PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Un fabricante de tapices dispone de 500 kg de hilo de seda, 400 kg de hilo de plata y 225 kg de hilo de oro. Desea fabricar dos tipos de tapices: A y B. Para los del tipo A se necesita 1 kg de hilo de seda y 2 kg de hilo de plata, y para los del tipo B, 2 kg de hilo de seda, 1 kg de hilo de plata y 1 kg de hilo de oro. Cada tapiz del tipo A se vende a 2000 euros y cada tapiz del tipo B a 3000 euros. Si se vende todo lo que se fabrica,
a) ¿Cuántos tapices de cada tipo ha de fabricar para que el beneficio sea máximo y cuál es ese beneficio?
b) ¿Qué cantidad de hilo de cada clase quedará cuando se fabrique el número de tapices que proporciona el máximo beneficio?
SOCIALES II. 2013 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

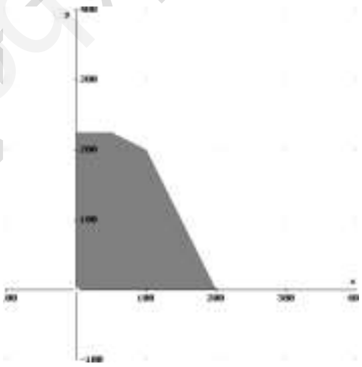
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

	Seda	Plata	Oro	Precio
x Tipo A	1	2	0	2.000 €
y Tipo B	2	1	1	3.000 €
Total	500	400	225	

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{r} x+2y\leq 500 \\ 2x+y\leq 400 \\ y\leq 225 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=2000x+3000y$. A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$A=(0,0)$; $B=(200,0)$; $C=(100,200)$; $D=(50,225)$; $E=(0,225)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=2000x+3000y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,0)=0 \ ; \ F(B)=F(200,0)=400000 \ ; \ F(C)=F(100,200)=800000 \ ;$$
$$F(D)=F(50,225)=775000 \ ; \ F(E)=F(0,225)=675000$$

a) El mayor beneficio es de 800.000 € y se obtiene fabricando 100 tapices del tipo A y 200 tapices del tipo B.

b) - Hilo de seda gastado $=1\cdot 100+2\cdot 200=500$, luego, quedan 0 Kg

- Hilo de plata gastado $=2\cdot 100+1\cdot 200=400$, luego, quedan 0 Kg

- Hilo de oro gastado $=1\cdot 200=200$, luego, quedan 25 Kg

a) Plantee, sin resolver, el siguiente problema: "Un barco puede transportar vehículos de dos tipos: coches y motos. Las condiciones de la nave obligan a que el número de motos no pueda ser inferior a la cuarta parte del de coches ni superior a su doble; además, la suma del número de motos más el doble del número de coches no puede ser mayor que 100. ¿Cuántos vehículos, como máximo, puede transportar este barco?".
b) Dado el recinto limitado por las inecuaciones: $y \geq 30$; $3x - y \geq 150$; $6x + 7y \leq 840$, halle en qué puntos de ese recinto la función $F(x,y) = 6x - 2y$, alcanza su valor mínimo.
SOCIALES II. 2013 RESERVA 1. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

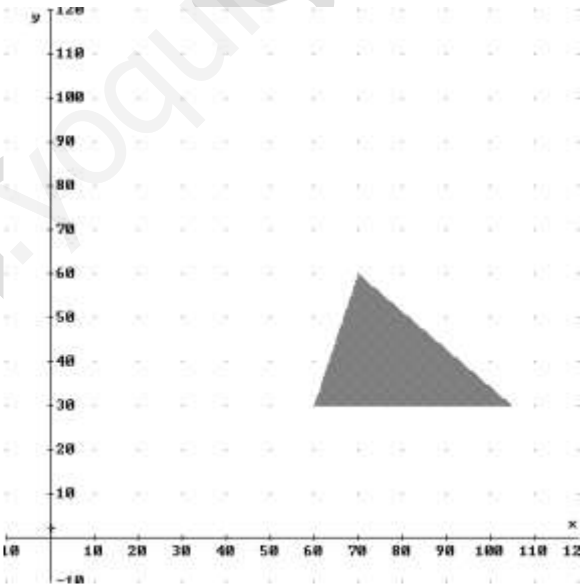
R E S O L U C I Ó N

a) Llamamos *x* al número de coches e *y* al número de motos.

La función que queremos que sea máximo es: $F(x,y) = x + y$

Las restricciones son: $\left.\begin{array}{r} y \geq \dfrac{x}{4} \\ y \leq 2x \\ 2x + y \leq 100 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$

b) Dibujamos el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (60,30) \ ; \ B = (105,30) \ ; \ C = (70,60).$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y) = 6x - 2y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(60,30) = 300 \ ; \ F(B) = F(105,30) = 570 \ ; \ F(C) = F(70,60) = 300$$

Luego, el mínimo de la función está en todos los puntos del segmento AC y vale 300.

