

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio A1
- Reserva 1, Ejercicio A1
- Reserva 2, Ejercicio A1
- Reserva 3, Ejercicio A1
- Reserva 4, Ejercicio A2
- Julio, Ejercicio A2

www.emestrada.org

Una empresa de recambios industriales produce dos tipos de baterías, A y B. Su producción semanal debe ser de al menos 10 baterías en total y el número de baterías de tipo B no puede superar en más de 10 unidades a las fabricadas del tipo A. Cada batería de tipo A tiene unos gastos de producción de 150 euros y cada batería de tipo B de 100 euros, disponiendo de un máximo de 6000 euros a la semana para el coste total de producción.

Si la empresa vende todo lo que produce y cada batería de tipo A genera un beneficio de 130 euros y la de tipo B de 140 euros, ¿cuántas baterías de cada tipo tendrán que producir a la semana para que el beneficio total sea máximo?. ¿Cuál es ese beneficio?.

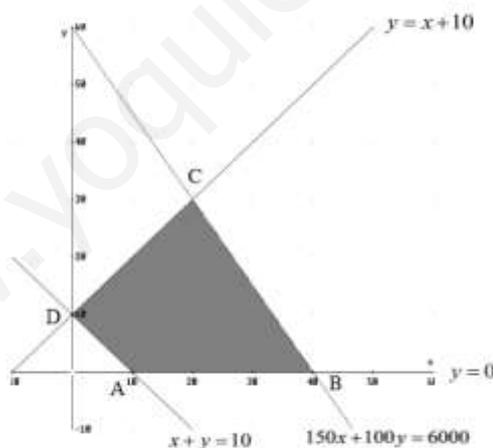
SOCIALES II. 2021 JUNIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

La función que queremos que sea mínimo es: $F(x, y) = 130x + 140y$

$$\left. \begin{array}{l}
 x + y \geq 10 \\
 y \leq x + 10 \\
 \text{Las restricciones son: } 150x + 100y \leq 6000 \\
 x \geq 0 \\
 y \geq 0
 \end{array} \right\}$$

Dibujamos el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (10, 0) ; B = (40, 0) ; C = (20, 30) ; D = (0, 10) .$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 130x + 140y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(10, 0) = 1300 ; F(B) = F(40, 0) = 5200 ;$$

$$F(C) = F(20, 30) = 6800 ; F(D) = F(0, 10) = 1400$$

Luego, el beneficio máximo se alcanza fabricando 20 baterías de tipo A y 30 baterías de tipo B. El beneficio máximo es 6.800 €.

La Agencia Espacial Europea contará con un presupuesto de 2'4 millones de euros para financiar misiones sobre Observación de la Tierra y para financiar programas de Transporte Espacial.

Cada misión supone una inversión de 200.000 euros y cada programa 100.000 euros. Teniendo en cuenta que en la decisión final deben superarse los 2 millones de euros de inversión y el número de misiones debe ser al menos 4, pero no más de la mitad del número de programas, ¿cuántas misiones y cuántos programas se deben llevar a cabo para obtener el máximo de la función $F(x, y) = 0'6x + 0'4y$, con x misiones e y programas?.

SOCIALES II. 2021 RESERVA 1. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

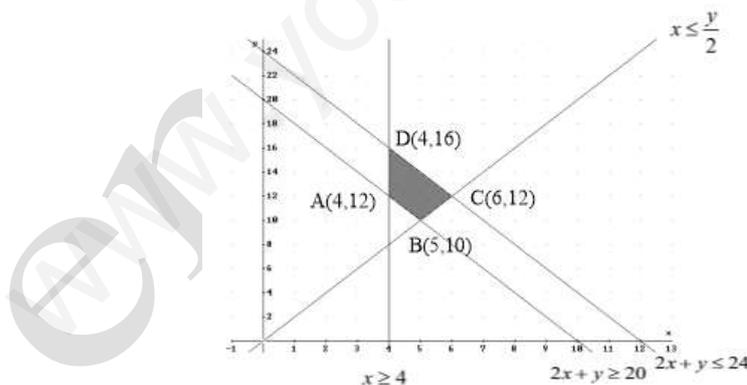
Llamamos x a las misiones e y a los programas

$$\left. \begin{array}{l} 200000x + 100000y \leq 2400000 \\ 200000x + 100000y \geq 2000000 \\ x \geq 4 \\ x \leq \frac{y}{2} \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 24 \\ 2x + y \geq 20 \\ x \geq 4 \\ x \leq \frac{y}{2} \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Las inecuaciones del problema son:

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 0'6x + 0'4y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (4,12)$; $B = (5,10)$; $C = (6,12)$; $D = (4,16)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 0'6x + 0'4y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(4,12) = 7'2 \quad F(B) = F(5,10) = 7 \quad F(C) = F(6,12) = 8'4 \quad F(D) = F(4,16) = 8'8$$

Luego, se deben realizar 4 misiones y 16 programas.

