

1 Números enteros

1. Selecciona, entre estos números:

9	21	24	30	48	50	100	120
---	----	----	----	----	----	-----	-----

- a) Los múltiplos de 3.
- b) Los múltiplos de 12.
- a) Múltiplos de 3: 9, 21, 24, 30, 48, 120
- b) Múltiplos de 12: 24, 48, 120
- c) Los múltiplos de 20.
- d) Los múltiplos de 25.
- c) Múltiplos de 20: 100, 120
- d) Múltiplos de 25: 50, 100

2. Razona si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) Si un número es múltiplo de 9, también lo es de 3.
- b) Si un número es múltiplo de 5 lo es también de 25.
- a) Cierto, ya que 9 es múltiplo de 3.
- b) Falso, por ejemplo, 10 es múltiplo de 5, pero no de 25.

3. Encuentra, entre estos números:

1	3	7	9	14	28	15	77
---	---	---	---	----	----	----	----

- a) Divisores de 30.
- b) Divisores de 45.
- c) Divisores de 56.
- d) Divisores de 77.

Indica, en cada caso, qué divisores faltan.

- a) Divisores de 30: 1, 3, 15. Faltan 2, 5, 6, 10, 30
- b) Divisores de 45: 1, 3, 9, 15. Faltan 5, 45
- c) Divisores de 56: 1, 7, 14, 28. Faltan 2, 4, 8, 56
- d) Divisores de 77: 1, 7, 77. Falta 11

4. Aplica los criterios de divisibilidad para completar la siguiente tabla en tu cuaderno.

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
48	•	•	•	•	•	•	•	•	•
75	•	•	•	•	•	•	•	•	•
319	•	•	•	•	•	•	•	•	•
4510	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
48	Sí	Sí	Sí	No	No	No	No	No	No
75	No	Sí	No	Sí	No	No	No	Sí	No
319	No	No	No	No	No	No	Sí	No	No
4510	Sí	No	No	Sí	No	Sí	Sí	No	No

5. Actividad resuelta.

6. Comprueba si los números 429, 568 y 1327 son múltiplos de 7 aplicando el criterio anterior.

$429 \rightarrow 42 - 2 \cdot 9 = 42 - 18 = 24$, que no es múltiplo de 7.

$5689 \rightarrow 568 - 2 \cdot 9 = 568 - 18 = 550$; $56 - 2 \cdot 8 = 56 - 16 = 40$, que no es múltiplo de 7.

$1327 \rightarrow 132 - 2 \cdot 7 = 132 - 14 = 118$; $11 - 2 \cdot 8 = 11 - 16 = -5$, no es múltiplo de 7.

7. Indica cuáles de los siguientes números son primos, y cuáles compuestos.

a) 39 c) 27 e) 58 g) 147 i) 313

b) 53 d) 121 f) 83 h) 205 j) 524

a) $39 = 3 \cdot 13$, compuesto

f) 83, primo

b) 53, primo

g) $147 = 3 \cdot 49$, compuesto

c) $27 = 3 \cdot 9$, compuesto

h) $205 = 41 \cdot 5$, compuesto

d) $121 = 11 \cdot 11$, compuesto

i) 313, primo

e) $58 = 2 \cdot 29$, compuesto

j) $524 = 2 \cdot 262$, compuesto

8. Escribe todos los números entre 20 y 40 que solo tengan dos divisores. ¿Cómo son esos números?

Los números con dos divisores, 1 y él mismo, son: 23, 29, 31 y 37. Son números primos.

9. Los números 2 y 3 son dos números primos consecutivos. ¿Es posible encontrar otros dos números primos consecutivos? ¿Por qué?

No es posible, ya que uno de los números será par y, por tanto, será múltiplo de 2, no será primo.

10. Busca los números primos que hay entre 300 y 320.

Los números primos entre 300 y 320 son 307, 311, 313 y 317.

11. Descompón en factores primos estos números.

a) 126

c) 408

e) 375

g) 632

b) 356

d) 512

f) 1225

h) 2340

a) $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

c) $408 = 2^3 \cdot 3 \cdot 17$

e) $375 = 3 \cdot 5^3$

g) $632 = 2^3 \cdot 79$

b) $356 = 2^2 \cdot 89$

d) $512 = 2^9$

f) $1225 = 5^2 \cdot 7^2$

h) $2340 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$

12. Actividad resuelta.

13. Calcula el número correspondiente a cada descomposición en factores primos.

a) $2^3 \cdot 5^3$

b) $3^2 \cdot 11$

c) $2^3 \cdot 3^2$

d) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

a) $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$

b) $3^2 \cdot 11 = 99$

c) $2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$

d) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 30^2 = 900$

14. Completa en tu cuaderno las igualdades.

a) $304 = 2^3 \cdot 19$

c) $201 = 3 \cdot 67$

b) $117 = 3^2 \cdot 13$

d) $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$

a) $304 = 2^4 \cdot 19$

c) $201 = 3 \cdot 67$

b) $117 = 3^2 \cdot 13$

d) $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$

15. Escribe cuatro múltiplos comunes a los números $n = 3^2 \cdot 2$ y $m = 3^2 \cdot 5$.

Los múltiplos comunes serán múltiplos de $3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 90$. Por ejemplo, 90, 180, 270 y 360.

16. Si la descomposición de un número es $2^4 \cdot 3^7$, escribe cinco divisores distintos del número. ¿Puede haber algún divisor distinto de 1 que no sea múltiplo de 2 ni de 3?

Por ejemplo, 2, $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $6 = 2 \cdot 3$ y $9 = 3^2$.

No es posible, todos los divisores distintos de 1 contendrán al menos uno de los factores 2 o 3.

17. Calcula el número de divisores de los siguientes números. Comprueba que estás en lo cierto.

a) 45

c) 81

e) 120

b) 54

d) 105

f) 200

a) $45 = 3^2 \cdot 5$ tiene $(2+1) \cdot (1+1) = 6$. Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15 y 45.

b) $54 = 2 \cdot 3^3$ tiene $(1+1) \cdot (3+1) = 8$. Divisores de 54: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 y 54.

c) $81 = 3^4$ tiene $(4+1) = 5$. Divisores de 81: 1, 3, 9, 27 y 81.

d) $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ tiene $(1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 8$. Divisores de 105: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 y 105.

e) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ tiene $(3+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 16$. Divisores de 120: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 y 120.

f) $200 = 2^3 \cdot 5^2$ tiene $(3+1) \cdot (2+1) = 12$. Divisores de 200: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100 y 200.

18. Si el número 48 tiene 10 divisores, ¿cuántos tendrá el número $336 = 48 \cdot 7$? ¿Y cuántos tendrá el número $144 = 48 \cdot 3$?

En el caso del número 336, como 7 no es divisor de 48, el número de divisores se multiplica por 2 (el exponente de 7 más uno). Por tanto, 336 tiene $10 \cdot 2 = 20$ divisores.

En el caso del número $144 = 48 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3^2$, tiene $(4+1) \cdot (2+1) = 15$ divisores.

19. ¿Cuántos divisores comunes tienen los números $n = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ y $m = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$?

Su máximo común divisor es $2^2 \cdot 7$, por lo que tienen $(2+1) \cdot (1+1) = 6$ divisores comunes.

20. Actividad interactiva.

21. Calcula todos los divisores comunes de los siguientes pares de números.

- | | | |
|-------------|-------------|------------|
| a) 28 y 32 | c) 45 y 54 | e) 23 y 44 |
| b) 25 y 60 | d) 31 y 50 | f) 64 y 75 |
| a) 1, 2 y 4 | c) 1, 3 y 9 | e) 1 |
| b) 1 y 5 | d) 1 | f) 1 |

22. Calcula el máximo común divisor de los siguientes números usando la descomposición factorial.

- | | | |
|------------|-------------|----------------|
| a) 32 y 56 | c) 80 y 120 | e) 18, 48 y 98 |
| b) 49 y 56 | d) 36 y 175 | f) 33, 60 y 66 |

- a) $32 = 2^5$ y $56 = 2^3 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(32, 56) = 2^3 = 8$
- b) $49 = 7^2$ y $56 = 2^3 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(49, 56) = 7$
- c) $80 = 2^4 \cdot 5$ y $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow \text{m.c.d.}(80, 120) = 2^3 \cdot 5 = 40$
- d) $36 = 2^2 \cdot 3^2$ y $175 = 5^2 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(36, 175) = 1$
- e) $18 = 2 \cdot 3^2$, $48 = 2^4 \cdot 3$ y $98 = 2 \cdot 7^2 \Rightarrow \text{m.c.d.}(18, 48, 98) = 2$
- f) $33 = 3 \cdot 11$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ y $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \Rightarrow \text{m.c.d.}(33, 60, 66) = 3$

23. Escribe un número y un múltiplo suyo. Calcula el máximo común divisor de ambos números. ¿Qué observas?

Tomamos el número 7 y múltiplo $7 \cdot 2 = 14$.

Calculamos el máximo común divisor: $\text{m.c.d.}(7, 14) = 7$

El máximo común divisor es el primero de los dos números.

24. Escribe dos números cuyo máximo común divisor sea 7. Multiplica ambos números por 6. ¿Cuál es el máximo común divisor de los dos números obtenidos?

Elegimos los números $14 = 7 \cdot 2$ y $49 = 7^2 \Rightarrow \text{m.c.d.}(14, 49) = 7$.

Multiplicamos por 6 ambos números $14 \cdot 6 = 84 = 7 \cdot 2^2 \cdot 3$ y $49 \cdot 6 = 294 = 7^2 \cdot 2 \cdot 3$. Calculamos el máximo común divisor: $\text{m.c.d.}(84, 294) = 7 \cdot 2 \cdot 3 = 42$. Es el resultado de multiplicar $7 \cdot 6$.

25. En una granja hay 72 ovejas y 84 cabras. ¿Cómo se puede repartir a los animales en cercados del mayor tamaño posible, pero sin mezclar, de forma que en todos haya el mismo número de animales?

Se calcula el máximo común divisor de 72 y 84. $72 = 2^3 \cdot 3^2$ y $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(72, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Habrán 12 animales en cada cercado.

26. Escribe dos números cuyo m.c.d. sea 210 y que estén entre 10 000 y 11000.

Como $10000 : 210 = 47,6190476$, el primer número es $210 \cdot 48 = 10080$.

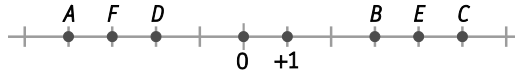
El siguiente número sería $210 \cdot 49 = 10290$.

27. Actividad interactiva.

35. Escribe una situación real que se pueda expresar con estos números enteros.

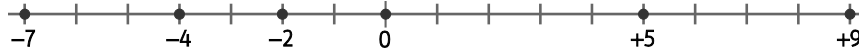
- a) **-350** b) **13** c) **3147** d) **-25**
- a) Tiene una deuda de 350 €.
 b) Vive en el decimotercer piso.
 c) Un alpinista está sobre un pico a 3147 m de altura.
 d) El submarinista está a 25 m de profundidad.