Un fabricante elabora dos tipos de anillos a base de oro y plata. Cada anillo del primer tipo precisa 4 g de oro y 2 de plata, mientras que cada uno del segundo necesita 3 g de oro y 1 de plata. Sabiendo que dispone de 48 g de oro y 20 de plata y que los precios de venta de cada tipo de anillo son 150 euros el primero y 100 euros el segundo, ¿cuántos anillos de cada tipo tendría que producir para obtener los ingresos máximos? ¿A cuánto ascenderían estos ingresos?
SOCIALES II. 2013 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

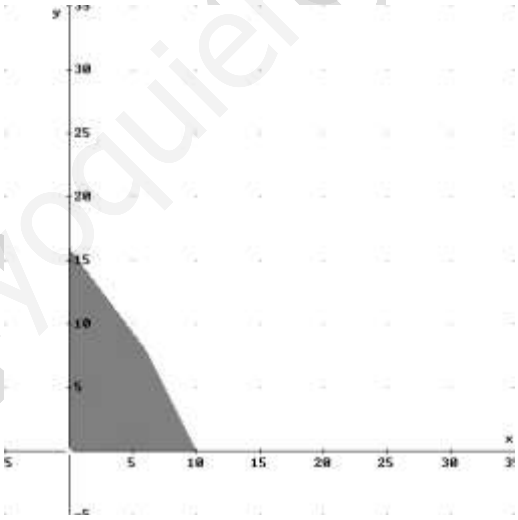
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

	Oro	Plata	Precio
x Anillo tipo A	4	2	150 €
y Anillo tipo B	3	1	100 €
Total	48	20	

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{c} 4x+3y\leq 48 \\ 2x+y\leq 20 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=150x+100y$. A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$A=(0,0)$; $B=(10,0)$; $C=(6,8)$; $D=(0,16)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=150x+100y$ en dichos puntos

$F(A)=F(0,0)=0$; $F(B)=F(10,0)=1500$; $F(C)=F(6,8)=1700$; $F(D)=F(0,16)=1600$

Se deben fabricar 6 anillos del primer tipo y 8 del segundo tipo. El beneficio máximo es 1.700 €

En un problema de programación lineal, la región factible es la región acotada cuyos vértices son $A(2,-1)$, $B(-1,2)$, $C(1,4)$ y $D(5,0)$. La función objetivo es la función $f(x,y)=2x+3y+k$, cuyo valor máximo, en dicha región, es igual a 19. Calcule el valor de k e indique dónde se alcanza el máximo y dónde el mínimo.
SOCIALES II. 2013 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=2x+3y+k$ en los vértices del recinto:

$$F(A)=F(2,-1)=4-3+k=1+k$$
$$F(B)=F(-1,2)=-2+6+k=4+k$$
$$F(C)=F(1,4)=2+12+k=14+k$$
$$F(D)=F(5,0)=10+k$$

Si igualamos estas expresiones al máximo que es 19, vemos que siempre k es un número positivo. Por lo tanto, el máximo se alcanza en el punto que tiene el valor más alto de todos $C(1,4)$.

$$F(C)=F(1,4)=2+12+k=14+k=19 \Rightarrow k=5$$

Luego, el máximo se alcanza en el punto $C(1,4)$ y el mínimo en el punto $A(2,-1)$.

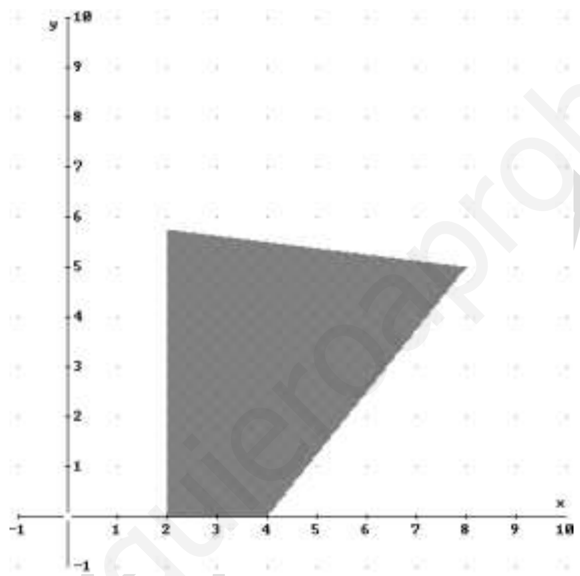
Se considera el recinto *R* del plano determinado por las siguientes inecuaciones:

$$5x - 4y \leq 20 \ , \ x + 8y \leq 48 \ , \ x \geq 2 \ , \ y \geq 0$$

a) Represente gráficamente el recinto *R* y calcule sus vértices.
b) Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y) = 2x + 12y$ en este recinto e indique dónde se alcanzan.
c) Razone si existen valores (x,y) pertenecientes al recinto para los que $F(x,y) = 100$
SOCIALES II. 2013 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (2,0)$; $B = (4,0)$; $C = (8,5)$; $D = \left(2, \frac{23}{4}\right)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y) = 2x + 12y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(2,0) = 4 \ ; \ F(B) = F(4,0) = 8 ; \ F(C) = F(8,5) = 76 ; \ F(D) = F\left(2, \frac{23}{4}\right) = 73$$

Luego, el máximo se alcanza en el punto $C = (8,5)$ y vale 76. El mínimo está en el punto $A = (2,0)$ y vale 2.

c) Como el mínimo es 2 y el máximo es 76, el valor 100 no se alcanza en *R*, ya que es mayor que el máximo.

