso A en un experimento aleatorio es P (A) = 0,60, y la probabilidad de un suceso B, P (B) = 0,40. ¿Se puede deducir con estos datos que los sucesos A y B son sucesos contrarios? Razona tu respuesta y pon un ejemplo que ilustre tu razonamiento.**

No. En el experimento de extraer una bola de un bombo con diez bolas numeradas del 0 a 9, el suceso A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} y el suceso B = {0, 1, 2, 3} cumplen las condiciones y no son contrarios.

**SOLUCIONES PÁG. 215**

**33. En la clase de Ricardo hay 14 alumnos morenos, 8 rubios, 7 castaños y 1 pelirrojo. Si se elige un alumno al azar, halla la probabilidad de los siguientes sucesos:**

**a. Ser rubio.**

P (ser rubio) = $\frac{8}{30} = 0,27$

**b. Ser castaño.**

P (ser castaño) = $\frac{7}{30} = 0,23$

**c. Ser moreno.**

P (ser moreno) = $\frac{14}{30} = 0,47$

**d. Ser pelirrojo.**

P (ser pelirrojo) = $\frac{1}{30} = 0,03$

**34. En una caja hay bombones de diversos tipos: 8 de chocolate negro, 9 de chocolate con leche, 5 de chocolate blanco y 6 bombones con envoltorio. Si se escoge un bombón al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:**

**a. A = {escoger un bombón de chocolate negro}**

P (bombón de chocolate negro) = $\frac{8}{28} = 0,29$

**b. B = {escoger un bombón de chocolate blanco}**

P (bombón de chocolate blanco) = $\frac{5}{28} = 0,18$

**c. C = {escoger un bombón de chocolate con leche}**

P (bombón de chocolate con leche) = $\frac{9}{28} = 0,32$

**d. D = {escoger un bombón con envoltorio}**

P (bombón con envoltorio) = $\frac{6}{28} = 0,21$

**35. Una baraja española está formada por 40 naipes distribuidos en cuatro palos. Se realiza el experimento aleatorio de extraer una carta al azar. Halla la probabilidad que tienen los siguientes sucesos:**

**a. A = {extraer el as de espadas}**

P (extraer el as de espadas) = $\frac{1}{40} = 0,025$

**b. B = {extraer una carta de copas}**

P (extraer una carta de copas) = $\frac{10}{40} = 0,25$

**c. C = {extraer un caballo}**

P (extraer un caballo) = $\frac{4}{40} = 0,10$

**d. D = {extraer una figura}**

P (extraer una figura) = $\frac{12}{40} = 0,30$

**36. Las notas finales de curso de la clase de Ismael han sido las siguientes: 3 alumnos han suspendido 3 materias, 5 han suspendido 2 materias, 2 han suspendido 1 materia, y 15 han aprobado todas las materias. Si se elige un alumno al azar, halla la probabilidad de los siguientes sucesos:**

**a. A = {lo ha aprobado todo}**

P (lo ha aprobado todo) = $\frac{15}{25} = 0,6$

**b. B = {ha suspendido 2 materias}**

P (ha suspendido 2 materias) = $\frac{5}{25} = 0,2$

**c. C = {ha suspendido más de una materia}**

P (ha suspendido más de una materia) =
= P (ha suspendido 3 materias) + P (ha suspendido 2 materias) =
$\frac{3}{25} + \frac{5}{25} = \frac{8}{25} = 0,32$

**d. D = {no ha aprobado todo}**

P (no ha aprobado todo) = 1 – P (lo ha aprobado todo) = 1 – $\frac{15}{25} = \frac{10}{25} = 0,4$

**37. Manuel quiere comprar un marcador fluorescente que cuesta 70 cts. y en el abrigo lleva las siguientes monedas:**

**Si coge del bolsillo una sola moneda al azar, ¿cuál es la probabilidad de que pueda comprar el marcador?**

Solo puede comprar el marcador si saca alguna de las 2 monedas de 1 € o la moneda de 2 €. Hay 3 casos favorables.

P (comprar marcador) = $\frac{3}{5} = 0,6$

**38. Se elige al azar un día del mes de marzo para realizar una prueba deportiva.**

**a. Escribe un suceso seguro y un suceso imposible asociados a este experimento.**

A = {números del 1 al 31}; B = {33}

**b. Calcula la probabilidad de cada uno.**

P (A) = 1; P (B) = 0

**39. Una urna contiene bolas de colores. No se sabe qué cantidad hay ni de qué colores son, pero sí que la probabilidad de extraer una bola azul es $\frac{2}{5}$. ¿Significa esto que en la urna hay 5 bolas y que 2 de ellas son azules? Razona tu respuesta.**

No, porque puede ser que haya 10 bolas en la urna y 4 sean azules. Lo que indica es que teóricamente, de cada 5 extracciones, dos serán bolas azules.

**40. Se considera el experimento de lanzar un dado dodecaédrico con sus caras numeradas del 1 al 12 y anotar el resultado obtenido. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:**

**a. A = {obtener un número primo}**

Los números primos son: 2, 3, 5, 7 y 11.

P (obtener número primo) = $\frac{5}{12} = 0,42$

**b. B = {obtener un divisor de 12}**

Los divisores de 12 son: 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

P (obtener divisor de 12) = $\frac{6}{12} = 0,5$

**c. C = {obtener un múltiplo de 3}**

Los múltiplos de 3 son: 3, 6, 9 y 12.

P (obtener un múltiplo de 3) = $\frac{4}{12} = 0,33$

**d. D = {obtener un número impar}**

Los números impares son: 1, 3, 5, 7, 9 y 11.

P (obtener número impar) = $\frac{6}{12} = 0,5$

**41 Pedro y Javier están jugando con la siguiente ruleta:**

**Cada uno elige un color y hace girar la ruleta; gana el que ha seleccionado el color en el que se ha parado la flecha. Encuentra la probabilidad de ganar si se elige:**

**a. A = {el color rojo}**

P (color rojo) = $\frac{4}{12} = 0,3$

**b. B = {el color amarillo}**

P (color amarillo) = $\frac{6}{12} = 0,5$

**c. C = {el color azul}**

P (color azul) = $\frac{2}{12} = 0,17$

**d. D = {un color que no sea azul}**

P (un color que no sea azul) = 1 – P (color azul) = 1 – 0,17 = 0,83

**42. En grupos de cinco compañeros, construid un dado sesgado. Hay diferentes formas sencillas de hacerlo; investigadlo. A continuación, con ese dado, realizad un número elevado de lanzamientos y analizad cuál es la probabilidad que tiene de salir cada una de las caras y su diferencia con respecto a las de un dado normal.**

Respuesta abierta.