Un laboratorio farmacéutico tiene una línea de producción con dos medicamentos A y B, con marca comercial y genérico respectivamente, de los cuales, entre los dos como máximo puede fabricar 10 unidades a la hora. Desde el punto de vista del rendimiento, se han de producir al menos 4 unidades por hora entre los dos y por motivos de política sanitaria, la producción de A ha de ser como mucho 2 unidades más que la de B.

Cada unidad de tipo A que vende le produce un beneficio de 60 euros, mientras que cada unidad de tipo B le produce un beneficio de 25 euros. Si se vende todo lo que se produce, determine las unidades de cada medicamento que deberá fabricar por hora para maximizar su beneficio y obtenga el valor de dicho beneficio.

SOCIALES II. 2021 RESERVA 2. EJERCICIO A1

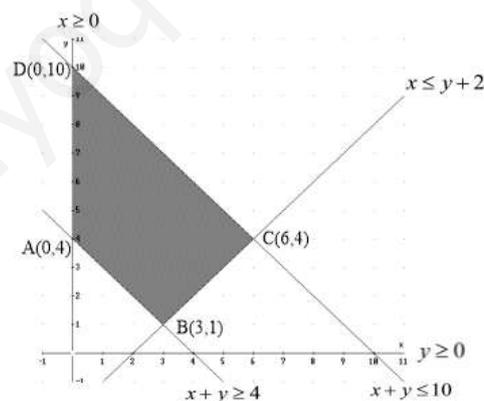
R E S O L U C I Ó N

Sea $x = n^\circ$ de unidades del medicamento A ; $y = n^\circ$ de unidades del medicamento B

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 10 \\ x + y \geq 4 \\ \text{Las inecuaciones del problema son: } x \leq y + 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 60x + 25y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0, 4)$; $B = (3, 1)$; $C = (6, 4)$; $D = (0, 10)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 60x + 25y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 4) = 100 \text{ €} \quad F(B) = F(3, 1) = 205 \text{ €} \quad F(C) = F(6, 4) = 460 \text{ €}$$

$$F(D) = F(0, 10) = 250 \text{ €}$$

Luego vemos que para que su beneficio sea máximo se deben vender 6 unidades del medicamento A y 4 unidades del medicamento B y el beneficio sería de 460 €.

a) Una frutería vende dos tipos de surtidos de frutos rojos, A y B. El surtido de tipo A contiene 75 g de arándanos, 100 g de frambuesas y se vende a 2,40 euros, mientras que el de tipo B contiene 75 g de arándanos, 50 g de frambuesas y se vende a 1,80 euros. La frutería dispone de un total de 3'75 kg de arándanos y 4 kg de frambuesas y el número de surtidos que vende del tipo A, siempre es menor o igual al doble de los de tipo B.

Formule, sin resolver, el problema que permite obtener el número de surtidos de cada tipo que debe vender para que el beneficio sea máximo.

b) Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:

$$x + 4y \geq 5 \quad ; \quad x + 2y \geq 4 \quad ; \quad 7x + 5y \leq 35 \quad ; \quad x \geq 0$$

¿En qué punto de la región anterior la función $F(x, y) = 2x + y$ alcanza el mínimo y cuál es dicho valor?.

SOCIALES II. 2021 RESERVA 3. EJERCICIO A1

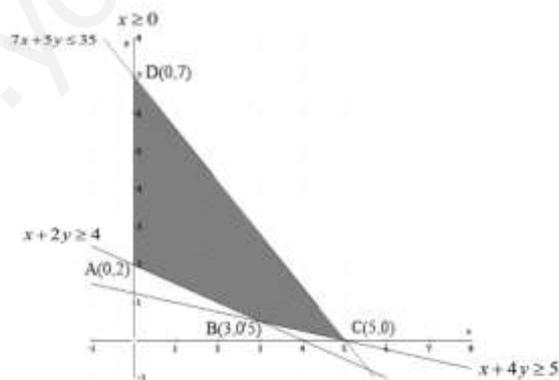
R E S O L U C I Ó N

a) Si llamamos $x =$ surtido A e $y =$ surtido B, las restricciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 75x + 75y \leq 3750 \\ 100x + 50y \leq 4000 \\ x \leq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 2'4x + 1'8y$.

b) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (0, 2) \quad ; \quad B = (3, 0'5) \quad ; \quad C = (5, 0) \quad ; \quad D = (0, 7)$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 2x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 2) = 2 \quad F(B) = F(3, 0'5) = 6'5 \quad F(C) = F(5, 0) = 10 \quad F(D) = F(0, 7) = 7$$

Luego vemos que el mínimo se alcanza en el punto $A = (0, 2)$ y vale 2.