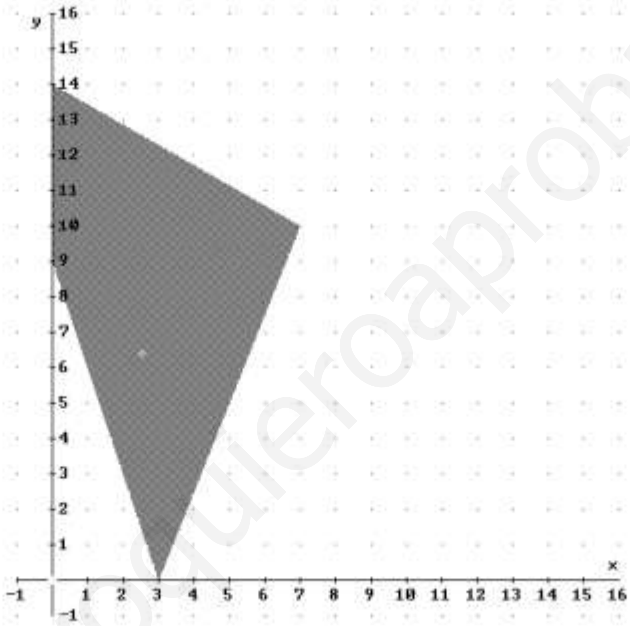
Se desea maximizar la función $F(x,y)=14x+8y$ en el recinto dado por:

$$y+3x\geq 9\ ,\ y\leq -\frac{4}{7}x+14\ ,\ 5x-2y\leq 15\ ,\ x\geq 0$$

a) Represente la región factible del problema.
b) ¿Cuál es el valor máximo de F y la solución óptima del problema?
c) Obtenga un punto de la región factible que no sea el óptimo.
SOCIALES II. 2013 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto.



b) Los vértices del recinto son los puntos:

$$A=(3,0)\ ;\ B=(7,10)\ ;\ C=(0,14)\ ;\ D=(0,9)\ .$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=14x+8y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(3,0)=42\ ;\ F(B)=F(7,10)=178\ ;\ F(C)=F(0,14)=112\ ;\ F(D)=F(0,9)=72$$

Luego, el máximo de la función está en el punto $B=(7,10)$ y vale 178.

c) Por ejemplo, el $A=(3,0)$

Sea R la región factible definida por las inecuaciones $x \geq 3y$; $x \leq 5$; $y \geq 1$.
a) Razone si el punto $(4.5, 1.55)$ pertenece a R.
b) Dada la función objetivo $F(x,y) = 2x - 3y$, calcule sus valores extremos en R.
c) Razone si hay algún punto de R donde la función F valga 3.5. ¿Y 7.5?
SOCIALES II. 2013 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

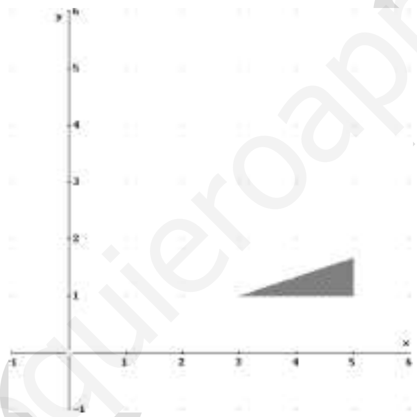
R E S O L U C I Ó N

a) El punto $(4.5, 1.55)$ pertenece a R si verifica las tres inecuaciones.

$$x \geq 3y \Rightarrow 4'5 \geq 3 \cdot 1'55 \Rightarrow Falso$$
$$x \leq 5 \Rightarrow 4'5 \leq 5 \Rightarrow Cierto$$
$$y \geq 1 \Rightarrow 1'55 \Rightarrow Cierto$$

Como no verifica la primera inecuación, el punto $(4.5, 1.55)$ no pertenece a R.

b) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (3,1)$; $B = (5,1)$; $C = \left(5, \frac{5}{3}\right)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y) = 2x - 3y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(3,1) = 3 \ ; \ F(B) = F(5,1) = 7 \ ; \ F(C) = F\left(5, \frac{5}{3}\right) = 5$$

Luego, el máximo se alcanza en el punto $B = (5,1)$ y vale 7. El mínimo está en el punto $A = (3,1)$ y vale 3.

c) Como el mínimo es 3 y el máximo es 7, el valor 3'5 se alcanza en R, ya que está entre 3 y 7, pero el valor 7'5 no se alcanza en R ya que es mayor que el máximo.