36. Escribe en tu cuaderno los números representados.



- $A = -4$ $C = +5$ $E = +4$
 $B = +3$ $D = -2$ $F = -3$

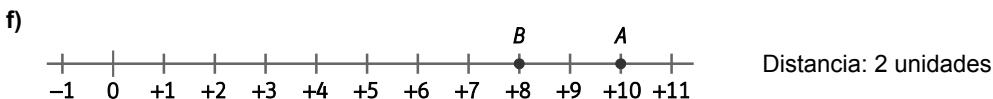
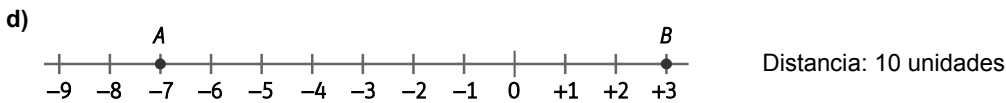
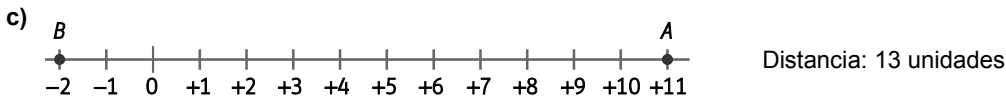
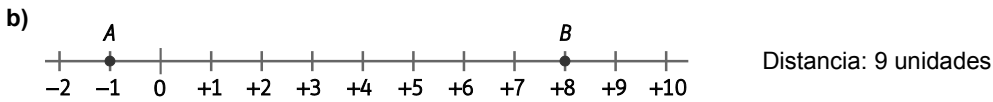
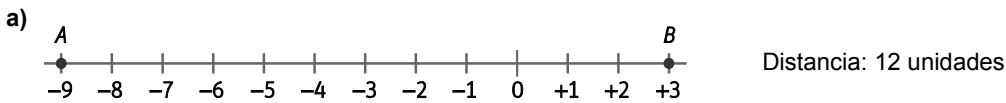
37. Representa **-7, +5, -4, 0, -2 y +9** en la recta numérica y ordénalos de menor a mayor.



Ordenados de menor a mayor: $-7 < -4 < -2 < 0 < +5 < +9$

38. Representa los siguientes pares de números y halla la distancia entre ellos.

- a) **-9 y 3** c) **11 y -2** e) **-15 y 4**
 b) **-1 y 8** d) **-7 y 3** f) **10 y 8**



39. Calcula el valor absoluto y el opuesto de cada número.

- | | | |
|--|--|--|
| a) -4 | c) +32 | e) -58 |
| b) +15 | d) 0 | f) -100 |
| a) $ -4 =4$; $\text{op}(-4) = +4$ | c) $ +32 =32$; $\text{op}(+32) = -32$ | e) $ -58 =58$; $\text{op}(-58) = +58$ |
| b) $ +15 =15$; $\text{op}(+15) = -15$ | d) $ 0 =0$; $\text{op}(0) = 0$ | f) $ -100 =100$; $\text{op}(-100) = +100$ |

40. Calcula el opuesto del opuesto de cada uno de los siguientes números. ¿Qué observas?

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) -8 | b) +5 | c) +26 | d) -30 |
| a) $\text{op}(\text{op}(-8)) = -8$ | b) $\text{op}(\text{op}(+5)) = +5$ | c) $\text{op}(\text{op}(+26)) = +26$ | d) $\text{op}(\text{op}(-30)) = -30$ |

En todos los casos, al calcular el opuesto del opuesto se obtiene el número inicial.

41. Actividad resuelta

42. Ordena de mayor a menor los números -12, +54, -36, -21, -25 y 13, sin representarlos en la recta.

$$-36 < -25 < -21 < -12 < 13 < +54$$

43. Escribe todos los números enteros que cumplen $|a| < 5$.

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \text{ y } 4$$

44. Es posible encontrar un número que cumpla $|a| < -3$? ¿Por qué?

No es posible, el valor absoluto de cualquier número es mayor o igual que cero.

45. Encuentra dos números que estén a 10 unidades de distancia y que no sean opuestos. ¿A qué distancia están entre sí los opuestos de esos números?

Por ejemplo, 6 y -4. Sus opuestos, -6 y 4, también están a 10 unidades de distancia.

46. Escribe tres números enteros que cumplan la condición pedida.

- Están entre -5 y su valor absoluto.
 - Están entre 4 y su opuesto.
 - Son mayores que $|-6|$.
- 4, 0, 2
 - 1, 0, 3
 - 7, 8, 9

47. Realiza las siguientes sumas.

- | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $(+15)+(+4)$ | c) $(-38)+(+13)$ | e) $(-11)+(-28)+(+75)$ |
| b) $(+22)+(-15)$ | d) $(+16)+(+17)+(+2)$ | f) $(-48)+(+53)+(+65)$ |
| a) $(+15)+(+4)=+19$ | c) $(-38)+(+13)=-25$ | e) $(-11)+(-28)+(+75)=+36$ |
| b) $(+22)+(-15)=+7$ | d) $(+16)+(+17)+(+2)=+35$ | f) $(-48)+(+53)+(+65)=+70$ |

48. Resuelve las siguientes sumas de dos formas distintas.

- a) $(+15)+(-14)+(+19)+(-6)$ b) $(-32)+(+26)+(-18)$ c) $(+64)+(-101)+(-80)+(+49)$
- a) $(+15)+(-14)+(+19)+(-6)=(+1)+(+19)+(-6)=(+20)+(-6)=+14$
 $(+15)+(-14)+(+19)+(-6)=(+34)+(-20)=+14$
- b) $(-32)+(+26)+(-18)=(-6)+(-18)=-24$
 $(-32)+(+26)+(-18)=(+26)+(-50)=-24$
- c) $(+64)+(-101)+(-80)+(+49)=(-37)+(-80)+(+49)=(-117)+(+49)=-68$
 $(+64)+(-101)+(-80)+(+49)=(+113)+(-181)=-68$

49. Realiza las siguientes restas.

- a) $(+25)-(+14)$ c) $(+31)-(+25)$ e) $(-84)-(+32)$
- b) $(-13)-(-9)$ d) $(+12)-(-35)$ f) $(-200)-(-147)$
- a) $(+25)-(+14)=+11$ c) $(+31)-(+25)=+6$ e) $(-84)-(+32)=-116$
- b) $(-13)-(-9)=-4$ d) $(+12)-(-35)=+47$ f) $(-200)-(-147)=-53$

50. Halla el resultado de las operaciones eliminando primero los paréntesis.

- a) $(-8)-(+17)-(-34)+(-99)$ c) $(-62)-(-9)+(-44)-(-21)$
- b) $(-6)-(+42)+(+29)-(-84)$ d) $(-200)+(+500)-(+100)+(-400)$
- a) $(-8)-(+17)-(-34)+(-99)=-8-17+34-99=-90$
- b) $(-6)-(+42)+(+29)-(-84)=-6-42+29+84=65$
- c) $(-62)-(-9)+(-44)-(-21)=-62+9-44+21=-76$
- d) $(-200)+(+500)-(+100)+(-400)=-200+500-100-400=-200$

51. Calcula las operaciones.

- a) $-4+8-(27-35)-60$ c) $(120-45)-(120+45)-(45-120)$
- b) $12-(-5-33)+(-4+89)-(-30)$ d) $(12-88)-(35-47-102)+6$
- a) $-4+8-(27-35)-60=-4+8-27+35-60=43-91=-48$
- b) $12-(-5-33)+(-4+89)-(-30)=12+5+33-4+89+30=169-4=165$
- c) $(120-45)-(120+45)-(45-120)=120-45-120-45-45+120=120-135=-15$
- d) $(12-88)-(35-47-102)+6=12-88-35+47+102+6=167-123=44$

52. Actividad resuelta.

53. Efectúa gráficamente estas sumas y restas.

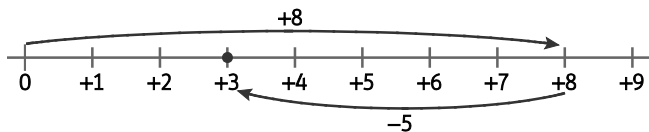
a) $(+8)+(-5)$

b) $(-2)+(-8)$

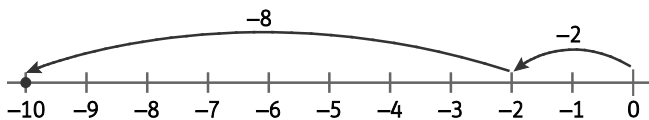
c) $(-12)-(-9)$

d) $(-7)-(-11)$

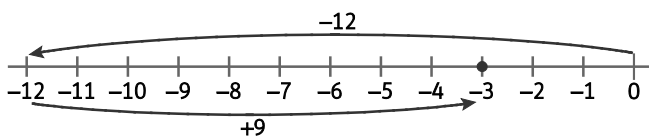
a) $(+8)+(-5)=+3$



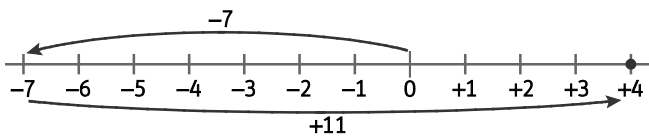
b) $(-2)+(-8)=-10$



c) $(-12)-(-9)=-3$



d) $(-7)-(-11)=+4$



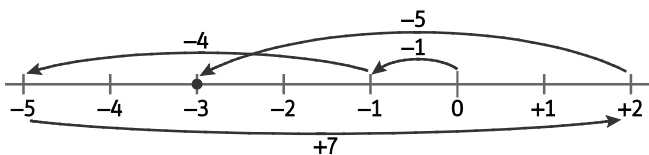
54. Resuelve gráficamente las operaciones y comprueba los resultados obtenidos.

a) $(-1)+(-4)-(-7)+(-5)$

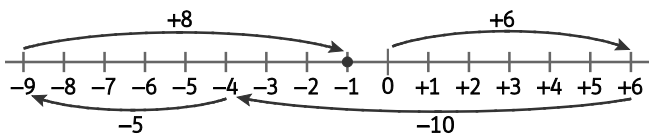
b) $(+6)-(+10)+(-5)-(-8)$

c) $(+3)-(-5)+(-8)$

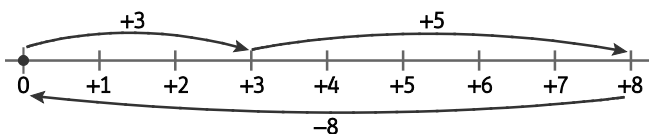
a) $(-1)+(-4)-(-7)+(-5)=-3$



b) $(+6)-(+10)+(-5)-(-8)=-1$



c) $(+3)-(-5)+(-8)=0$



55. A lo largo de una mañana el precio de una acción en la Bolsa subió 3 CENT, bajó 6, bajó 15, subió 8 y subió 1. Al final del día, ¿había subido o bajado de precio respecto del día anterior?

$$+3 - 6 - 15 + 8 + 1 = 12 - 21 = -9$$

El precio de la acción bajó 9 CENT.

