

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

www.emestrada.org

a) Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$x + y \geq 2 ; x - y \leq 0 ; y \leq 4 ; x \geq 0$$

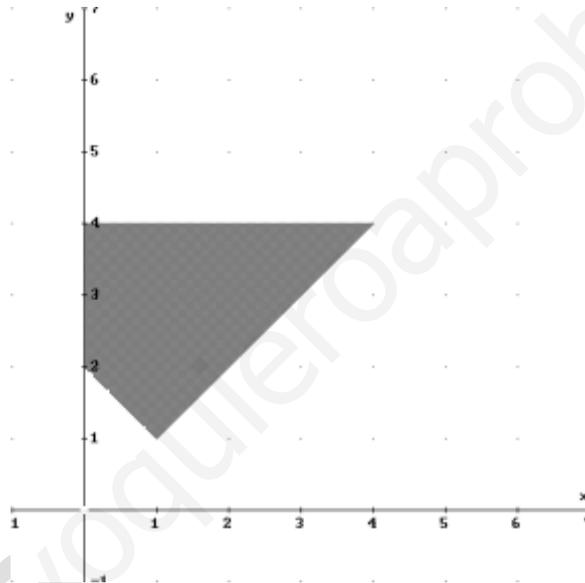
b) Determine el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = x + y$ en el recinto anterior y los puntos dónde se alcanza.

c) ¿Pertenece el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior?. Justifique la respuesta.

SOCIALES II. 2009 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0, 2)$; $B = (1, 1)$; $C = (4, 4)$; $D = (0, 4)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 2) = 2$$

$$F(B) = F(1, 1) = 2$$

$$F(C) = F(4, 4) = 8$$

$$F(D) = F(0, 4) = 4$$

Luego vemos que el mínimo está en todos los puntos del segmento AB y vale 2. El máximo está en el punto C y vale 8.

c) Vemos en el dibujo que el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$, no pertenece al recinto.

En un examen de Matemáticas se propone el siguiente problema:

“Indique dónde se alcanza el mínimo de la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ en la región determinada por las restricciones $2x + y \geq 6$; $2x + 5y \leq 30$; $2x - y \leq 6$.”

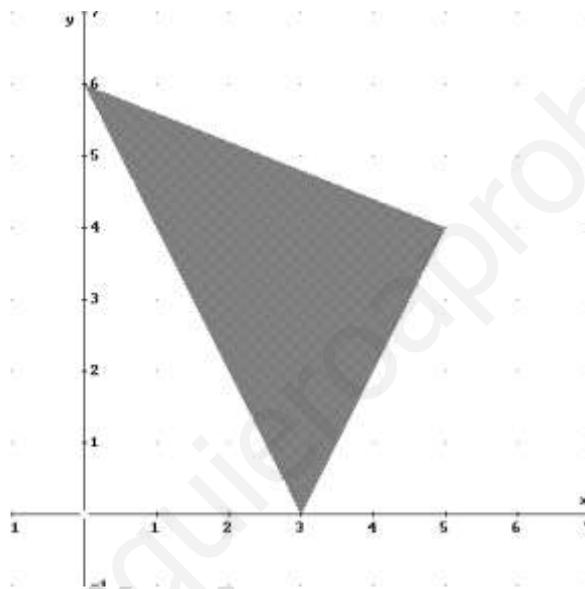
a) Resuelva el problema

b) Ana responde que se alcanza en (1,4) y Benito que lo hace en (3,0). ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en (1,4)? ¿Es cierto que se alcanza en (3,0)?

SOCIALES II. 2009 RESERVA 1. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (3, 0)$; $B = (5, 4)$; $C = (0, 6)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ en dichos puntos

$$F(A) = F(3, 0) = 16$$

$$F(B) = F(5, 4) = 40$$

$$F(C) = F(0, 6) = 16$$

b) Falso, el mínimo se alcanza en todos los puntos del segmento AC y vale 16.

Un agricultor posee 10 hectáreas (ha.) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha. A hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha. Y el de hortalizas de 3000 euros/ha., no pudiendo superar el coste la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha. De cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.