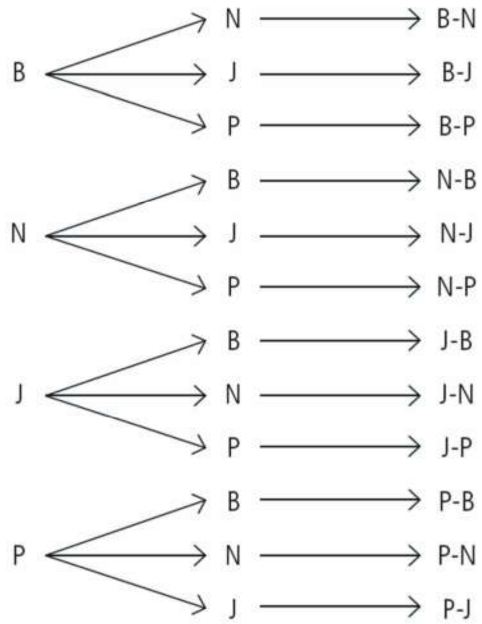
**43. Visualiza el vídeo que se encuentra en la siguiente dirección de Internet y contesta a las preguntas que se van formulando en las distintas pantallas:**

http://conteni2.educarex.es/mats/11966/contenido/

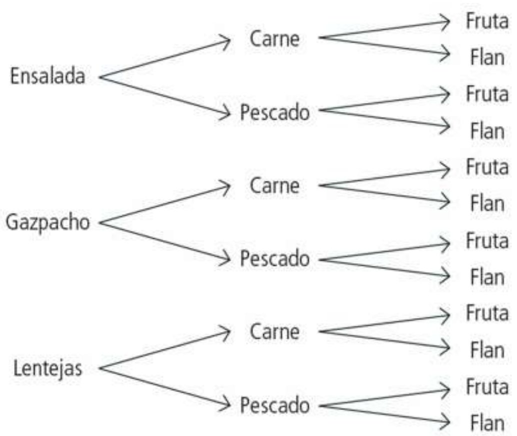
Respuesta abierta.

**SOLUCIONES PÁG. 217**

**44. Benito, Nicolás, Jorge y Pilar han llegado a las semifinales de una competición de cálculo mental. Muestra en un diagrama de árbol las formas en que podrían quedar en primera y segunda posición.**




**45. En un restaurante se ofrece un menú que consta de dos platos y postre: de primer plato se puede elegir entre ensalada, gazpacho o lentejas; de segundo, entre carne o pescado, y de postre, entre fruta o flan. Si se considera el experimento de elegir un menú al azar:**
**a. Representa la información en un diagrama de árbol.**



b. **Escribe el espacio muestral.**
E = {E-C-Fr, E-C-Fl, E-P-Fr, E-P-Fl, G-C-Fr, G-C-Fl, G-P-Fr, G-P-Fl, L-C-Fr, L-C-Fl, L-P-Fr, L-P-Fl}

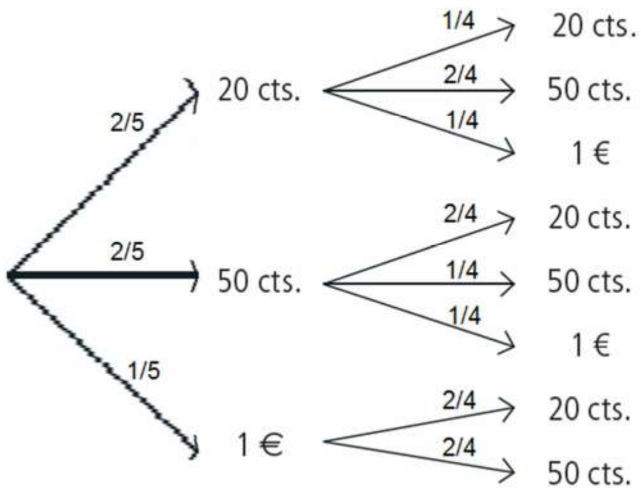
c. **Halla la probabilidad de elegir el menú formado por lentejas, pescado y fruta.**

P (L-P-Fr) = $\frac{1}{12} = 0{,}083$

d. **Determina la probabilidad de elegir un menú en el que haya carne.**
P (E-C-Fr) + P (E-C-Fl) + P (G-C-Fr) + P (G-C-Fl) + P (L-C-Fr) + P (L-C-Fl) =

$= 6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = 0{,}5$

**46. En el bolsillo del pantalón, Fermín lleva 2 monedas de 20 cts., otras 2 monedas de 50 cts. y 1 moneda de 1 €. Primero extrae una moneda del bolsillo y a continuación la otra. Utilizando un diagrama de árbol, halla la probabilidad de que:**




a. **Haya cogido una moneda de 1 € y otra de 50 cts.**
P (1.ª moneda 50 cts.) · P (2.ª moneda 1 €) + P (1.ª moneda 1 €) · P (2.ª moneda 50 cts.) =

$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

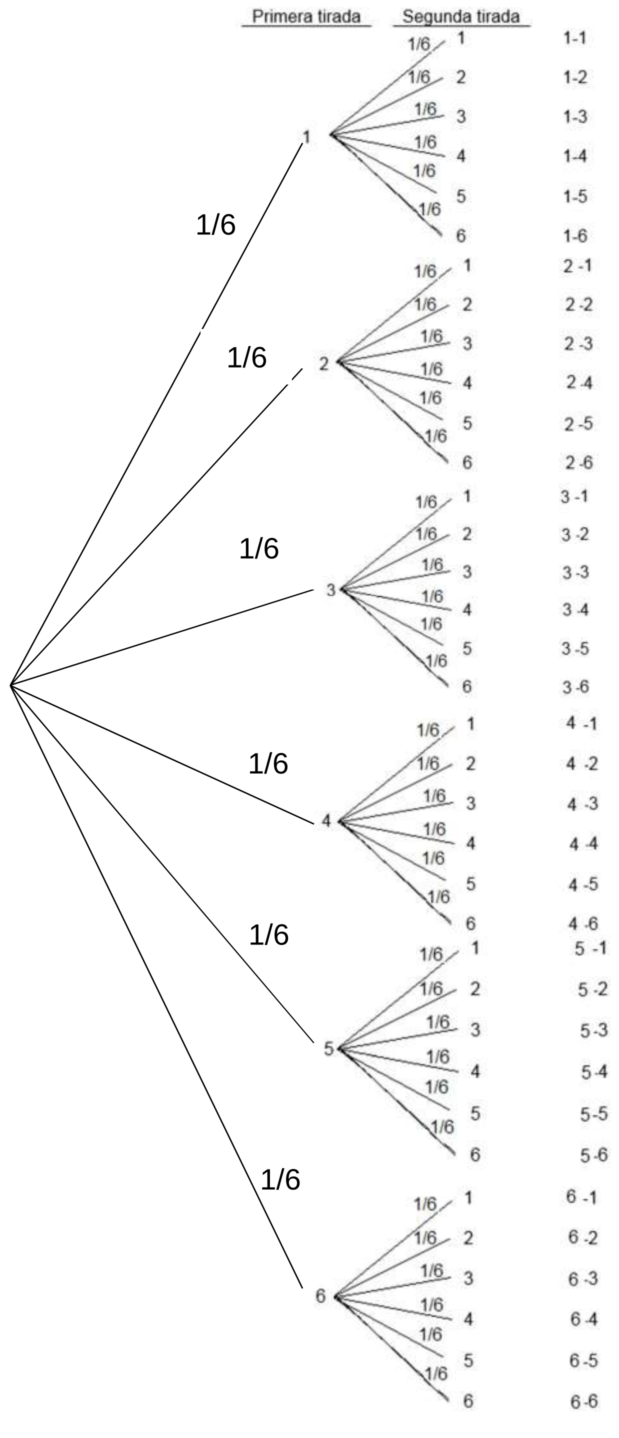
b. **Haya cogido la moneda de 1 €.**
P (1.ª moneda 20 cts.) · P (2.ª moneda 1 €) + P (1.ª moneda 50 cts.) · P (2.ª moneda 1 €) + + P (1.ª moneda 1 €) · P (2.ª moneda 20 cts.) + P (1.ª moneda 1 €) · P (2.ª moneda 50 cts.) =