56. Actividad interactiva

57. Realiza las siguientes multiplicaciones.

a) $(+12) \cdot (-4)$

c) $(-25) \cdot (-7)$

e) $(+14) \cdot (-3) \cdot (+7)$

b) $(-9) \cdot (+5)$

d) $(-11) \cdot (-12) \cdot (-4)$

f) $(+4) \cdot (-8) \cdot (+20) \cdot (-10)$

a) $(+12) \cdot (-4) = -48$

c) $(-25) \cdot (-7) = +175$

e) $(+14) \cdot (-3) \cdot (+7) = -294$

b) $(-9) \cdot (+5) = -45$

d) $(-11) \cdot (-12) \cdot (-4) = -528$

f) $(+4) \cdot (-8) \cdot (+20) \cdot (-10) = +6400$

58. Indica, sin realizar cálculos, el signo que tiene el resultado de cada operación.

a) $3 \cdot (-4) \cdot 5 \cdot (-6) \cdot 7 \cdot (-8)$

b) $(-23) \cdot (-12) \cdot 4 \cdot 10 \cdot 7 \cdot (-1) \cdot (-9)$

c) $(-11) \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot (-6) \cdot 13 \cdot (-8) \cdot (-5) \cdot (-12)$

a) Negativo

b) Positivo

c) Negativo

59. Realiza las siguientes divisiones.

a) $(+39) : (-3)$

c) $(-195) : (+13)$

e) $(+399) : (-19)$

b) $(-64) : (-16)$

d) $(-245) : (+35)$

f) $(+552) : (-24)$

a) $(+39) : (-3) = -13$

c) $(-195) : (+13) = -15$

e) $(+399) : (-19) = -21$

b) $(-64) : (-16) = -4$

d) $(-245) : (+35) = -7$

f) $(+552) : (-24) = -23$

60. Actividad resuelta

61. Averigua el término que falta en cada igualdad.

a) $(-6) \cdot \bullet = 72$

d) $(-2) \cdot \bullet \cdot (-2) = 80$

b) $\bullet : (-13) = -169$

e) $\bullet : (-105) = 1$

c) $(-114) : (\bullet) = 19$

f) $(-5) \cdot \bullet \cdot 11 = 110$

a) $(-6) \cdot (-12) = 72$

d) $(-2) \cdot (+20) \cdot (-2) = 80$

b) $(+2197) : (-13) = -169$

e) $(-105) : (-105) = 1$

c) $(-114) : (-6) = 19$

f) $(-5) \cdot (-2) \cdot 11 = 110$

62. Realiza estas operaciones combinadas.

- a) $(-8) : (-2) \cdot (+3) \cdot (-4)$ b) $(-20) \cdot (+10) : (-5) : 8$ c) $1000 : (-10) : (-10) \cdot (-3)$
- a) $(-8) : (-2) \cdot (+3) \cdot (-4) = 4 \cdot 3 \cdot (-4) = -48$
- b) $(-20) \cdot (+10) : (-5) : 8 = (-200) : (-5) : 8 = 40 : 8 = +5$
- c) $1000 : (-10) : (-10) \cdot (-3) = -100 : (-10) \cdot (-3) = 10 \cdot (-3) = -30$

63. Actividad resuelta.

64. Obtén los divisores enteros de estos números.

- a) 15 b) -31 c) 81 d) -21
- a) 1, 3, 5, 15, -1, -3, -5, -15 c) 1, 3, 9, 27, 81, -1, -3, -9, -27, -81
- b) 1, 31, -1, -31 d) 1, 3, 7, 21, -1, -3, -7, -21

65. Dos arqueólogos van a descender hasta los 2752 metros en una cueva, recorriendo 344 metros cada media hora. ¿Cuántos metros recorrerán en hora y media? Expresa el resultado como número entero.

Una hora y media son tres medias horas. Recorren $3 \cdot (-344) = -1032$ metros.

66. Realiza las siguientes operaciones.

- a) $7 + 13 \cdot (-6)$ e) $42 : (-2) \cdot 3 - 4$
- b) $(-10) + 8 : (-2)$ f) $100 - 99 \cdot (-4)$
- c) $60 - (-16) : (-4)$ g) $6 - 6 : 6 + 6$
- d) $-(-5) - (-9) \cdot (-4)$ h) $(-9) + (-2) \cdot (-4)$
- a) $7 + 13 \cdot (-6) = 7 - 78 = -71$ e) $42 : (-2) \cdot 3 - 4 = -21 \cdot 3 - 4 = -63 - 4 = -67$
- b) $(-10) + 8 : (-2) = -10 - 4 = -14$ f) $100 - 99 \cdot (-4) = 100 + 396 = 496$
- c) $60 - (-16) : (-4) = 60 - 4 = 56$ g) $6 - 6 : 6 + 6 = 6 - 1 + 6 = 11$
- d) $-(-5) - (-9) \cdot (-4) = 5 - 36 = -31$ h) $(-9) + (-2) \cdot (-4) = -9 + 8 = -1$

67. Resuelve las siguientes operaciones.

- a) $(-5) + (-5) \cdot 4 - (-2) \cdot (-9)$ d) $200 - (-45) \cdot (-3) : (-5) + (-12) \cdot 8$
- b) $6 - 4 \cdot (-20) + 20 : (-5)$ e) $150 : (-15) : (-5) - 20 \cdot (-18) + 300 \cdot (-1)$
- c) $-(-8) \cdot (-11) + (-3) \cdot (-15) - 6 \cdot (-20)$ f) $67 - 96 : (-12) + 43 - 5 \cdot (-17)$
- a) $(-5) + (-5) \cdot 4 - (-2) \cdot (-9) = -5 - 20 - 18 = -43$
- b) $6 - 4 \cdot (-20) + 20 : (-5) = 6 + 80 - 4 = 82$
- c) $-(-8) \cdot (-11) + (-3) \cdot (-15) - 6 \cdot (-20) = -88 + 45 + 120 = 77$
- d) $200 - (-45) \cdot (-3) : (-5) + (-12) \cdot 8 = 200 - 135 : (-5) - 96 = 200 + 27 - 96 = 147$
- e) $150 : (-15) : (-5) - 20 \cdot (-18) + 300 \cdot (-1) = -10 : (-5) + 360 - 300 = 2 + 360 - 300 = 62$
- f) $67 - 96 : (-12) + 43 - 5 \cdot (-17) = 67 + 8 + 43 + 85 = 203$

68. Halla el resultado de las siguientes operaciones.

a) $5 - 4 \cdot [12 + 3 \cdot (-6)]$

b) $(-8 + 3 \cdot 7) - [44 - (-6) + 5 \cdot (-9)]$

c) $18 : (-2) : 3 - (-5) \cdot (-6) : 2 - [(-7) - (-7) - 9]$

d) $(240 : (-2)) : (9 - (-3)) - [-148 - (-11) \cdot 12]$

e) $(-9 - 3 \cdot 2) - [34 - (-3) \cdot (-12)] - (-1) \cdot (-7)$

f) $[(-14) : 7 - (-25)] - [5 - (-6) \cdot (-8)] - [-(-7)]$

a) $5 - 4 \cdot [12 + 3 \cdot (-6)] = 5 - 4 \cdot [12 - 18] = 5 - 4 \cdot (-6) = 5 + 24 = 29$

b) $(-8 + 3 \cdot 7) - [44 - (-6) + 5 \cdot (-9)] = (-8 + 21) - [44 + 6 - 45] = 13 - 5 = 8$

c) $18 : (-2) : 3 - (-5) \cdot (-6) : 2 - [(-7) - (-7) - 9] = -3 - 15 - [-7 + 7 - 9] = -18 + 9 = -9$

d) $(240 : (-2)) : (9 - (-3)) - [-148 - (-11) \cdot 12] = (-120) : 12 - [-148 + 132] = -10 + 16 = 6$

e) $(-9 - 3 \cdot 2) - [34 - (-3) \cdot (-12)] - (-1) \cdot (-7) = (-9 - 6) - [34 - 36] - 7 = -15 - (-2) - 7 = -15 + 2 - 7 = -20$

f) $[(-14) : 7 - (-25)] - [5 - (-6) \cdot (-8)] - [-(-7)] = [-2 + 25] - [5 - 48] - 7 = 23 - (-43) - 7 = 23 + 43 - 7 = 59$

69. Comprueba si las siguientes operaciones son correctas. Corrige las erróneas en tu cuaderno.

a) $(-8) \cdot 7 - 3 \cdot (-2) = -62$

d) $(-40) : [(-2) \cdot (5 - 3 \cdot 2)] = 20$

b) $18 + 12 : [-(-8) + 3 \cdot (-2)] = 24$

e) $60 : 20 \cdot 3 - 2 \cdot (-7 + 4) = 15$

c) $12 - 3 \cdot 2 + 6 = 12$

f) $5 - 4 \cdot [7 + (-3) \cdot 2 + 2] = -7$

a) $(-8) \cdot 7 - 3 \cdot (-2) = -56 + 6 = -50 \rightarrow$ Errónea

b) $18 + 12 : [-(-8) + 3 \cdot (-2)] = 18 + 12 : [8 - 6] = 18 + 12 : 2 = 18 + 6 = 24 \rightarrow$ Correcta

c) $12 - 3 \cdot 2 + 6 = 12 - 6 + 6 = 12 \rightarrow$ Correcta

d) $(-40) : [(-2) \cdot (5 - 3 \cdot 2)] = -40 : [-2 \cdot (5 - 6)] = -40 : [-2 \cdot (-1)] = -40 : 2 = -20 \rightarrow$ Errónea

e) $60 : 20 \cdot 3 - 2 \cdot (-7 + 4) = 3 \cdot 3 - 2 \cdot (-3) = 9 + 6 = 15 \rightarrow$ Correcta

f) $5 - 4 \cdot [7 + (-3) \cdot 2 + 2] = 5 - 4 \cdot [7 - 6 + 2] = 5 - 4 \cdot 3 = 5 - 12 = -7 \rightarrow$ Correcta

70. Coloca los paréntesis que sean necesarios para que las igualdades sean correctas.

a) $10 - 8 \cdot 4 : 2 = -4$

d) $24 - 15 \cdot 4 - 10 = -54$

b) $10 - 8 \cdot 4 : 2 = -11$

e) $24 - 15 \cdot 4 - 10 = 114$

c) $10 - 8 \cdot 4 : 2 = -6$

f) $24 - 15 \cdot 4 - 10 = -46$

a) $(10 - 8) \cdot (4 : 2) = 4$

d) $(24 - 15) \cdot (4 - 10) = -54$

b) $(10 - 8 \cdot 4) : 2 = -11$

e) $24 - 15 \cdot (4 - 10) = 114$

c) $10 - 8 \cdot (4 : 2) = -6$

f) No son necesarios.

71. Resuelve las operaciones de dos maneras distintas.

a) $8 \cdot [(-5) - (-9) + (+6) - 10]$ b) $-10 \cdot [14 - 13 + 12 - 11 + 10]$ c) $-30 \cdot [6 - (-15) + (-9) - (-24)]$

a) $8 \cdot [(-5) - (-9) + (+6) - 10] = 8 \cdot (-5 + 9 + 6 - 10) = 8 \cdot 0 = 0$

$8 \cdot [(-5) - (-9) + (+6) - 10] = -40 + 72 + 48 - 80 = 0$

b) $-10 \cdot [14 - 13 + 12 - 11 + 10] = -10 \cdot 12 = -120$

$-10 \cdot [14 - 13 + 12 - 11 + 10] = -140 + 130 - 120 + 110 - 100 = -120$

c) $-30 \cdot [6 - (-15) + (-9) - (-24)] = -30 \cdot (6 + 15 - 9 + 24) = -30 \cdot 36 = -1080$

$-30 \cdot [6 - (-15) + (-9) - (-24)] = -180 - 450 + 270 - 720 = -1080$

72. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $(-8) \cdot [\bullet - 5] = (-72) - (-40) = \bullet$

b) $15 \cdot [3 - (\bullet)] = \bullet + 30 = \bullet$

c) $(\bullet) \cdot [-6 + (\bullet)] = 54 - 27 = \bullet$

d) $[\bullet + \bullet] \cdot (-11) = 121 + \bullet = -55$

e) $[-23 + \bullet - \bullet] \cdot (-2) = \bullet + 24 - 200 = \bullet$

a) $(-8) \cdot [9 - 5] = (-72) - (-40) = -32$

b) $15 \cdot [3 - (-2)] = 45 + 30 = 75$

c) $(-9) \cdot [-6 + (+3)] = 54 - 27 = 27$

d) $[-11 + 16] \cdot (-11) = 121 + (-176) = -55$

e) $[-23 + (-12) - (-100)] \cdot (-2) = 46 + 24 - 200 = -130$

73. Resuelve las operaciones sacando factor común.

a) $25 \cdot 16 - 25 \cdot (-9)$

c) $41 \cdot 93 - 41 \cdot 18 + 41 \cdot (-25)$

b) $13 \cdot 6 - 13 \cdot 7 + 13 \cdot 8 - 13 \cdot 9$

d) $360 - 230 + 70 - 110$

a) $25 \cdot 16 - 25 \cdot (-9) = 25 \cdot [16 - (-9)] = 25 \cdot 25 = 625$

b) $13 \cdot 6 - 13 \cdot 7 + 13 \cdot 8 - 13 \cdot 9 = 13 \cdot (6 - 7 + 8 - 9) = -26$

c) $41 \cdot 93 - 41 \cdot 18 + 41 \cdot (-25) = 41 \cdot [93 - 18 + (-25)] = 41 \cdot 50 = 2050$

d) $360 - 230 + 70 - 110 = 10 \cdot (36 - 23 + 7 - 11) = 10 \cdot 9 = 90$

74. El producto de un número entero por la suma de tres enteros negativos es 42. Halla los valores que puede tomar el número y los correspondientes de la suma.