SOCIALES II. 2009 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

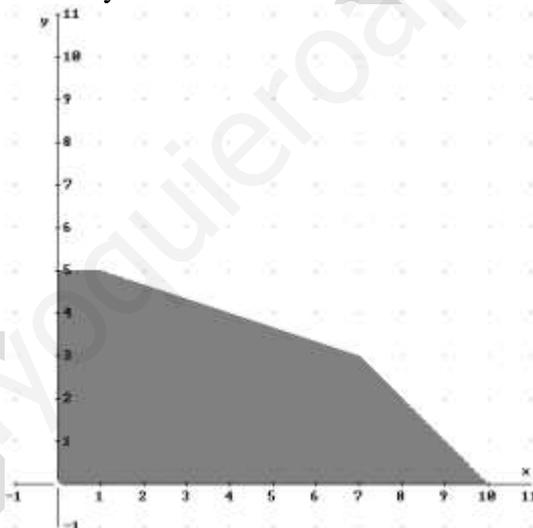
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 10 \\ y \leq 5 \\ 1000x + 3000y \leq 16000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y \leq 10 \\ y \leq 5 \\ x + 3y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 2000x + 8000y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,0)$; $B = (10,0)$; $C = (7,3)$; $D = (1,5)$; $E = (0,5)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 2000x + 8000y$ en dichos puntos

$$\begin{aligned} F(A) &= F(0,0) = 0 \\ F(B) &= F(10,0) = 20000 \\ F(C) &= F(7,3) = 38000 \\ F(D) &= F(1,5) = 42000 \\ F(E) &= F(0,5) = 40000 \end{aligned}$$

Luego vemos que el máximo beneficio es de 42.000 € y corresponde a 1 ha. de cereales y 5 ha. de hortalizas.

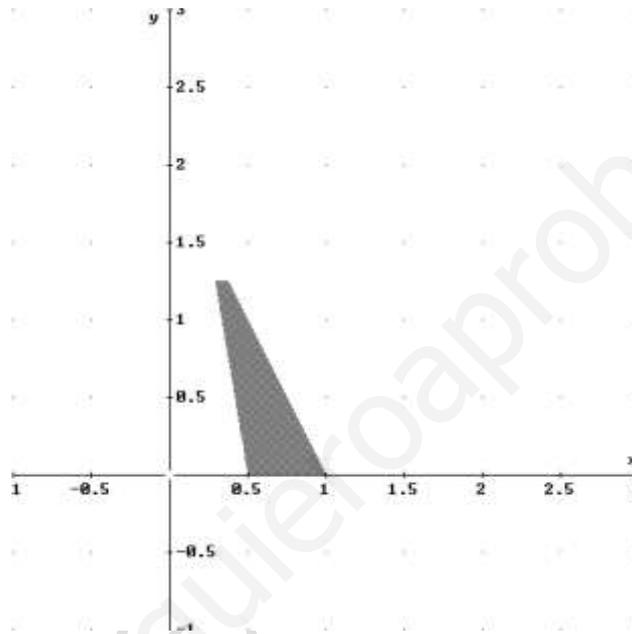
Obtenga los valores máximo y mínimo, indicando donde se alcanzan, de la función objetivo $F(x, y) = x - y$ en la región definida por las restricciones:

$$6x + y \geq 3 ; 2x + y \leq 2 ; y \leq \frac{5}{4} ; x \geq 0 ; y \geq 0$$

SOCIALES II. 2009 RESERVA 3. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$; $B = (1, 0)$; $C = \left(\frac{3}{8}, \frac{5}{4}\right)$; $D = \left(\frac{7}{24}, \frac{5}{4}\right)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = x - y$ en dichos puntos

$$F(A) = F\left(\frac{1}{2}, 0\right) = \frac{1}{2}$$

$$F(B) = F(1, 0) = 1$$

$$F(C) = F\left(\frac{3}{8}, \frac{5}{4}\right) = -\frac{7}{8}$$

$$F(D) = F\left(\frac{7}{24}, \frac{5}{4}\right) = -\frac{23}{24}$$

Luego vemos que el máximo está en el punto B y vale 1. El mínimo está en el punto D y vale $-\frac{23}{24}$.

a) Plantee, sin resolver, el siguiente problema de programación lineal: “Una empresa fabrica camisas de dos tipos A y B. El beneficio que obtiene es de 8 euros por cada camisa que fabrica del tipo A y de 6 euros por cada una del tipo B. La empresa puede fabricar, como máximo, 100.000 camisas, y las del tipo B han de suponer, al menos, el 60% del total. ¿Cuántas camisas debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?.

b) Represente la región definida por las inecuaciones:

$$y \leq x ; y + 2x \leq 6 ; x \leq 4y + 3$$

Calcule el máximo de $F(x, y) = y + 2x$ en la región anterior e indique dónde se alcanza.