$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = 0{,}4$

c. **Entre las dos monedas sumen menos de 1 €.**
P (1.ª moneda 20 cts.) · P (2.ª moneda 20 cts.) + P (1.ª moneda 20 cts.) · P (2.ª moneda 50 cts.) + + P (1.ª moneda 50 cts.) · P (2.ª moneda 20 cts.) =

$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{20} + \frac{4}{20} + \frac{4}{20} = \frac{10}{20} = 0{,}5$

**47. Representa en un diagrama de árbol los resultados que se pueden obtener al lanzar un dado dos veces. Halla las siguientes probabilidades:**




**a. Sacar dos seises.**

P (sacar dos seises) $= \frac{1}{36} = 0{,}028$

**b. Sacar al menos un cinco.**

P (sacar al menos un cinco) $= \frac{11}{36} = 0{,}305$

**48. En el juego de «pares o nones», dos jugadores eligen par o non, para, a continuación, extender a la vez el número de dedos que deseen de una de sus manos. Se hace el recuento de dedos extendidos y gana el jugador que haya elegido la paridad correcta.**

**a. Representa las diferentes posibilidades del juego en un diagrama de árbol.**

El diagrama de árbol tiene 6 elementos en la primera rama, desde el 0 hasta el 5, y en la segunda rama, de cada elemento anterior salen 6 elementos, desde el 0 hasta el 5. En total hay 36 posibilidades.

**b. Halla la probabilidad de que saquen par los dos jugadores.**

P (sacar par los dos) = P (sacar par el 1.º) · P (sacar par el 2.º) =

$$= \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = 0{,}25$$

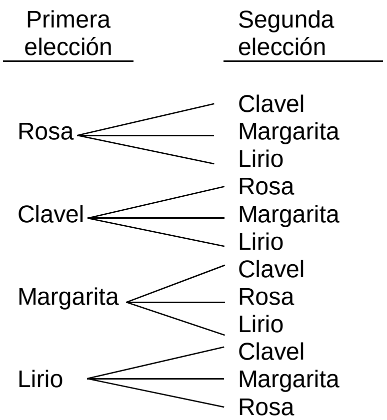
**c. Halla la probabilidad de ganar si se elige impar.**

P (suma impar) = P (sacar par el 1.º) · P (sacar impar el 2.º) +

\+ P (sacar impar el 1.º) + P (sacar par el 2.º) =

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36} + \frac{9}{36} = \frac{18}{36} = 0{,}5$$

**49. En una floristería dan la opción de confeccionar un ramo con dos tipos diferentes de flores a elegir entre rosas, claveles, margaritas y lirios.**




**a. Si se elige los dos tipos de flores al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el ramo tenga rosas y claveles?**

P (tener rosas y claveles) = P (1.ª rosa) · P (2.ª clavel) + P (1.ª clavel) · P (2.ª rosa) =

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = 0{,}17$$

**b. ¿Y la probabilidad de que no contenga margaritas?**

$$\text{P (no contenga margaritas)} = 1 - \text{P}\left(\text{tener margaritas}\right) = 1 - \frac{6}{12} = 0{,}5$$

**50. En el cumpleaños de Diego, cada invitado puede elegir para la comida entre hamburguesa o perrito, entre agua o refresco y entre tarta o helado. Considera el experimento «elegir el menú compuesto por las tres opciones».**

**a. Halla la probabilidad de elegir el menú formado por hamburguesa, refresco y helado.**

$$\text{P (H-R-He)} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

**b. Determina la probabilidad de elegir un menú en el que no haya helado.**

P (no contenga helado) = $1 - \text{P}\left(\text{tenga helado}\right) = 1 - \frac{4}{8} = 0,5$

**51. Con los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4 se forman números de tres cifras distintas (no pueden empezar por 0). Establece la probabilidad de:**

**a. Formar el número 321.**

Un número formado por 3 cifras puede tener:

<u>3.ª cifra: 4 posibilidades</u>  <u>2.ª cifra: 4 posibilidades</u>  <u>1.ª cifra: 3 posibilidades</u>

4 · 4 · 3 = 48

P (formar el número 321) = P (3.ª cifra sea 3) · P (2.ª cifra sea 2) · P (1.ª cifra sea 1)

$= = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{48} = 0,02$

**b. Formar un número que tenga el 4 en las decenas.**

P (que tenga el 4 en las decenas) = P (3.ª cifra sea 1, 2, 3) · P (2.ª cifra sea 4) ·

· P (1.ª cifra sea distinta de la 3.ª cifra y distinta de 4) = $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{3} = \frac{9}{48} = 0,1875$

**c. Formar un número mayor de 200.**

P (número mayor de 200) = P (3.ª cifra sea 2) · P (2.ª cifra sea distinta de 2) ·
· P (1.ª cifra sea distinta de 2 y de la 2.ª cifra) + P (3.ª cifra sea 3) ·
· P (2.ª cifra sea distinta de 3) · P (1.ª cifra sea distinta de 3 y de la 2.ª cifra) +
+ P (3.ª cifra sea 4) · P (2.ª cifra sea distinta de 4) ·
· P (1.ª cifra sea distinta de 4 y de la 2.ª cifra) =

$= \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{3}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{3}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{3}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$

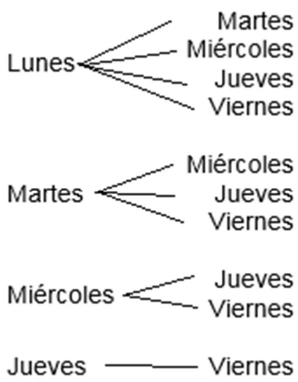
**d. Formar un número entre 100 y 200.**

P (número entre 100 y 200) = P (3.ª cifra sea 1) · P (2.ª cifra sea distinta de 1) ·

· P (1.ª cifra sea distinta de 1 y de la 2.ª cifra) = $\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{3}{3} = \frac{1}{4} = 0,25$

**52. Alba tiene que entrenar dos días a la semana para recuperarse de una lesión, sin contar sábados ni domingos. Si elige los días al azar, cuál es la probabilidad de:**