Como la suma de los tres enteros es negativa, el primer número también debe serlo para que el producto sea positivo. Por tanto, el número debe ser un divisor entero negativo de 42.

Los divisores enteros negativos de 42 son $-1, -2, -3, -6, -7, -14, -21$ y -42 .

Como el segundo factor es la suma de tres enteros negativos, no puede ser ni -1 ni -2 .

Los productos posibles son: $(-1) \cdot (-42)$, $(-2) \cdot (-21)$, $(-3) \cdot (-14)$, $(-6) \cdot (-7)$, $(-7) \cdot (-6)$, $(-14) \cdot (-3)$

75. Extrae el mayor factor común posible y resuelve.

a) $250 - 550 + (-20) - (-80)$

b) $36 - 60 + 144 - (-120)$

c) $42 - (-24) - (+70) - (-112)$

Busca en cada caso dos factores comunes más y realiza cada operación extrayéndolos.

a) $250 - 550 + (-20) - (-80) = 10 \cdot (25 - 55 - 2 + 8) = 10 \cdot (-24) = -240$

$250 - 550 + (-20) - (-80) = 5 \cdot (50 - 110 - 4 + 16) = 5 \cdot (-48) = -240$

$250 - 550 + (-20) - (-80) = 2 \cdot (125 - 275 - 10 + 40) = 2 \cdot (-120) = -240$

b) $36 - 60 + 144 - (-120) = 12 \cdot (3 - 5 + 12 + 10) = 12 \cdot 20 = 240$

$36 - 60 + 144 - (-120) = 6 \cdot (6 - 10 + 24 + 20) = 6 \cdot 40 = 240$

$36 - 60 + 144 - (-120) = 2 \cdot (18 - 30 + 72 + 60) = 2 \cdot 120 = 240$

c) $42 - (-24) - (+70) - (-112) = 2 \cdot (21 + 12 - 35 + 56) = 2 \cdot 54 = 108$

$42 - (-24) - (+70) - (-112) = -2 \cdot (-21 - 12 + 35 - 56) = -2 \cdot (-54) = 108$

$42 - (-24) - (+70) - (-112) = -1 \cdot (-42 - 24 + 70 - 112) = -1 \cdot (-108) = 108$

76. Rosa ha comprado 15 lotes de 6 zumos para una excursión, de los que ha dado 6 a 2.º ESO A y 5 a 2.º ESO B. Tiene que volver a la tienda a comprar otros 5 lotes, para poder dar a otros dos cursos.

Si tiene que dar zumos a 50 alumnos más, ¿Cuántos le han sobrado? Cálculalo de dos formas distintas.

- Primera forma: Contando los lotes que le quedan después de repartir a 2.º ESO A y 2.º ESO B y de comprar 5 lotes más. Se calculan los zumos que tiene y se restan los 50 que tiene que dar.

$(15 - 6 - 5 + 5) \cdot 6 - 50 = 9 \cdot 6 - 50 = 54 - 50 = 4$ zumos

- Segunda forma: En lugar de contar lotes, calculando directamente los envases de zumo.

$15 \cdot 6 - 6 \cdot 6 - 5 \cdot 6 + 5 \cdot 6 - 50 = 90 - 36 - 30 + 30 - 50 = 4$ zumos

77. Escribe en cada caso una operación que cumpla las condiciones pedidas.

a) Aparece una operación cada vez, hay cuatro números distintos y el resultado es -8.

b) Aparecen tres operaciones distintas y al menos dos paréntesis, y el resultado es 20.

a) Posible respuesta: $4 \cdot 3 + 1 - 5$

b) Posible respuesta: $(5 - 3) \cdot (8 + 2)$

78. Escribe cuatro múltiplos comprendidos entre 200 y 1500 de cada uno de los siguientes números.

a) 15

c) 43

e) 101

b) 29

d) 65

f) 212

a) 225, 300, 315, 1350

c) 430, 860, 903, 1290

e) 202, 303, 404, 505

b) 290, 580, 870, 1160

d) 325, 650, 975, 1300

f) 424, 636, 848, 1060

79. Encuentra el primer múltiplo de tres cifras de cada uno de los siguientes números.

a) 9

c) 35

e) 42

b) 23

d) 11

f) 2

a) 108

c) 105

e) 126

b) 115

d) 110

f) 100

80. Si un número es múltiplo de 8, ¿será también múltiplo de 4? ¿Y de 16?

Será múltiplo de 4, pero no es necesariamente múltiplo de 16. Por ejemplo, 24 es múltiplo de 8 y no de 16.

81. Encuentra todos los divisores de cada uno de los siguientes números.

- | | | |
|-----------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) 22 | c) 48 | e) 102 |
| b) 31 | d) 63 | f) 116 |
| a) 1, 2, 11, 22 | c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 | e) 1, 2, 3, 6, 17, 34, 51, 102 |
| b) 1, 31 | d) 1, 3, 7, 9, 21, 63 | f) 1, 2, 4, 29, 58, 116 |

82. Escribe tres divisores de cada número.

- | | | |
|---------------|--------------|----------------|
| a) 216 | c) 320 | e) 500 |
| b) 415 | d) 1221 | f) 221 |
| a) 2, 3, 6 | c) 2, 5, 10 | e) 2, 5, 10 |
| b) 5, 83, 415 | d) 3, 11, 33 | f) 13, 17, 221 |

83. Escribe cinco números que solo tengan dos divisores.

Cualquier número primo tiene solo dos divisores, 1 y él mismo. Por ejemplo: 2, 3, 5, 7 y 11.

84. Completa la tabla en tu cuaderno, utilizando los criterios de divisibilidad.

Número	Entre	¿Es divisible?
324	3	...
641	6	...
875	25	...
7912	4	...
82 962	11	...

Número	Entre	¿Es divisible?
324	3	Sí ($3 + 2 + 4 = 9$)
641	6	No (no es divisible entre 2)
875	25	Sí (acaba en 75, múltiplo de 25)
7912	4	Sí (12 es múltiplo de 4)
82 962	11	Sí ($8 + 9 + 2 - 2 - 6 = 11$)

85. Comprueba si los siguientes números son divisibles entre 6 sin hacer la división.

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a) 465 | d) 1182 | g) 32 244 |
| b) 326 | e) 2348 | h) 15 146 |
| c) 552 | f) 5124 | i) 42 000 |
| a) No, no es divisible entre 2. | d) Sí. | g) Sí. |
| b) No, no es divisible entre 3. | e) No, no es divisible entre 3. | h) No, no es divisible entre 3. |
| c) Sí. | f) Sí. | i) Sí. |

86. Averigua si los siguientes números son primos o compuestos.

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) 59 | d) 91 | g) 263 |
| b) 83 | e) 117 | h) 473 |
| c) 33 | f) 71 | i) 217 |
| a) Primo | d) Compuesto | g) Primo |
| b) Primo | e) Compuesto | h) Compuesto |
| c) Compuesto | f) Primo | i) Compuesto |

87. Actividad resuelta.

88. Encuentra un divisor de los siguientes números separando sus cifras.

- | | | | |
|------------|--------|---------|------------|
| a) 474 747 | b) 427 | c) 9331 | d) 487 487 |
|------------|--------|---------|------------|
- a) $474\ 747 = 47 \cdot 10000 + 47 \cdot 100 + 47 = 47 \cdot 10101$
- b) $427 = 42 \cdot 10 + 7 = 6 \cdot 7 \cdot 10 + 7 = 60 \cdot 7 + 7 = 61 \cdot 7$
- c) $9331 = 93 \cdot 100 + 31 = 31 \cdot 300 + 31 = 31 \cdot 301$
- d) $487487 = 48 \cdot 10000 + 74 \cdot 100 + 87 = 480000 + 7400 + 87 = 487000 + 487 = 487 \cdot 1001$

89. Escribe un número de dos cifras. A continuación, vuelve a escribirlo, de forma que quede un número de cuatro cifras. ¿Es posible que sea primo?

Por ejemplo: $43 \Rightarrow 4343 = 4300 + 43 = 43 \cdot 100 + 43 \cdot 1 = 43 \cdot 101$

No puede ser primo, ya que es igual al número inicial por 101.

90. Halla en cada caso los posibles valores de A para que se cumpla la condición pedida.

- | | |
|------------------------------------|---|
| a) 285A4 es divisible entre 2 y 3. | c) 4960A es divisible entre 4 y 9. |
| b) A9679 es múltiplo de 11. | d) 8567A es divisible entre 5 y 3, pero no por 2. |
- a) Es divisible entre 2 porque acaba en par. Para que $2 + 8 + 5 + 4 + A$ sea múltiplo de 3, por tanto $A = 2, 5, 8$.
- b) La diferencia entre $(A + 6 + 9) - (7 + 9)$ debe ser cero o múltiplo de 11, lo que solo se cumple si $A = 1$.
- c) Como $4 + 9 + 6 = 19$, si se suma 8, se obtiene un múltiplo de 9, 49608, que también es múltiplo de 4. $A = 8$.
- d) Para que sea múltiplo de 5, $A = 0$ o $A = 5$. Pero, como no puede ser múltiplo de 2, $A = 0$ queda descartado. Comprobamos si 85675 es divisible entre 3: $8 + 5 + 6 + 7 + 5 = 31$, que no es divisible entre 3. Por tanto, ningún valor de A cumple las condiciones pedidas.