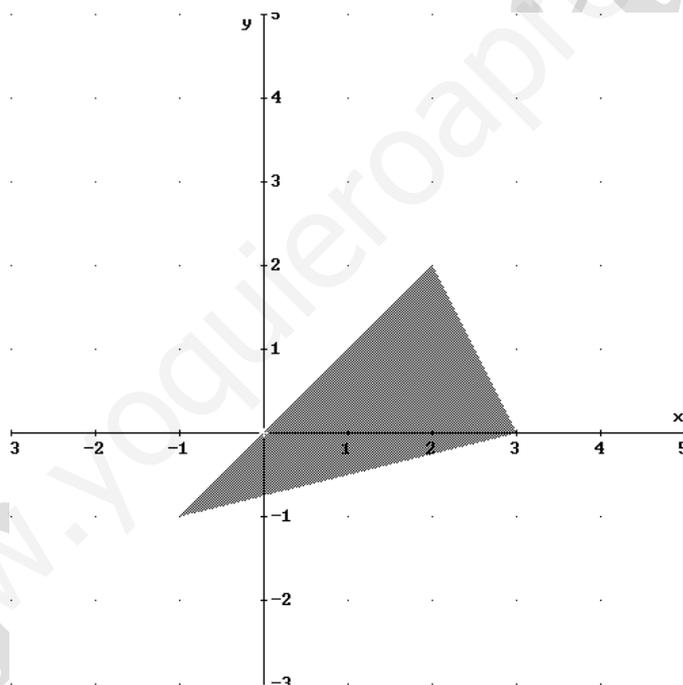
SOCIALES II. 2009 RESERVA 4. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Las inecuaciones son: $x + y \leq 100.000$; $y \geq 60.000$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

La función que queremos maximizar es: $F(x, y) = 8x + 6y$

b) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (-1, -1)$; $B = (3, 0)$; $C = (2, 2)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = y + 2x$ en dichos puntos

$$F(A) = F(-1, -1) = -3$$

$$F(B) = F(3, 0) = 6$$

$$F(C) = F(2, 2) = 6$$

Luego vemos que el máximo está en todos los puntos del segmento BC y vale 6.

a) Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

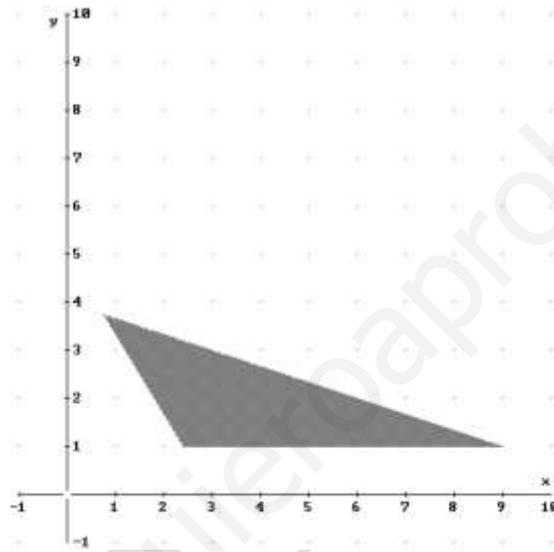
$$x + 3y \leq 12 ; \frac{x}{3} + \frac{y}{5} \geq 1 ; y \geq 1 ; x \geq 0$$

b) Calcule los valores extremos de la función $F(x, y) = 5x + 15y$ en dicha región y dónde se alcanzan.

SOCIALES II. 2009 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = \left(\frac{12}{5}, 1\right)$; $B = (9, 1)$; $C = \left(\frac{3}{4}, \frac{15}{4}\right)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 5x + 15y$ en dichos puntos

$$F(A) = F\left(\frac{12}{5}, 1\right) = 27$$

$$F(B) = F(9, 1) = 60$$

$$F(C) = F\left(\frac{3}{4}, \frac{15}{4}\right) = 60$$

Luego vemos que el máximo está en todos los puntos del segmento BC y vale 60. El mínimo está en el punto A y vale 27.