**a. Entrenar martes y jueves.**




P (entrenar martes y jueves) $= \frac{1}{10} = 0,1$

**b. No entrenar el lunes.**

P (no entrenar el lunes) $= 1 - \text{P}\left(\text{entrenar lunes}\right) = 1 - \dfrac{4}{10} = 0{,}6$

**c. Entrenar dos días seguidos.**

P (entrenar dos días seguidos) = $\dfrac{4}{10} = 0{,}4$

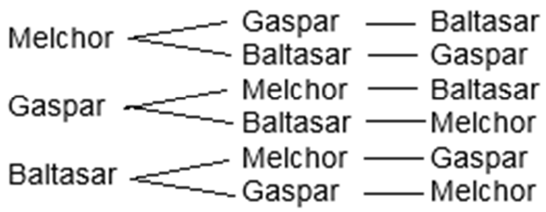
**d. Entrenar un viernes.**

P (entrenar un viernes) = $\dfrac{4}{10} = 0{,}4$

**Nota: no se considera el orden de los días.**

53. **Sara está montando el belén en casa y este año no tiene claro cuál va a ser el orden en el que va a colocar a los Reyes Magos, por lo que lo elegirá al azar. Halla las siguientes probabilidades:**

**a. Los dispone por este orden: Melchor, Gaspar y Baltasar.**




P (Melchor, Gaspar y Baltasar) = $\dfrac{1}{6} = 0{,}167$

**b. Gaspar es el primero.**

P (Gaspar sea el primero) = $\dfrac{2}{6} = 0{,}333$

**c. Baltasar no es el último.**

P (Baltasar no sea el último) = $\dfrac{4}{6} = 0{,}667$

**d. Melchor y Gaspar van seguidos.**

P (Melchor y Gaspar vayan seguidos) = $\dfrac{4}{6} = 0{,}667$

## SOLUCIONES PÁG. 218

1. **Simula el experimento aleatorio de lanzar un dado tetraédrico, con sus cuatro caras numeradas del 1 al 4. Determina la probabilidad que se le asignaría al suceso {obtener un 3} simulando 50 lanzamientos.**
Respuesta abierta.

2. **Simula el experimento aleatorio de formar dígitos de dos cifras extrayendo dos bolas de dos bombos diferentes. Del primer bombo, que contiene 9 bolas numeradas del 1 al 9, se extraen las decenas del número, mientras que del segundo bombo, que contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9, se extraen las unidades del número. Simulando 50 extracciones, establece la probabilidad que se le asignaría al suceso {obtener un número par}.**
Respuesta abierta.

**SOLUCIONES PÁG. 219**

1. **Escribe un ejemplo de un experimento determinista y otro de un experimento aleatorio.**
   Respuesta abierta. Por ejemplo, un experimento determinista es observar a qué temperatura congela el agua. Un experimento aleatorio es lanzar un dado cúbico al aire y observar qué número sale.

2. **Define qué es el espacio muestral y qué es un suceso de un experimento aleatorio.**
   El espacio muestral es el conjunto de los resultados que se pueden producir en un experimento aleatorio. Un suceso es un subconjunto del espacio muestral.

3. **Explica qué es el suceso contrario a un suceso dado.**
   Es el suceso que tiene únicamente todos los resultados del espacio muestral que no forman parte de A.

4. **¿Qué diferencia existe entre sucesos compatibles y sucesos incompatibles?**
   Los sucesos compatibles tienen elementos en común, mientras que los incompatibles no los tienen.

5. **Enuncia la ley de los grandes números.**
   Si un experimento aleatorio se repite un número elevado de veces, la frecuencia relativa de un suceso irá fluctuando hasta estabilizarse en un valor fijo, el cual se asigna como la probabilidad experimental del suceso.

6. **¿Por qué la probabilidad de un suceso en un experimento aleatorio está siempre comprendida entre 0 y 1?**
   Porque la probabilidad se construye a partir de la frecuencia relativa del suceso, que toma valores entre 0 y 1.

7. **¿Para qué tipo de sucesos la probabilidad es 0? ¿Y para cuáles es 1?**
   La probabilidad es 0 para los sucesos imposibles. La probabilidad es 1 para los sucesos seguros.

8. **¿Cuál es el suceso contrario al suceso seguro?**
   El suceso imposible.

9. **¿Cuál es la condición necesaria para que se pueda aplicar la regla de Laplace en un experimento aleatorio?**
   La condición necesaria es que los sucesos elementales sean equiprobables.

10. **Realiza una presentación digital a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Gloster…**
    Respuesta abierta.

**SOLUCIONES PÁG. 220**

**EXPERIMENTOS ALEATORIOS. ESPACIO MUESTRAL**

1. **Indica si los siguientes experimentos son aleatorios o son deterministas. Razona tu respuesta.**
   a. **Coger de un cajón, y sin mirar, unos calcetines de entre varios colores e indicar el color.**
   Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   b. **Decir el ganador de un torneo de patinaje artístico antes de que se dispute.**
   Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   c. **De entre los tres resultados posibles de un partido de fútbol, 1, X, 2, acertar, en el descanso del partido, el resultado final.**
   Es aleatorio porque el resultado no se puede predecir antes de realizar el experimento.
   d. **Decir el tiempo que tardará en llegar al suelo un objeto que se deja caer desde la ventana de un primer piso.**
   Es determinista porque el resultado se puede predecir antes de realizar el experimento.

2. **Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:**
   a. **Elegir al azar un color de los que integran el arco iris.**
   E = {rojo, naranja, amarillo, verde, cian, azul, violeta}
   b. **Seleccionar al azar uno de los meses del año.**
   E = {enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, julio, agosto, septiembre, octubre, noviembre, diciembre}
   c. **Extraer una bola de un bombo con 10 bolas numeradas del 0 al 9.**
   E = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
   d. **Elegir uno de los múltiplos del número 13, que sean menores de 100.**
   E = {0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91}

3. **Escribe el espacio muestral de un experimento aleatorio que consiste en lanzar dos dados y anotar la resta del mayor menos el menor de los puntos obtenidos en la cara superior.**
   E = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

4. **En una bolsa hay 7 bolas de colores numeradas del 1 al 7. Las bolas con número par son rojas, y las impares son azules. Si se extrae una bola al azar, indica el espacio muestral de este experimento.**
   E = {1 azul, 2 rojo, 3 azul, 4 rojo, 5 azul, 6 rojo, 7 azul}

## SUCESOS. TIPOS DE SUCESOS

**5. Se extrae una bola de la siguiente urna:**


**Indica:**

**a. El espacio muestral.**
E = {1 rojo, 2 verde, 3 amarillo, 4 negro, 5 azul}

**b. Un suceso compuesto.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {1 rojo, 2 verde}

**c. Un suceso y su contrario.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, D = {4 negro, 5 azul} y Dc = {1 rojo, 2 verde, 3 amarillo}