91. Escribe la descomposición en factores primos de los siguientes números.

- | | | |
|-------------------|----------------------------|------------------------------|
| a) 128 | d) 98 | g) 396 |
| b) 215 | e) 540 | h) 1000 |
| c) 725 | f) 444 | i) 3528 |
| a) 2^7 | d) $7^2 \cdot 2$ | g) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$ |
| b) $5 \cdot 43$ | e) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ | h) $2^3 \cdot 5^3$ |
| c) $5^2 \cdot 29$ | f) $2^2 \cdot 3 \cdot 37$ | i) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ |

92. Factoriza los números comprendidos entre 640 y 650, e indica cuáles de ellos son primos.

$$640 = 2^7 \cdot 5$$

643 es primo

$$646 = 2 \cdot 17 \cdot 19$$

$$649 = 11 \cdot 59$$

641 es primo

$$644 = 2^2 \cdot 7 \cdot 23$$

647 es primo

$$650 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13$$

$$642 = 2 \cdot 3 \cdot 107$$

$$645 = 3 \cdot 5 \cdot 43$$

$$648 = 2^3 \cdot 3^4$$

93. Calcula el número que aparece factorizado.

a) $2^3 \cdot 3^2$

b) $5 \cdot 7^2$

c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$

d) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$

a) $2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $5 \cdot 7^2 = 245$

c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

d) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600$

94. Actividad resuelta

95. Factoriza los siguientes números descomponiéndolos en productos más sencillos.

a) 42000

c) 81 000

e) 284

b) 630

d) 1111

f) 7350

a) $42000 = 42 \cdot 1000 = 6 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7$

b) $630 = 63 \cdot 10 = 9 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

c) $81000 = 81 \cdot 1000 = 9 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$

d) $1111 = 1100 + 11 = 11 \cdot (100 + 1) = 11 \cdot 101$

e) $284 = 280 + 4 = 4 \cdot 70 + 4 \cdot 1 = 4 \cdot 71$

f) $7350 = 735 \cdot 10 = (7 \cdot 100 + 7 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot 105 \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot (5 \cdot 20 + 5) \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot 21 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 7 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

96. Escribe todos los divisores del número 144 a partir de su descomposición factorial.

$$144 = 2^4 \cdot 3^2. \text{ Divisores: } 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144.$$

97. Indica el número de divisores de los siguientes números a partir de su descomposición en factores primos. Cálculalos.

a) 240

b) 405

c) 2310

d) 6125

a) $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ tiene $5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$ divisores: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 30, 40, 48, 60, 80, 120, 240.

b) $405 = 3^4 \cdot 5$ tiene $5 \cdot 2 = 10$ divisores: 1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 81, 135, 405.

c) $2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ tiene $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ divisores: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 21, 22, 30, 33, 35, 42, 55, 66, 70, 77, 105, 110, 154, 165, 210, 231, 330, 385, 462, 770, 1155, 2310

d) $6125 = 5^3 \cdot 7^2$ tiene $4 \cdot 3 = 12$ divisores: 1, 5, 7, 25, 35, 49, 125, 175, 245, 875, 1225, 6125.

98. ¿Es posible encontrar un número que tenga exactamente 7 divisores? ¿Y que tenga 7 divisores y solo dos factores primos?

Si, es posible encontrar un número con 7 divisores, es cualquiera cuya factorización tenga un solo factor primo de exponente 6.

No es posible encontrar un número con 7 divisores y solo dos factores primos, ya que si el número es $a^m \cdot b^n$, debería cumplirse que $(m+1)(n+1) = 7$. Como 7 es primo, no es posible.

99. Calcula el máximo común divisor de los siguientes números a partir de su descomposición en factores primos.

- | | | |
|--------------|----------------|-------------------|
| a) 81 y 99 | c) 112 y 121 | e) 72, 105 y 400 |
| b) 120 y 320 | d) 40, 64 y 90 | f) 228, 612 y 900 |

- a) $81 = 3^4$ y $99 = 3^2 \cdot 11 \Rightarrow \text{m.c.d.}(81, 99) = 3^2 = 9$
 b) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ y $320 = 2^6 \cdot 5 \Rightarrow \text{m.c.d.}(120, 320) = 2^3 \cdot 5 = 40$
 c) $112 = 2^4 \cdot 7$ y $121 = 11^2 \Rightarrow \text{m.c.d.}(112, 121) = 1$
 d) $40 = 2^3 \cdot 5$, $64 = 2^6$ y $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow \text{m.c.d.}(40, 64, 90) = 2$
 e) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ y $400 = 2^4 \cdot 5^2 \Rightarrow \text{m.c.d.}(72, 105, 400) = 1$
 f) $228 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19$, $612 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17$ y $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \Rightarrow \text{m.c.d.}(228, 612, 900) = 2^2 \cdot 3 = 12$

100. Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números a partir de su descomposición factorial.

- | | | | |
|--------------|-------------|-------------|-----------------|
| a) 21 y 28 | c) 15 y 16 | e) 45 y 180 | g) 28, 48 y 60 |
| b) 4, 9 y 12 | d) 4, 5 y 9 | f) 240 y 36 | h) 33, 44 y 132 |

- a) $21 = 3 \cdot 7$ y $28 = 2^2 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.m.}(21, 28) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$
 b) $4 = 2^2$, $9 = 3^2$ y $12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow \text{m.c.m.}(4, 9, 12) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$
 c) $15 = 3 \cdot 5$ y $16 = 2^4 \Rightarrow \text{m.c.m.}(15, 16) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$
 d) $4 = 2^2$, 5 y $9 = 3^2 \Rightarrow \text{m.c.m.}(4, 5, 9) = 2^2 \cdot 5 \cdot 3^2 = 180$
 e) $45 = 3^2 \cdot 5$ y $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow \text{m.c.m.}(45, 180) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
 f) $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ y $36 = 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow \text{m.c.m.}(240, 36) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$
 g) $28 = 2^2 \cdot 7$, $48 = 2^4 \cdot 3$ y $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow \text{m.c.m.}(28, 48, 60) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 1680$
 h) $33 = 3 \cdot 11$, $44 = 2^2 \cdot 11$ y $132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 \Rightarrow \text{m.c.m.}(33, 44, 132) = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 = 132$

101. Comprueba si los siguientes números son primos entre sí.

- | | | |
|-------------|---------------|----------------|
| a) 32 y 81 | c) 75 y 512 | e) 78 y 168 |
| b) 63 y 108 | d) 121 y 1045 | f) 1002 y 1230 |
- a) Sí. $32 = 2^5$ y $81 = 3^4$
 b) No, son múltiplos de 3
 c) Sí. $75 = 3 \cdot 5^2$ y $512 = 2^9$
 d) No, son múltiplos de 11.
 e) No, son múltiplos de 2.
 f) No, son múltiplos de 2.

102. Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor en cada caso.

- | | |
|----------------------------------|--|
| a) $2^4 \cdot 3^2$ y 3^4 | c) 2^3 y 3^2 |
| b) $2^2 \cdot 3$ y $2^3 \cdot 5$ | d) $2^2 \cdot 5$, $2 \cdot 5^2$ y $3^2 \cdot 5$ |
- a) $\text{m.c.d.}(2^4 \cdot 3^2, 3^2) = 3^2 = 9$; $\text{m.c.m.}(2^4 \cdot 3^2, 3^4) = 2^4 \cdot 3^4 = 1296$
 b) $\text{m.c.d.}(2^2 \cdot 3, 2^3 \cdot 5) = 2^2 = 4$; $\text{m.c.m.}(2^2 \cdot 3, 2^3 \cdot 5) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$
 c) $\text{m.c.d.}(2^3, 3^2) = 1$; $\text{m.c.m.}(2^3, 3^2) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$
 d) $\text{m.c.d.}(2^2 \cdot 5, 2 \cdot 5^2, 3^2 \cdot 5) = 5$; $\text{m.c.m.}(2^2 \cdot 5, 2 \cdot 5^2, 3^2 \cdot 5) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$

103. La descomposición en factores primos de un número es la siguiente.

$$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Encuentra en cada caso otro número de forma que se cumpla la condición pedida.

a) m.c.d. = 42 y sea mayor que 60.

b) m.c.m. = $3^2 \cdot 7$

c) m.c.d. = 1

a) Por ejemplo, $2 \cdot 3 \cdot 7^2 = 42 \cdot 7 = 294$

b) Es imposible, en el m.c.m. deben aparecer al menos los factores 2, 3, 5 y 7.

c) Cualquier número primo distinto de 2, 3, 5 y 7. Por ejemplo, 11.

104. Escribe tres números formados por tres cifras que sean primos entre sí.

Los números no deben tener factores comunes. Por ejemplo, $512=2^9$, $243=3^5$ y $121=11^2$.

105. Encuentra dos números cuyo máximo común divisor sea 14 y cuyo mínimo común múltiplo sea 84. ¿Puedes encontrar más de una solución?

Como $84 = 14 \cdot 6 = 14 \cdot 2 \cdot 3 = 28 \cdot 3 = 42 \cdot 2$, las dos soluciones posibles son: 14, 84 y 28, 42.

106. El producto del máximo común divisor por el mínimo común múltiplo de dos números es 54 432, y uno de los números es 216. ¿Cuál es el otro?

Se aplica la propiedad: $m.c.d.(a, b) \cdot m.c.m.(a, b) = a \cdot b$.

$m.c.d.(a, b) \cdot m.c.m.(a, b) = 54\,432 = 216 \cdot b \Rightarrow 54\,432 : 216 = 252$. El otro número es 252.

107. El máximo común divisor de dos números es 30 y su producto es 18 000, ¿cuál es el mínimo común múltiplo de ambos números?

Se aplica la propiedad: $m.c.d.(a, b) \cdot m.c.m.(a, b) = a \cdot b$, entonces, $30 \cdot m.c.m.(a, b) = 18\,000 \Rightarrow 18\,000 : 30 = 600$

El mínimo común múltiplo es 600.

108. Expresa estas expresiones usando números enteros.

a) Lorena ha ganado 3500 € en la lotería.

b) La temperatura mínima fue de 12 °C bajo cero.

c) El alpinista ha escalado 4756 m.

d) El barco hundido se encontraba a 7450 m de profundidad.

a) +3500

b) -12

c) +4756

d) -7450

109. Describe una situación cotidiana a la que se pueda asociar cada número entero.

a) -5

b) -532

c) +37

d) +1212

a) El termómetro marca 5 grados bajo cero.

b) El submarino está a 532 m de profundidad.

c) Una cometa vuela a una altura de 37 m.

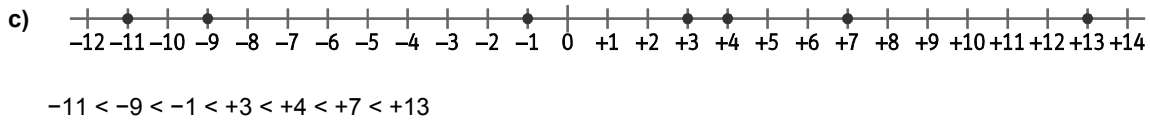
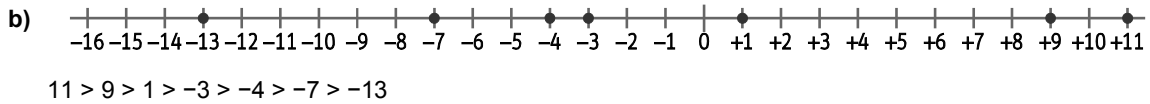
d) Han ingresado en el banco 1212 €.

110. Dados los siguientes números:

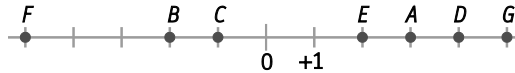
-7	-4	1	-3
9	11	-13	

- Escribe el valor absoluto de cada uno.
- Representa cada número en la recta y ordénalos de mayor a menor.
- Representa los opuestos en la recta y ordénalos de menor a mayor.

a) $|-7|=7$ $|-4|=4$ $|1|=1$ $|-3|=3$ $|9|=9$ $|11|=11$ $|-13|=13$



111. Observa la recta numérica y escribe el valor absoluto y el opuesto de los números que faltan.



- $A = +3$, $op(A) = -3$, $|A| = 3$
- $B = -2$, $op(B) = 2$, $|B| = 2$
- $C = -1$, $op(C) = +1$, $|C| = 1$
- $D = +4$, $op(D) = -4$, $|D| = 4$
- $E = +2$, $op(E) = -2$, $|E| = 2$
- $F = -5$, $op(F) = +5$, $|F| = 5$
- $G = +5$, $op(G) = -5$, $|G| = 5$

112. Ordena los siguientes números sin representarlos en la recta:

-38	-500	+37	-39	+10	+22	-499
-----	------	-----	-----	-----	-----	------

Calcula sus opuestos y ordénalos.