**d. Un suceso seguro.**
F = {sacar bola del 1 al 5}

**6. Se considera el experimento aleatorio «lanzar un dado tetraédrico con sus cuatro caras numeradas del 1 al 4 y anotar el número obtenido». Indica:**

**a. El espacio muestral.**
E = {1, 2, 3, 4}

**b. Un suceso compuesto.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, B = {1, 4}

**c. Dos sucesos compatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, C = {1, 2, 3} y D = {par}

**d. Un suceso y su contrario.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, F = {1, 2} y Dc = {3, 4}

**7. Para la ruleta de la figura indica:**

**a. El espacio muestral.**
E = {rojo, rosa, verde, azul}

**b. Un suceso elemental.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, B = {rojo}

**c. Un suceso compuesto.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, C = {rojo, rosa}

**d. Un suceso seguro.**
D = {rojo, rosa, verde, azul}

**e. Un suceso imposible.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, F = {amarillo}

**f. Dos sucesos compatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, G = {rojo, azul} y H = {azul, rosa, verde}

**8. Considera el experimento aleatorio consistente en coger al azar una ficha de un juego de dominó y escribe:**

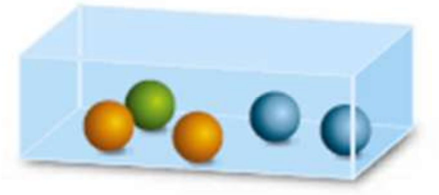
**a. Un suceso compuesto.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, B = {(4, 1), (5, 4)}

**b. Dos sucesos que sean compatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, C = {cuatro doble} y D = {al menos un cuatro}

**c. Dos sucesos que sean incompatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, F = {blanca doble} y G = {(3, 4)}

**9. En el experimento de lanzar un dado, elige un suceso, A, y escribe cuál es el contrario del suceso A.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {salir número par}, el suceso contrario al suceso A es $A^c$ = {no salir número par}.

**10. En una urna como la de la figura se extraen dos bolas sin introducir la primera y se anota el color.**



**a. Indica un suceso elemental y su contrario.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, A = {(naranja, naranja)} y $A^c$ = {(naranja, verde), (naranja, azul), (verde, naranja), (verde, azul), (azul, naranja), (azul, verde), (azul, azul)}

**b. Indica dos sucesos compatibles.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, B = {(naranja, naranja), (naranja, verde), (naranja, azul)} y C = {(naranja, azul), (verde, naranja), (verde, azul), (azul, naranja), (azul, verde), (azul, azul)}

**c. Indica un suceso imposible y su contrario.**
Respuesta abierta. Por ejemplo, D = {(rojo, rojo)} y $D^c$ = {(naranja, naranja), (naranja, verde), (naranja, azul), (verde, naranja), (verde, azul), (azul, naranja), (azul, verde), (azul, azul)}

**11. ¿Completan siempre el espacio muestral los sucesos A y $A^c$? Considera el experimento del lanzamiento de un dado y pon un ejemplo que ilustre tu respuesta.**
Sí, siempre forman el espacio muestral los dos juntos. Respuesta abierta, por ejemplo: A = {1, 2} y $A^c$ = {3, 4, 5, 6}

**12. Considera un experimento aleatorio y contesta a las siguientes preguntas poniendo un ejemplo:**

**a. ¿Es el contrario de un suceso seguro un suceso imposible?**
Sí. Por ejemplo, una urna con bolas numeradas todas con números pares. Si se hace una extracción, el suceso seguro es A = {par} y el suceso imposible es B = {impar}.

**b. ¿Es el contrario de un suceso imposible un suceso seguro?**
No. Por ejemplo, al lanzar un dado numerado de con números pares se observa el número que queda en la parte superior. El suceso seguro es A = {par} y un suceso imposible es B = {1}.

**SOLUCIONES PÁG. 221**

**13. Los sucesos contrarios y los sucesos incompatibles no son conceptos equivalentes, pero mantienen una relación que los vincula siempre en un sentido.**
**Considera el experimento consistente en lanzar un dado y contesta a las siguientes preguntas, dando un ejemplo que demuestre tu respuesta.**

**a. ¿Son siempre incompatibles los sucesos contrarios?**
Sí. Por ejemplo, A = {par} y B = {impar}

**b. ¿Son siempre contrarios los sucesos incompatibles?**
No. Por ejemplo, A = {par} y B = {1}

**FRECUENCIA DE UN SUCESO**

**14. Se introducen las diferentes piezas de un ajedrez en una caja y se extrae una al azar, se anota qué pieza es y se devuelve a la caja.**
**Este experimento aleatorio se ha repetido 40 veces y se han obtenido los siguientes resultados:**

| | Peón | Torre | Caballo | Alfil | Rey | Reina |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Frecuencia absoluta, $n_i$** | **7** | **5** | **10** | **3** | **8** | **7** |

**a. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?**
E = {peón, torre, caballo, alfil, rey, reina}

**b. ¿Cuál es la frecuencia absoluta de cada una de las piezas?**
n (peón) = 7; n (torre) = 5; n (caballo) = 10; n (alfil) = 3; n (rey) = 8; n (reina) = 7

**c. Calcula la frecuencia relativa de cada pieza.**

f (peón) = $\frac{7}{40} =$ 0,175; f (torre) = $\frac{5}{40} =$ 0,125; f (caballo) = $\frac{10}{40} =$ 0,25;

f (alfil) = $\frac{3}{40} =$ 0,075; f (rey) = $\frac{8}{40} =$ 0,2; f (reina) = $\frac{7}{40} =$ 0,175

**15. El experimento de la actividad anterior se repite hasta llegar a las 3 000 reiteraciones. Se han obtenido estos nuevos resultados:**

| Frecuencia absoluta, $n_i$ | Peón | Torre | Caballo | Alfil | Rey | Reina |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1 000** | **150** | **173** | **159** | **181** | **166** | **171** |
| **2 000** | **329** | **332** | **330** | **340** | **331** | **338** |
| **3 000** | **491** | **505** | **496** | **507** | **499** | **502** |

**a. Halla las frecuencias relativas de las piezas en cada tramo de lanzamiento.**

| $n_i$ | f (peón) | f (torre) | f (caballo) | f (alfil) | f (rey) | f (reina) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 000 | 0,150 | 0,173 | 0,159 | 0,181 | 0,166 | 0,171 |
| 2 000 | 0,164 5 | 0,166 | 0,165 | 0,17 | 0,165 5 | 0,169 |
| 3 000 | 0,163 7 | 0,168 3 | 0,165 3 | 0,169 | 0,166 3 | 0,167 3 |

**b. Analiza si las frecuencias relativas tienden hacia algún número concreto.**
Cada una de ellas parece que tienden a 0,166.

**16. Simula 30 veces el lanzamiento de un dado tetraédrico generando una secuencia de números entre 1 y 4 como se describe en la sección *Herramientas tecnológicas.***

**a. ¿Cuál es la frecuencia absoluta de cada suceso?**

Respuesta abierta.

**b. Halla la frecuencia relativa de cada uno de los sucesos.**

Respuesta abierta.

**PROBABILIDAD**

**17. En el experimento consistente en lanzar una chincheta y observar si la punta queda hacia arriba o tocando el suelo, los resultados de las 500 veces que se ha repetido son:**

| N.º de lanzamientos | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| Punta hacia arriba | 18 | 47 | 77 | 99 | 126 |

**a. ¿Qué probabilidad experimental asignarías al suceso A = {punta hacia arriba} según los datos de la tabla?**

P {punta hacia arriba} = $\frac{126}{500} = 0,25$

**b. ¿Y al suceso B = {punta hacia abajo}?**

P (punta hacia abajo) = 1 – 0,25 = 0,75

**18. En una estantería hay colocados CD de dos tipos: de música clásica y de pop. Sara y Rosa van a elegir un CD al azar y, antes, Sara dice: «La probabilidad de coger uno de música clásica es $\frac{9}{22}$», a lo que Rosa responde: «Pero la probabilidad de coger uno de música pop es $\frac{7}{11}$».**

**a. ¿Pueden ser ciertas ambas afirmaciones?**

No, porque son sucesos contrarios y la suma de sus probabilidades debe dar 1.

En este caso la suma es: $\frac{9}{22} + \frac{7}{11} = \frac{9}{22} + \frac{14}{22} = \frac{23}{22} = 1,05$

**b. Si solamente Sara estuviera en lo cierto, ¿cuál sería la probabilidad de escoger un CD de música pop?**

P (CD música pop) $= 1 - \frac{9}{22} = \frac{22}{22} - \frac{9}{22} = \frac{13}{22} = 0,59$

**19. Álvaro y Rodrigo van a jugar a la lotería y tienen dos números para elegir, acabados uno en 00 y el otro en 34. Álvaro dice que no quiere el de terminación 00 porque tiene menos posibilidades de salir que el otro. Rodrigo, en cambio, replica que él prefiere el 00 porque el otro número resultó agraciado la pasada semana y tiene, por ello, menos posibilidades de salir. ¿Tú qué piensas? ¿Quién está en lo cierto? Razona tu respuesta.**

Ninguno está en lo cierto, porque todos los números, sucesos elementales, son equiprobables. En cada sorteo el experimento se repite de nuevo con idénticas condiciones que la primera.

**20. En una tómbola de la feria del pueblo de César tienen el siguiente juego: un jugador paga 1 € y extrae una bola de una urna que contiene 1 bola roja, 3 bolas verdes y 6 negras; según sea el color de la bola extraída se procede de la siguiente forma:**
**• Si es roja, el jugador gana 3 €.**
**• Si es verde, el jugador gana 2 €.**
**• Si es negra, el jugador pierde lo apostado.**
**a. Formad grupos en clase y simulad la práctica del juego con el mismo experimento o uno similar.**
**b. Repetid el experimento 50 veces y extraed conclusiones.**
**c. Juntad los resultados de cada grupo y analizad esa información. ¿Quién sale beneficiado en el juego?**
Respuesta abierta.

**SOLUCIONES PÁG. 222**

**21. Un dado tetraédrico trucado tiene la siguiente característica: la probabilidad de obtener cada uno de los números pares es idéntica e igual a 0,35 cada una. Si se sabe que la probabilidad de obtener cada uno de los números impares es también igual, calcula la probabilidad de sacar un 3.**
La suma de las probabilidades de todos los sucesos elementales es 1, por tanto: 1 = P (1) + P (2) + P (3) + P (4)
1 = 2 · P (impar) + 2 · P (par)
1 = 2 · P (impar) + 2 · 0,35

$$\text{P (impar)} = \frac{1-2\cdot 0{,}35}{2} \Rightarrow \text{P (impar)} = \frac{1-0{,}70}{2} \Rightarrow \text{P (impar)} = 0{,}15$$

P (1) = P (3) = 0,15

**REGLA DE LAPLACE**

**22. Indica si las probabilidades de los siguientes sucesos son correctas y, en caso contrario, rectifícalas:**


**a. P (1) = 0,6**

No es correcta. P (1) = $\frac{4}{8} = 0{,}5$

**b. P (2) = 0,25**

No es correcta. P (2) = $\frac{3}{8} = 0{,}375$

**c. P (3) = 0,125**

Sí, es correcta. P (3) = $\frac{1}{8} = 0{,}125$

**d. P (impar) = 0,5**

No es correcta. P (impar) = $\frac{5}{8} = 0{,}625$

**23. Juan tiene en el estuche 12 rotuladores, 9 lápices de colores, 4 bolígrafos y 2 lapiceros. Si coge un objeto al azar del estuche, halla la probabilidad de sacar:**

**a. A = {un bolígrafo}**

P (un bolígrafo) $= \frac{4}{27} = 0{,}148$

**b. B = {un rotulador}**

P (un rotulador) $= \frac{12}{27} = 0{,}444$

**c. C = {un lapicero}**

P (un lapicero) $= \frac{2}{27} = 0{,}074$

**d. D = {un rotulador o un lápiz de color}**

P (un rotulador o un lápiz de color) $= \frac{12}{27} + \frac{9}{27} = \frac{21}{27} = 0{,}777$

**24. María usa la tarjeta bancaria en muchas ocasiones; la emplea para comprar en diversos comercios, sacar dinero de los cajeros, etc. Su tarjeta tiene una clave de 4 dígitos del 0 al 9. Está preocupada por la seguridad de su clave y cree que puede ser fácil adivinarla en caso de pérdida:**

**a. ¿Cuántas claves diferentes se pueden crear?**

Se puede crear $10^4$ = 10 000 claves.

**b. ¿Cuál es la probabilidad de acertar su clave en un solo intento?**

P (acertar en un solo intento) $= \frac{1}{10\,000} = 0{,}000\,1$

**c. ¿Y si supiéramos que empieza por 3?**

P (acertar sabiendo que empieza por 3) $= \frac{1}{1000} = 0{,}001$

**25. En la bandeja de dulces de Navidad, Fe tiene 5 polvorones, 4 mazapanes y 7 trozos de turrón. Si su padre coge uno al azar, cuál es la probabilidad de que el elegido:**

**a. Sea un polvorón.**

P (sea un polvorón) $= \frac{5}{16} = 0{,}312\,5$

**b. Sea un mazapán.**

P (sea un mazapán) $= \frac{4}{16} = 0{,}25$

**c. No sea un polvorón.**

P (no sea un polvorón) = 1 – P (sea un polvorón) = 1 – 0,312 5 = 0,687 5

**d. No sea un trozo de turrón.**

P (no sea un trozo de turrón) = 1 – P (sea un trozo de turrón) $= 1 - \frac{7}{16} = 0{,}562\,5$

**26. De los 25 alumnos de la clase de Yohana, 15 han aprobado todas las materias, a 5 les ha quedado una, 3 han suspendido 2, y a 2 les han quedado 3 o más. Si se elige un alumno al azar, halla la probabilidad de que haya:**