Números ordenados: $-500 < -499 < -39 < -38 < +10 < +22 < +37$

- Opuestos:
- $op(-38) = +38$
 - $op(-500) = +500$
 - $op(+37) = -37$
 - $op(-39) = +39$
 - $op(+10) = -10$
 - $op(+22) = -22$
 - $op(-499) = +499$

Opuestos ordenados: $+500 > +499 > +39 > +38 > -10 > -22 > -37$

113. Representa los siguientes pares de números y halla la distancia entre ellos.

- a) 7 y $op(+3)$ b) $op(-6)$ y 0 c) $op(-4)$ y $op(+8)$ d) $op(-3)$ y $op(-10)$

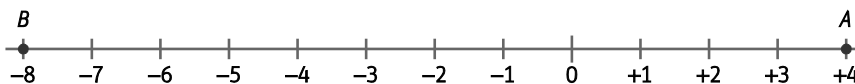
a) +7 y -3. Distancia: 10



b) +6 y 0. Distancia: 6



c) +4 y -8. Distancia: 12



d) +3 y +10. Distancia: 7



114. Encuentra el número entero que cumple la condición pedida en cada caso.

- a) Está a la misma distancia de -4 y -22.
 b) Es una unidad menor que el opuesto de 17.
 c) Su valor absoluto es menor que el valor absoluto de -10, y el número es mayor que -10.
 a) -13
 b) -18
 c) Cualquier número entero entre -9 y 9

115. Realiza las siguientes sumas.

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $(-24)+(-47)$ | e) $(-820)+(+439)$ |
| b) $(-102)+(-18)$ | f) $(+552)+(-211)$ |
| c) $(+405)+(+99)$ | g) $(-228)+(-715)$ |
| d) $(+63)+(-59)$ | h) $(-1220)+(+78)$ |
| a) $(-24)+(-47)=-71$ | e) $(-820)+(+439)=-381$ |
| b) $(-102)+(-18)=-120$ | f) $(+552)+(-211)=+341$ |
| c) $(+405)+(+99)=+504$ | g) $(-228)+(-715)=-943$ |
| d) $(+63)+(-59)=+4$ | h) $(-1220)+(+78)=-1142$ |

116. Realiza las siguientes restas, escribiéndolas previamente como sumas de números enteros.

a) $(-98) - (-99)$

e) $(+12) - (+441)$

b) $(-46) - (+11)$

f) $(-222) - (+333)$

c) $(+108) - (-100)$

g) $(-504) - (-306)$

d) $(+331) - (+249)$

h) $(+301) - (-662)$

a) $(-98) - (-99) = (-98) + (+99) = +1$

b) $(-46) - (+11) = (-46) + (-11) = -57$

c) $(+108) - (-100) = (+108) + (+100) = +208$

d) $(+331) - (+249) = (+331) + (-249) = +82$

e) $(+12) - (+441) = (+12) + (-441) = -429$

f) $(-222) - (+333) = (-222) + (-333) = -555$

g) $(-504) - (-306) = (-504) + (+306) = -198$

h) $(+301) - (-662) = (+301) + (+662) = +963$

117. Realiza las siguientes operaciones eliminando primero los paréntesis y corchetes.

a) $(-12) + (-5) - (-7) + (-10)$

b) $(-25) + (-49) - (-88) + (-36)$

c) $(-3) - (-7) + (-9) - (-8) - (+25) - (-34)$

d) $(-33) - (28 - 45 + 49)$

e) $120 - (16 - 5) - [38 - (-6)]$

f) $-40 - (-20 - 33 + 15) - (-80) + (13 - 91)$

g) $25 + (41 - 25) - [16 - (-25) - 4]$

a) $(-12) + (-5) - (-7) + (-10) = -12 - 5 + 7 - 10 = -20$

b) $(-25) + (-49) - (-88) + (-36) = -25 - 49 + 88 - 36 = -22$

c) $(-3) - (-7) + (-9) - (-8) - (+25) - (-34) = -3 + 7 - 9 + 8 - 25 + 34 = +12$

d) $(-33) - (28 - 45 + 49) = -33 - 28 + 45 - 49 = -65$

e) $120 - (16 - 5) - [38 - (-6)] = 120 - 16 + 5 - 38 - 6 = +65$

f) $-40 - (-20 - 33 + 15) - (-80) + (13 - 91) = -40 + 20 + 33 - 15 + 80 + 13 - 91 = 0$

g) $25 + (41 - 25) - [16 - (-25) - 4] = 25 + 41 - 25 - 16 - 25 + 4 = +4$

118. Calcula.

a) $(-8) \cdot (+9)$

c) $(-27) \cdot (-11)$

e) $(-10) \cdot (-21) \cdot (-4)$

b) $(+14) \cdot (-5)$

d) $(+18) \cdot (-2) \cdot (+5)$

f) $(+9) \cdot (-2) \cdot (+30) \cdot (-12)$

a) $(-8) \cdot (+9) = -72$

c) $(-27) \cdot (-11) = +297$

e) $(-10) \cdot (-21) \cdot (-4) = -840$

b) $(+14) \cdot (-5) = -70$

d) $(+18) \cdot (-2) \cdot (+5) = -180$

f) $(+9) \cdot (-2) \cdot (+30) \cdot (-12) = +6480$

119. Calcula e indica el resto de cada división.

a) $(-32) : (-4)$

b) $342 : (-5)$

c) $-1267 : 23$

d) $(+200) : (+25)$

a) $(-32) : (-4) = +8, \text{ resto} = 0$

b) $342 : (-5) = -68, \text{ resto} = +2$

c) $-1267 : 23 = -55, \text{ resto} = -2$

d) $(+200) : (+25) = +8, \text{ resto} = 0$

e) $(-320) : (+16)$

f) $875 : (-6)$

g) $(+1245) : (-57)$

h) $(-244) : 122$

e) $(-320) : (+16) = -20, \text{ resto} = 0$

f) $875 : (-6) = -145, \text{ resto} = +5$

g) $(+1245) : (-57) = -21, \text{ resto} = +48$

h) $(-244) : 122 = -2, \text{ resto} = 0$

120. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones encadenadas.

a) $(24) : (-3) \cdot (+5) \cdot (-2)$

b) $(-35) \cdot (+10) : (-7) \cdot 4$

a) $(24) : (-3) \cdot (+5) \cdot (-2) = (-8) \cdot (+5) \cdot (-2) = (-40) \cdot (-2) = 80$

b) $(-35) \cdot (+10) : (-7) \cdot 4 = (-350) : (-7) \cdot 4 = 50 \cdot 4 = 200$

c) $1460 : (-10) : (-73) \cdot (-3) = (-146) : (-73) \cdot (-3) = 2 \cdot (-3) = -6$

d) $(-231) \cdot (-1) : (-3) \cdot (-5) : (-11) = 231 : (-3) \cdot (-5) : (-11) = (-77) \cdot (-5) : (-11) = 385 : (-11) = -35$

c) $1460 : (-10) : (-73) \cdot (-3)$

d) $(-231) \cdot (-1) : (-3) \cdot (-5) : (-11)$

121. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $16 - [5 - (-9)] : (-7) + 7 \cdot [-5 - 3 \cdot (-2)]$

b) $40 : (-2) \cdot (+5) - 6 + 6 \cdot [101 + 53 \cdot (-2)]$

c) $(5 - 10) \cdot (5 + 10) - 12 : [16 - 15 \cdot (-1) - 29]$

d) $[48 - 5 \cdot (-9) : 3] - 6 + 4 \cdot [19 - 3 \cdot (-7)]$

a) $16 - [5 - (-9)] : (-7) + 7 \cdot [-5 - 3 \cdot (-2)] = 16 - (+14) : (-7) + 7 \cdot (-5 + 6) = 16 + 2 + 7 \cdot 1 = 16 + 2 + 7 = 25$

b) $40 : (-2) \cdot (+5) - 6 + 6 \cdot [101 + 53 \cdot (-2)] = (-20) \cdot (+5) - 6 + 6 \cdot (101 - 106) = -100 - 6 + 6 \cdot (-5) = -106 - 30 = -136$

c) $(5 - 10) \cdot (5 + 10) - 12 : [16 - 15 \cdot (-1) - 29] = (-5) \cdot 15 - 12 : (16 + 15 - 29) = -75 - 12 : 2 = -87 : 2 = -43.5$

d) $[48 - 5 \cdot (-9) : 3] - 6 + 4 \cdot [19 - 3 \cdot (-7)] = (48 + 45 : 3) - 6 + 4 \cdot (19 + 21) = (48 + 15) - 6 + 4 \cdot 40 = 63 - 6 + 160 = 217$

122. Realiza las siguientes operaciones de dos formas.

a) $11 \cdot [12 - 15 - 40]$

c) $(-9) \cdot [-12 - (+15)]$

b) $[13 - (-5) + (-2)] \cdot 6$

d) $(-23 + 33) \cdot (-10)$

a) $11 \cdot [12 - 15 - 40] = 11 \cdot (-43) = -473$

$$11 \cdot [12 - 15 - 40] = 11 \cdot 12 - 11 \cdot 15 - 11 \cdot 40 = 132 - 165 - 440 = -473$$

b) $[13 - (-5) + (-2)] \cdot 6 = (13 + 5 - 2) \cdot 6 = 16 \cdot 6 = 96$

$$[13 - (-5) + (-2)] \cdot 6 = 13 \cdot 6 + 5 \cdot 6 - 2 \cdot 6 = 78 + 30 - 12 = 96$$

c) $(-9) \cdot [-12 - (+15)] = (-9) \cdot (-27) = 243$

$$(-9) \cdot [-12 - (+15)] = (-9) \cdot (-12) - (-9) \cdot (+15) = (+108) - (-135) = 243$$

d) $(-23 + 33) \cdot (-10) = 10 \cdot (-10) = -100$

$$(-23 + 33) \cdot (-10) = (-23) \cdot (-10) + (+33) \cdot (-10) = 230 - 330 = -100$$

123. Actividad resuelta.

124. Extrae los factores comunes y halla el resultado.

a) $13 - 130 + 26 + (-65)$

c) $27 + 36 - 45 - 54 + 63 - 72$

b) $32 - 56 - 132 + 88 - 48$

d) $-20 + 30 - 110 + 420 - 330$

a) $13 - 130 + 26 + (-65) = 13 \cdot (1 - 10 + 2 - 5) = 13 \cdot (-12) = -156$

b) $32 - 56 - 132 + 88 - 48 = 4 \cdot (8 - 14 - 33 + 22 - 12) = 4 \cdot (-29) = -116$

c) $27 + 36 - 45 - 54 + 63 - 72 = 9 \cdot (3 + 4 - 5 - 6 + 7 - 8) = 9 \cdot (-5) = -45$

d) $-20 + 30 - 110 + 420 - 330 = 10 \cdot (-2 + 3 - 11 + 42 - 33) = 10 \cdot (-1) = -10$

125. De un número natural se conocen las siguientes propiedades:

- Tiene exactamente seis divisores naturales.
- Solo tiene dos divisores primos.
- Es menor que 100.
- Uno de sus divisores es 7.

¿Cuántas posibilidades hay?

El número es de la forma $x^m \cdot 7^n$, donde x , m y n son números naturales y, además, x es un número primo.

Para que tenga seis divisores naturales, $(m+1) \cdot (n+1) = 6$. Como ni m ni n pueden valer 0, hay dos posibilidades para los exponentes: $m = 1, n = 2$ o $m = 2, n = 1$.

Si $m = 1$ y $n = 2$, entonces $x \cdot 7^2 = x \cdot 49$. Para que se cumpla que $x \cdot 49 < 100$, la única posibilidad es $x = 2$. El número sería $2 \cdot 7^2 = 98$.