**a. Aprobado todo.**

P (apruebe todo) $= \frac{15}{25} = 0{,}6$

**b. Suspendido una materia.**

P (suspenda una materia) = $\frac{5}{25}$ = 0,2

**c. Suspendido más de una materia.**

P (suspenda más de una materia) =

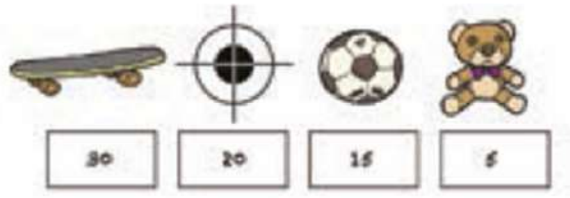
P (suspenda 2 materias) + P (suspenda 3 o más materias) $= \frac{3}{25} + \frac{2}{25} = \frac{5}{25} =$ 0,2

**d. Suspendido alguna materia.**

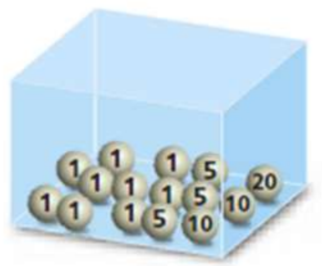
P (suspenda alguna materia) =

P (suspenda una materia) + P (suspenda 2 materias) + P (suspenda 3 o más materias) $= \frac{5}{25} + \frac{3}{25} + \frac{2}{25} = \frac{10}{25} =$ 0,4

**27. En la feria de verano que se celebra en el pueblo de Mario hay una tómbola en la que se venden boletos con puntos con los que se pueden conseguir estos regalos:**




**Los puntos de los boletos se consiguen a través de la bola extraída de una urna con la composición que se puede ver en la imagen:**



**Halla la probabilidad de estos sucesos al extraer un solo boleto:**

**a. Conseguir el monopatín.**

P (conseguir el monopatín) = 0

**b. Conseguir el muñeco.**

P (conseguir el muñeco) = $\frac{3}{15}$ = 0,2

**c. No conseguir nada.**

P (no ganar nada) = $\frac{11}{15}$ = 0,73

**d. Conseguir un premio que no sea el muñeco.**

P (conseguir un premio que no sea el muñeco) = P (conseguir el monopatín) + + P (conseguir el balón) + P (conseguir la diana) = $\frac{0}{15} + \frac{0}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{15} =$ 0,07

**28. En una urna se introducen tarjetas con cada una de las letras de las palabras:**


**Se extrae una tarjeta al azar de la urna.**
La frecuencia absoluta de cada letra es:

| R | E | B | A | Ñ | O | P | S | I | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 2 | 6 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 |

**a. ¿Qué tiene mayor probabilidad de salir: una vocal o una consonante?**
Hay más probabilidad de salir una consonante.

P (consonante) = $\frac{14}{27} = 0{,}518$

**b. ¿Qué letra es más probable que salga?**

Es más probable que salga la letra A. P (A) = $\frac{6}{27} = 0{,}222$

**c. ¿Qué letras tienen la misma probabilidad de ser extraídas?**

Tienen la misma probabilidad la letra R y la E; y la B, la Ñ, la P, la S, la N y la O.

**d. Después de sacar las letras que forman la palabra ÉBANO, ¿qué letra es más probable que salga: la R o la E?**
Tras sacar las letras de la palabra ÉBANO, la frecuencia absoluta de cada letra es:

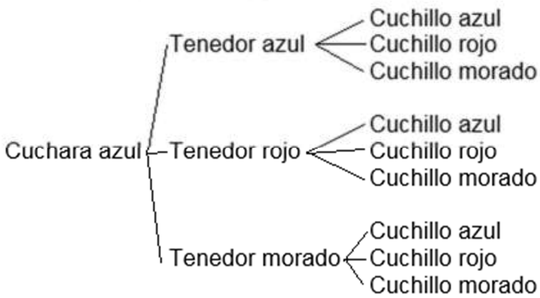
| R | E | B | A | Ñ | O | P | S | I | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 1 | 5 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |

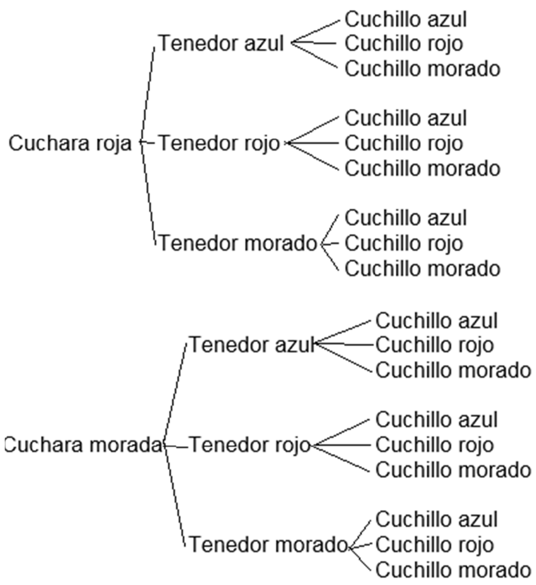
Es más probable que salga la R. P (salir R) = $\frac{4}{22} = 0{,}18$

## SOLUCIONES PÁG. 223

## DIAGRAMA DE ÁRBOL

**29. Al coger los cubiertos para comer, se dispone de tres juegos de cuchara, tenedor y cuchillo en tres colores diferentes: azul, rojo y morado. Si se selecciona al azar un cubierto de cada clase, qué probabilidad hay de elegir:**
Se construye un diagrama de árbol:






**a. Un cubierto de cada color.**

P (un cubierto de cada color) = $\frac{6}{27} =$ 0,22

**b. Una cuchara de color rojo.**

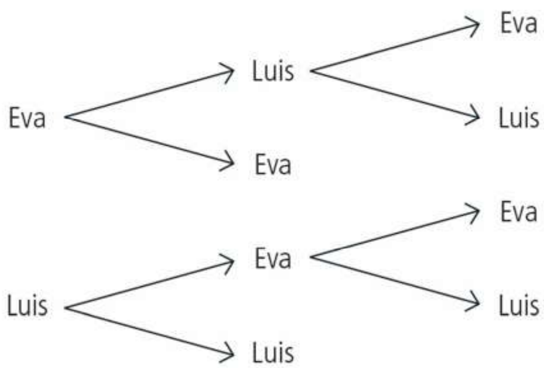
P (una cuchara de color rojo) = $\frac{9}{27} =$ 0,3

**c. Los tres cubiertos sin ninguno azul.**

P (los tres cubiertos sin ninguno azul) = $\frac{8}{27} =$ 0,30

**30. Eva y Luis juegan a los dardos y han consensuado que el ganador será el primero que obtenga dos victorias.**

**a. Representa los resultados en un diagrama de árbol.**




**b. ¿Cuál es la probabilidad de que el juego se acabe en dos partidas?**

P (acabar el juego en dos partidas) = $\frac{2}{6} =$ 0,33

**c. ¿Y de que termine en tres partidas?**

P (acabar el juego en tres partidas) = $\frac{4}{6} =$ 0,66

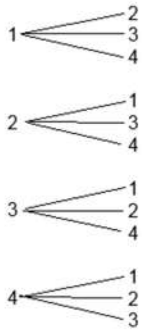
**d. Si Luis hubiese ganado la primera partida, ¿cuál sería la probabilidad de que ganase el juego?**

P (ganar Luis) = $\frac{2}{3} = 0{,}66$

**31. Con las cifras 1, 2, 3 y 4 se forman números de dos cifras distintas. Si se selecciona uno al azar, halla la probabilidad de:**

**a. Elegir el 23.**

Se construye el diagrama de árbol.




P (elegir el 23) = $\frac{1}{12} = 0{,}083$

**b. Elegir un múltiplo de 3.**

Los múltiplos de 3 son: 12, 21, 24 y 42

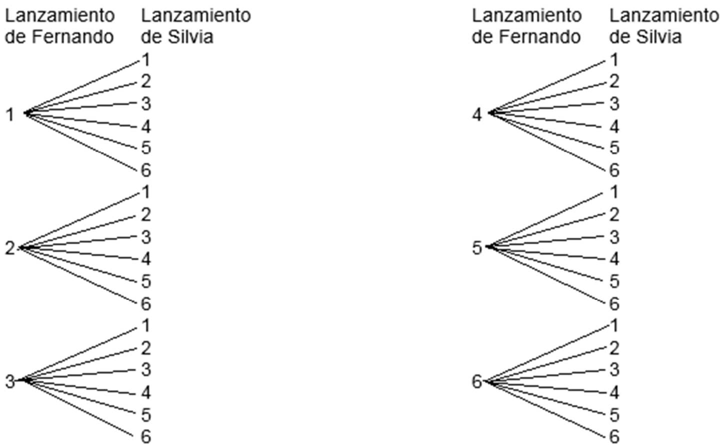
P (elegir un múltiplo de 3) = $\frac{4}{12} = 0{,}3$

**c. Elegir un número menor de 20.**

P (elegir un número menor de 20) = $\frac{3}{12} = 0{,}25$

**32. Fernando y Silvia lanzan un dado cada uno.**

Se construye un diagrama de árbol.



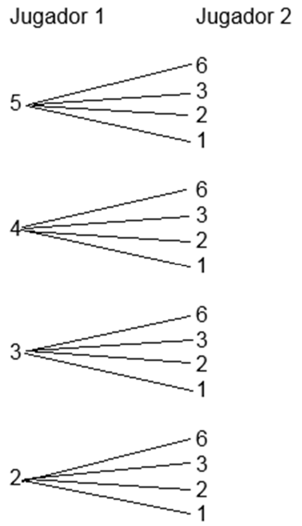

**a. ¿Cuál es la probabilidad de que Fernando saque mayor puntuación que Silvia?**

P (gane Fernando) = $\frac{15}{36} = 0{,}42$

**b. ¿Cuál es la probabilidad de que empaten?**

P (empaten) = $\frac{6}{36} = 0{,}16$

**33. Dos jugadores lanzan un dado tetraédrico cada uno y gana el que obtiene el mayor resultado. Si los jugadores usan unos dados con los siguientes números en las caras:**
**Dado del jugador 1: 5 4 3 2**
**Dado del jugador 2: 6 3 2 1**
Se construye el diagrama de árbol.




**a. ¿Cuál es la probabilidad de que gane el jugador 1?**

P (gane el jugador 1) = $\frac{9}{16} = 0{,}56$

**b. ¿Y de que gane el jugador 2?**

P (gane el jugador 2) = $\frac{5}{16} = 0{,}31$

**c. ¿Con qué dado preferirías jugar?**
Con el dado 1.

**34. Se lanza un dado dos veces y se suman los resultados obtenidos en la cara superior. Si la suma es 6, 7, 8 o 9, gana el jugador A; en el resto de casos, el ganador es el jugador B. ¿Quién tiene más posibilidades de ganar?**

Suma 6 con: (1 , 5), (2 , 4), (3 , 3), (4 , 2) y (5 , 1)
Suma 7 con: (1 , 6), (2 , 5), (3 , 4), (4 , 3), (5 , 2) y (6 , 1)
Suma 8 con: (2 , 6), (3 , 5), (4 , 4), (5 , 3) y (6 , 2)
Suma 9 con: (3 , 6), (4 , 5), (5 , 4) y (6 , 3).

P (de ganar A) = $\frac{20}{36} = 0{,}56$

P (de ganar B) = $\frac{16}{36} = 0{,}44$ .

Tiene más posibilidades de ganar A.

**EVALUACIÓN**

1. **Indica cuál de estos experimentos no es aleatorio:**
   **a. Lanzar un dado.**
   **b. Coger una carta de una baraja.**
   c. Ver si un gas se expande en su recipiente.
   **d. Lanzar una moneda al aire.**

2. **En el experimento aleatorio que consisten en lanzar dos dados y sumar los dos resultados de la cara superior, el número de elementos de su espacio muestral es:**
   **a. 6** **b. 9** **c. 10** d. 11

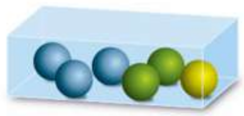
   E = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

3. **En el experimento aleatorio de lanzar un dado se considera el suceso A = {obtener un número mayor que 3}. El suceso contrario de A es:**
   a. {1 , 2 , 3} **b. {4 , 5 , 6}** **c. {1 , 2}** **d. {3 , 4 , 5 , 6}**

   A = {obtener un número mayor que 3} = {4, 5, 6}

4. **En el experimento aleatorio de escoger un número al azar entre los dígitos 1 a 10, dos sucesos compatibles son:**
   **a. {elegir par} y {1 , 5}**
   **b. {elegir impar} y {4 , 10}**
   c. {elegir un múltiplo de 3} y {2, 4, 6}
   **d. {7 , 9} y {elegir un múltiplo de 5}**

5. **La probabilidad de extraer una bola azul de esta urna es:**

   **a. 3** b. 0,5 **c. 0,25** **d. 0,284**

   P (extraer bola azul) = $\frac{3}{6} = 0,5$

6. **En una caja de bombones, 12 son de licor, 8 son de chocolate con leche, y 10 tienen almendra. Si se escoge un bombón al azar, la probabilidad de que sea de almendra es:**
   **a. $\frac{10}{20}$** **b. 0,1** c. $\frac{1}{3}$ **d. 0,3**

   P (bombón de almendra) = $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

7. **Las letras de la palabra DIVISIBILIDAD se escriben cada una en una papeleta y se introducen en una bolsa. La probabilidad de que, al extraer una de las papeletas, tenga escrita la letra I es:**
   a. 0,38 **b. 0,42** **c. 0,29** **d. 0,46**

   P (extraer la letra I) = $\frac{5}{13} = 0,38$