Si $m = 2$ y $n = 1$, entonces $x^2 \cdot 7 < 100 \rightarrow x^2 < \frac{100}{7} \approx 14,3$. Por tanto, los valores de x pueden ser $x = 2$ o $x = 3$. El número sería $2^2 \cdot 7 = 28$ o $3^2 \cdot 7 = 63$.

En resumen, hay tres posibles soluciones: 28, 63 y 98.

126. Un número es múltiplo de 99 si es múltiplo a la vez de 11 y de 9.

- Halla un múltiplo de 99 de 4 cifras o más.
- Separa sus cifras en grupos de 2 desde el final y suma esos grupos. Si sale más de 100, repite la operación. ¿Qué número obtienes?
- Prueba con otro número. ¿Qué conclusión sacas?

a) Por ejemplo, $99 \cdot 28 = 2772$

b) $27 + 72 = 99$

c) Por ejemplo, para $99 \cdot 9974 = 987426$, $98 + 74 + 26 = 198$ y $1 + 98 = 99$.

Al final, se obtiene siempre 99.

127. Indica si son ciertas las siguientes propiedades.

- El opuesto de la suma de dos números es igual a la suma de sus opuestos.
- La resta de números enteros tiene la propiedad conmutativa.
- El valor absoluto de un número entero no puede ser menor que ese número.
- El producto de dos números enteros es siempre mayor que cualquiera de ellos.
- Verdadero: $-(a + b) = -a - b = (-a) + (-b)$
- Falso: $5 - 3 = 2$ y $3 - 5 = -2$. Los resultados son opuestos.
- Verdadero: Si el número es positivo, su valor absoluto igual a él, y si el número es negativo, su valor absoluto es positivo, por tanto, mayor que él.
- Falso: Por ejemplo, $(-1) \cdot 2 = -2$ y $-2 < -1 < 2$.

128. ¿Es posible encontrar un número que tenga exactamente 8 divisores enteros? ¿Y que tenga 9? Justifica tus respuestas.

Puede tener 8 divisores enteros, si tiene 4 divisores naturales. Por ejemplo, $16 = 2^4$.

El número de divisores enteros de un número es el doble del número de divisores naturales, que será un número par. Por tanto, un número no puede tener exactamente 9 divisores enteros.

129. Busca cuatro números distintos tales que al multiplicar el primero por la suma de los otros tres, el resultado sea el opuesto del primero.

Respuesta libre. Por ejemplo: $5 \cdot (7 + (-2) + (-6)) = -5$.

130. Al multiplicar un número entero por la suma de varios, se obtiene el valor absoluto del primero.

a) ¿Qué valores puede tener esa suma?

b) ¿De qué depende el valor de la suma?

a) Puede ser 1 o -1 .

b) Si el número es positivo, la suma debe valer 1, y si es negativo, -1 .

131. Pilar está organizando una coreografía formada por 48 bailarines. Para organizarlos, tiene que colocarlos de forma que en todas las columnas haya el mismo número de bailarines.

¿De cuántas formas posibles puede colocarlos?

El número de bailarines debe ser divisor de $48 = 2^4 \cdot 3$, que tiene $(4 + 1) \cdot (1 + 1) = 10$ divisores. Hay 10 posibilidades.

- 132. En un aeropuerto hay ocho mostradores de facturación. En un determinado momento hay 240 pasajeros esperando para facturar. ¿Cuántos mostradores podrá abrir la compañía para que se distribuyan a partes iguales? ¿Cuántos viajeros habrá por fila en cada caso?**

$240 : 1 = 240 \Rightarrow 1$ mostrador para los 240 pasajeros.

$240 : 2 = 120 \Rightarrow 2$ mostradores para 120 pasajeros cada uno.

$240 : 3 = 80 \Rightarrow 3$ mostradores para 80 pasajeros cada uno.

$240 : 4 = 60 \Rightarrow 4$ mostradores para 60 pasajeros cada uno.

$240 : 5 = 48 \Rightarrow 5$ mostradores para 48 pasajeros cada uno.

$240 : 6 = 40 \Rightarrow 6$ mostradores para 40 pasajeros cada uno.

$240 : 8 = 30 \Rightarrow 8$ mostradores para 30 pasajeros cada uno.

- 133. Inés está cambiando el suelo de su cocina que mide 360 cm de ancho y 630 cm de largo. Quiere que las baldosas sean cuadrados y del mayor tamaño posible.**

a) **¿Qué medidas tendrá cada baldosa?**

b) **¿Cuántas necesitará?**

a) $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(360, 630) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$ cm de lado.

b) $360 : 90 = 4$ baldosas de ancho y $630 : 90 = 7$ baldosas de largo, $4 \cdot 7 = 28$ baldosas en total.

- 134. El inspector Tolosabe ha capturado a varios famosos delincuentes, 60 mujeres y 105 hombres, en el xxx Congreso Mafioso. La prisión solo tiene 15 celdas, aunque tienen bastante capacidad. Decide encerrar a sus prisioneros separando a los hombres de las mujeres y metiendo en todas las celdas el mismo número de prisioneros. ¿Podrá hacerlo?**

Habrá que intentar meter en cada celda el mayor número posible de presos, y que sea divisor a la vez de 60 y 105.

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ y $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(60, 105) = 3 \cdot 5 = 15$

Sí, puede hacerlo, metiendo 15 presos por celda. Necesita $60 : 15 = 4$ celdas para las mujeres y $105 : 15 = 7$ celdas para los hombres, $4 + 7 = 11$ celdas en total.

135. Actividad resuelta

- 136. Los miembros de un coro se reúnen en grupos del mismo tamaño. Si se juntan de 3 en 3, sobran 2. Si se juntan de 4 en 4, sobran 3. Si lo hacen de 6 en 6, sobran 5. Lee la conversación y contesta.**

- **Director del coro:** ¡Esto es imposible!

- **Cantante principal:** No, únete a nosotros y así podremos formar los grupos perfectamente.

¿Cuántos miembros tenía el coro, sin contar al director?

Contando al director, se pueden agrupar de 3 en 3, de 4 en 4 o de 6 en 6, ya que en los tres casos solo faltaba una persona. Por tanto, el coro con el director será múltiplo de 3, 4 y 6. Como $\text{m.c.m.}(3, 4, 6) = 12$, el coro con el director puede tener 12, 24, 36...

El coro sin el director tendrá 11, 23, 35... miembros.

137. La temperatura a lo largo de un día en Villafría puede variar bastante. Hoy, por ejemplo, era de 3 grados bajo cero a las 2 de la mañana, y a las 4 había bajado cinco más. Por suerte, a mediodía había subido 12 grados, pero por la tarde llegó un viento helado que hizo que la temperatura a las seis fuera 10 grados menor.

a) ¿Qué temperatura hubo a las horas señaladas?

b) ¿Qué diferencia hubo entre la temperatura más alta y la más baja?

a) A las 4, la temperatura era de $-3 + (-5) = -8$ grados, a mediodía, era de $-8 + 12 = +4$, y a las seis de la tarde, era de $4 - 10 = -6$ grados.

b) Hubo una diferencia de $+4 - (-8) = 12$ grados.

138. En la siguiente tabla se muestran los resultados que cuatro jugadores de golf han conseguido en los 6 primeros hoyos del campo.

Hoyo	1	2	3	4	5	6
Par	4	6	3	5	4	4
J1	+2	-1	Par	-2	+3	Par
J2	-1	+1	+2	Par	Par	-1
J3	Par	+2	Par	-1	-1	+2
J4	-2	Par	-2	+3	Par	+1

El par indica el número de golpes en que hay que meter la pelota en el hoyo. Sabiendo que gana el jugador que menos golpes ha realizado al final:

a) ¿Qué jugador va ganando?

b) ¿Algún jugador ha metido la pelota de un solo golpe?

a) Al par de cada hoyo hay que sumar la diferencia que ha obtenido cada jugador (cero, si consiguió el par):

$$J1 \rightarrow 4 + 2 + 6 - 1 + 3 + 5 - 2 + 4 + 3 + 4 = 28 \text{ golpes.} \quad J3 \rightarrow 4 + 6 + 2 + 3 + 5 - 1 + 4 - 1 + 4 + 2 = 28 \text{ golpes.}$$

$$J2 \rightarrow 4 - 1 + 6 + 1 + 3 + 2 + 5 + 4 + 4 - 1 = 27 \text{ golpes.} \quad J4 \rightarrow 4 - 2 + 6 + 3 - 2 + 5 + 3 + 4 + 4 + 1 = 26 \text{ golpes.}$$

Va ganando el jugador 4.

b) El jugador 4 metió la pelota en un golpe en el tercer hoyo ($3 - 2 = 1$).

139. Observa el recibo del banco de Vicente y contesta.

Fecha	Concepto	Importe (€)
01-09-16	Abono de haberes	1350
03-09-16	Pago recibo comunidad	-35
07-09-16	Abono de intereses	28
13-09-16	Pago recibo de la luz	-112
17-09-16	Compra con tarjeta	-78
21-09-16	Pago cajero automático	-200
SALDO AL 22-09-16		836

a) ¿Cuánto es el total de pérdidas que ha tenido durante los días correspondientes al recibo?

b) ¿Cuál era el saldo el día 01-09-16, antes de producirse el abono de haberes?

c) ¿Cuál era el saldo el día 10-09-16? ¿Y el día 20?

a) $-35 - 112 - 78 - 200 = -425$ €

b) $836 + 425 - 1350 - 28 = -117$ €

c) El día 10 el saldo era de $-117 + 1350 - 35 + 28 = 1226$ € y el día 20 era de $836 + 200 = 1036$ €.

140. Piensa un número de tres cifras. Escríbelo dos veces seguidas (por ejemplo, si era 123, escribe 123123). A continuación, divide el resultado entre 7, divide el cociente obtenido entre 11 y divide el cociente que resulta entre 13.

- ¿Qué relación hay entre 123123 y 123?
- ¿Qué relación hay entre 7, 11 y 13?
- Compara tus respuestas con tu compañero y entre los dos buscad una explicación al resultado obtenido.
- $123123 : 7 : 11 : 13 = 17589 : 11 : 13 = 1599 : 13 = 123$. Se obtiene el número inicial.
- $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$
- $123123 = 123000 + 123 = 123 \cdot 1001 = 123 \cdot (7 \cdot 11 \cdot 13)$

141. Si x es un número entero menor que 2, tal que $|x - 2| = p$, ¿cuál es el valor de $x - p$?

- A. -2 B. 2 C. $2 - 2p$ D. $2p - 2$

Al ser entero y menor que 2, $x - 2$ es negativo, luego $|x - 2| = 2 - x$. Por tanto, $p = 2 - x$ y $x = 2 - p$.
De manera que $x - p = 2 - p - p = 2 - 2p$.

La respuesta es C. $2 - 2p$.

142. Si la suma de dos números es S y luego les añadimos 3 a cada uno y posteriormente los doblamos, ¿cuál es la suma de los dos nuevos números?

- A. $2S + 3$ B. $3S + 6$ C. $2S + 6$ D. $2S + 12$

Los números son x y $S - x$. Si sumamos 3 a cada uno y los doblamos, obtenemos $2(x + 3) = 2x + 6$ y $2(S - x + 3) = 2S - 2x + 6$, cuya suma es $2x + 6 + 2S - 2x + 6 = 2S + 12$.

La respuesta es D. $2S + 12$.

143. Los lados de un triángulo miden 4, 6 y x , y los de otro triángulo miden 4, 6 e y . ¿Cuál es el menor número positivo que no puede ser el resultado de $|x - y|$?

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

En un triángulo la suma de los dos lados menores debe ser mayor que el lado mayor.

Si suponemos que el lado que falta es el mayor, su valor debe ser menor que $4 + 6 = 10$.

Si suponemos que el lado que falta es el menor, su valor debe ser mayor que $6 - 4 = 2$.

Por tanto, la diferencia máxima es menor que $10 - 2 = 8$.

La respuesta correcta es D. 8.

144. De los próximos años, ¿cuál es el primero que se podrá escribir como producto de tres números consecutivos?

- A. 2040 B. 2046 C. 2052 D. 2184

$2040 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 23$ No es posible.

$2046 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 31$ No es posible.

$2052 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 19$ No es posible.

$2184 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 = 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13 = 4 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 13 = 12 \cdot 13 \cdot 14$. Sí es posible.

La respuesta es D. 2184.

Encuentra el error

145. Jorge está buscando el número de divisores de 360 000. Aunque es un número grande, es fácil descomponerlo.

$$360\,000 = 10\,000 \cdot 36 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 6 = 10^4 \cdot 6^2$$

Por tanto, el número tendrá $(4+1) \cdot (2+1) = 5 \cdot 3 = 15$ divisores.

¿Es correcto?

No es correcto, ya que no se ha realizado la descomposición en factores primos.

$$360\,000 = 10\,000 \cdot 36 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 6 = 10^4 \cdot 6^2 = (2 \cdot 5)^4 \cdot (2 \cdot 3)^2 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4.$$

Tiene $(6+1) \cdot (2+1) \cdot (4+1) = 7 \cdot 3 \cdot 5 = 105$ divisores.

146. El profesor de Santi y Marta les ha pedido que resuelvan una operación combinada.

- Marta ha resuelto una operación de la siguiente forma.

$$5 - [3 \cdot (-4) - 6] = 5 - [-12 - 6] = 5 - [-18] = 5 + 18 = 23$$

- Santi prefiere quitar primero el corchete aplicando lo que ha aprendido: el menos delante del paréntesis cambia de signo los números que hay dentro.

$$5 - [3 \cdot (-4) - 6] = 5 + (-3) \cdot (+4) + 6 = 5 - 12 + 6 = -1$$

Sorprendentemente, los resultados son distintos.

¿Alguno de ellos ha cometido un error?

Santi se equivoca, al cambiar de signo los dos factores del producto $3 \cdot (-4)$. La solución correcta es:

$$5 - [3 \cdot (-4) - 6] = 5 + (-3) \cdot (-4) + 6 = 5 + 12 + 6 = 23$$

PONTE A PRUEBA

La escala Kelvin

Actividad resuelta

El guerrero de Kalamar

Roberto está jugando a un juego de aventuras, en el que el personaje principal es un héroe que se enfrenta a múltiples enemigos, encuentra objetos, rescata elfos prisioneros...

El héroe empieza con 20 puntos vitales (+20) y consigue y pierde puntos a lo largo de la partida. Si en algún momento los puntos llegan a 0, hay que volver a empezar la partida.

- REP (rescatar a un elfo prisionero): + 10 puntos
 - DDD (derrotar a un dragón dormido): +2
(dormido no tiene mucho mérito, ¿no?)
 - DMDMD (derrotar a un malvado dragón MUY despierto): +100
(esto es otra cosa)
 - VTM (vencido por un trol maloliente): -4
 - VGB (vencido por un gnomo bajito) -6
(¡si era mucho más pequeño que tú!)
 - DOM (derrotar a un orco malvado): +5
 - VDP (vencer a un duende pesado): +3
 - TUP (tropezar con una piedra): -1 punto (a veces pasa...)
 - DMP (el dragón te muerde un poquito): -40
1. En esta partida, Roberto ha vencido a 3 orcos y 4 duendes, y ha rescatado a 7 elfos, pero se ha caído 5 veces (no con la misma piedra), le han derrotado 2 troles y un gnomo. ¿Cuántos puntos tiene en total?
 2. Su amiga Marina le manda al móvil cómo va su partida, pero abreviando:

VGB VGB VGB VDP VDP DOM DOM VTM VTM DMP REP REP REP DMDMD

¿Cuántos puntos tiene?

3. Roberto sospecha que Marina usa un programa que le permite seguir jugando con puntuación negativa. ¿Lleva razón?
 1. Tiene $+20 + 3 \cdot (+5) + 4 \cdot (+3) + 7 \cdot (+10) + 5 \cdot (-1) + 2 \cdot (-4) + (-6) = 20 + 15 + 12 + 70 - 5 - 8 - 6 = 98$ puntos.
 2. Tiene $+20 + 3 \cdot (-6) + 2 \cdot (+3) + 2 \cdot (+5) + 2 \cdot (-4) + (-40) + 3 \cdot (+10) + (+100) = 20 - 18 + 6 + 10 - 8 - 40 + 30 + 100 = 100$ puntos.
 3. Después de DMP, Marina tenía: $+20 + 3 \cdot (-6) + 2 \cdot (+3) + 2 \cdot (+5) + 2 \cdot (-4) + (-40) = 20 - 18 + 6 + 10 - 8 - 40 = -30$ puntos, por lo que tendría que haber vuelto a empezar. Sí, Marina ha hecho trampa.

La cigarra y el primo

Los estudios sobre las cigarras han demostrado que tienen un ciclo vital de 17 años.

Durante esos 17 años permanecen ocultas en estado larval, y solamente al final del ciclo salen en estado adulto para vivir un par de semanas más, que es el tiempo que necesitan para reproducirse.

La cuestión que inquietaba a los zoólogos era: ¿Por qué el ciclo vital de la cigarra es tan largo? ¿Qué quiere decir que el ciclo vital sea un número primo de años?

Según una teoría, existe un parásito con su propio ciclo vital, que la cigarra está intentando evitar. Si el parásito tiene un ciclo vital, pongamos, de 2 años, entonces la cigarra quiere evitar tener un ciclo que sea divisible por 2, en caso contrario coincidirán.

- Supongamos que la cigarra tuviera un ciclo vital de 3 años, y su parásito, de 2 años. Si coincidieran este año, ¿cuándo volverían a coincidir?
 - Si las cigarras irrumpiesen cada 14 años, ¿qué ciclo vital le interesaría tener al parásito?
 - Después de un tiempo de evolución, la cigarra llegó a su ciclo de 17 años. Si el parásito apareciese cada año, tendría que hacerlo 17 veces hasta volver a coincidir. ¿Y si despertara cada 2? ¿Y cada 3 años? ¿Y cada 16?
- m.c.m. $(2,3) = 2 \cdot 3 = 6$. Coincidirían dentro de 6 años.
 - Un número divisor de 14, es decir, ciclos de 2 o de 7 años.
 - Si despierta cada 2, coincidirán cada $17 \cdot 2 = 34$ años; si lo hace cada 3, cada $17 \cdot 3 = 51$ años, y si lo hace cada 16, dentro de $17 \cdot 16 = 272$ años.

AUTOEVALUACIÓN

- Aplicando los criterios de divisibilidad, comprueba si los siguientes números son múltiplos de 6 o de 11.

a) 418 b) 7392 c) 61476 d) 4554

a) Como $4 + 1 + 8 = 13$, no es múltiplo de 3, tampoco lo es de 6.

Como $(4 + 8) - 1 = 11$, sí es múltiplo de 11.

b) Como acaba en cifra par, es múltiplo de 2 y como $7 + 3 + 9 + 2 = 21 = 7 \cdot 3$ es múltiplo de 3, por tanto, es múltiplo de 6.

Como $((7 + 9) - (3 + 2)) = 11$, es múltiplo de 11.

c) Como acaba en cifra par, es múltiplo de 2 y como $6 + 1 + 4 + 7 + 6 = 24 = 3 \cdot 8$ es múltiplo de 3, por tanto, es múltiplo de 6.

Como $((6 + 4 + 6) - (1 + 7)) = 8$, no es múltiplo de 11.

d) Como acaba en cifra par, es múltiplo de 2 y como $4 + 5 + 5 + 4 = 18 = 6 \cdot 3$ es múltiplo de 3, por tanto, es múltiplo de 6.

Como $((4 + 5) - (5 + 4)) = 0$, es múltiplo de 11.

- Calcula el número de divisores de 180 y escríbelos.

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, luego tiene $(2 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 18$ divisores.

Los divisores son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180.

- Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

a) 96 y 180 b) 140, 245 y 700

a) $96 = 2^5 \cdot 3$, $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow$ m.c.d.(96,180) = $2^2 \cdot 3 = 12$ y m.c.m.(96,180) = $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1440$

b) $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$, $245 = 5 \cdot 7^2$, $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \Rightarrow$ m.c.d.(140, 245, 700) = $5 \cdot 7 = 35$ y m.c.m.(140, 245, 700) = $2^2 \cdot 7^2 \cdot 5^2 = 4900$

4. Ordena los siguientes números enteros.

$$-13, 12, 20, -2, -14, -5, 6, 0$$

$$-14 < -13 < -5 < -2 < 0 < 6 < 12 < 20$$

5. Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada uno de los siguientes números.

a) -10

b) $+96$

c) -45

d) 19

a) $|-10|=10$; $op(-10) = +10$

c) $|-45|=45$; $op(-45) = +45$

b) $|+96|=96$; $op(+96) = -96$

d) $|+19|=19$; $op(+19) = -19$

6. Realiza las siguientes operaciones con números enteros.

a) $(-18) + (+45)$

c) $-60 : (-6) \cdot 10$

b) $(-6) + (-12) - (-15) - (+3)$

d) $12 \cdot 45 : (-9)$

a) $(-18) + (+45) = -18 + 45 = 27$

b) $(-6) + (-12) - (-15) - (+3) = -6 - 12 + 15 - 3 = -6$

c) $-60 : (-6) \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 100$

d) $12 \cdot 45 : (-9) = 540 : (-9) = -60$

7. Realiza las operaciones sacando factor común.

a) $17 \cdot 6 - 17 \cdot 20 + 17 \cdot (-16)$

b) $240 - 600 - 480 - 225$

a) $17 \cdot 6 - 17 \cdot 20 + 17 \cdot (-16) = 17 \cdot [6 - 20 - 16] = 17 \cdot (-30) = -510$

b) $240 - 600 - 480 - 225 = 15 \cdot (16 - 40 - 32 - 15) = 15 \cdot (-71) = -1065$

8. Una distribuidora tiene en el almacén 840 latas de atún, 455 latas de mejillones y 315 latas de berberechos. Quiere almacenarlas en cajas del mismo tamaño, sin mezclar productos distintos, de forma que emplee el menor número posible de cajas. ¿Cuántas latas tendrá cada caja y cuántas cajas habrá de cada producto?

El número de latas será el máximo común divisor de 840, 455 y 315.

$$840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7, 455 = 5 \cdot 7 \cdot 13 \text{ y } 315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \Rightarrow \text{m.c.d.}(840, 455, 315) = 5 \cdot 7 = 35$$

Habrà 35 latas en cada caja, $840 : 35 = 24$ cajas de atún, $455 : 35 = 13$ latas de mejillones y $315 : 35 = 9$ latas de berberechos.

9. El caracol Paco se ha metido en un pozo. Durante tres días sube 3 metros diarios, pero se cansa mucho y los cuatro días siguientes baja 4 metros por día. En la semana siguiente vuelve a subir, a razón de 2 metros por día. Si todavía le faltan tres metros para salir del pozo, ¿a qué profundidad empezó?

El recorrido total de Paco ha sido $3 \cdot (+3) + 4 \cdot (-4) + 7 \cdot (+2) = 9 - 16 + 14 = 7$ metros.

Si le faltan 3, empezó a $-3 + (-7) = -10$ metros, es decir, a 10 metros de profundidad.