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x - 3y \geq -9 \quad ; \quad x + y \leq 11 \quad ; \quad 6x + y \leq 36 \quad ; \quad x + 2y \geq 6$$

a) Representa la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.

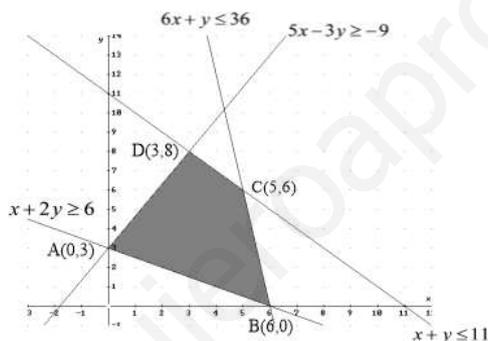
b) ¿Pertenece el punto $(5,7)$ a la región factible anterior?.

c) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 10x - 6y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

SOCIALES II. 2021 RESERVA 4. EJERCICIO A2

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,3)$; $B = (6,0)$; $C = (5,6)$; $D = (3,8)$.

b) Sustituimos el punto $(5,7)$ en las inecuaciones.

$$5 \cdot 5 - 3 \cdot 7 = 4 \geq -9 \Rightarrow \text{Cierto}$$

$$5 + 7 = 12 \leq 11 \Rightarrow \text{Falso}$$

$$6 \cdot 5 + 7 = 37 \leq 36 \Rightarrow \text{Falso}$$

$$5 + 2 \cdot 7 = 19 \geq 6 \Rightarrow \text{Cierto}$$

Luego, el punto $(5,7)$ no pertenece al recinto, ya que no verifica todas las inecuaciones.

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 10x - 6y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,3) = -18$$

$$F(B) = F(6,0) = 60$$

$$F(C) = F(5,6) = 14$$

$$F(D) = F(3,8) = -18$$

Luego vemos que el mínimo está en todos los puntos del segmento AD y vale -18 . El máximo está en el punto $B = (6,0)$ y vale 60 .

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x - 4y \leq -19 \quad 3x - 4y \leq -13 \quad x \geq -7 \quad -x - y \geq 2$$

a) Represente la región factible definida por las inecuaciones y determine sus vértices.

b) ¿Cuáles son los puntos en los que se alcanza el mínimo y el máximo de la función

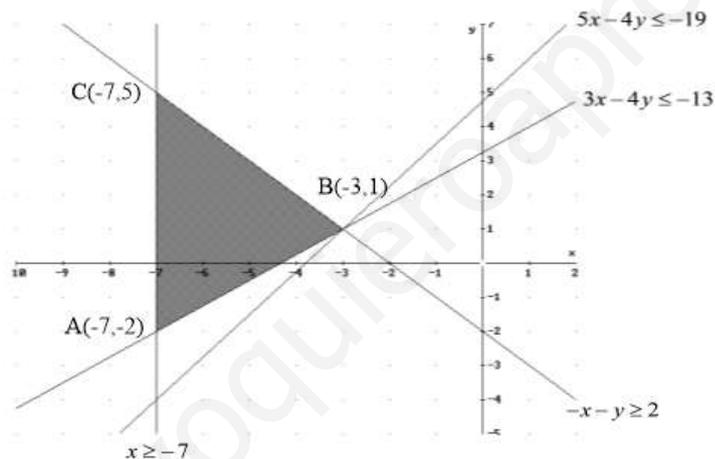
$$G(x, y) = -\frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y \text{ en la citada región factible? ¿Cuál es su valor?}$$

c) Responda de forma razonada si la función $G(x, y) = -\frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y$ puede alcanzar el valor $\frac{47}{3}$ en la región factible hallada.

SOCIALES II. 2021 JULIO. EJERCICIO A2

RESOLUCIÓN

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (-7, -2)$; $B = (-3, 1)$; $C = (-7, 5)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $G(x, y) = -\frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(-7, -2) = -\frac{18}{5} \quad ; \quad F(B) = F(-3, 1) = \frac{31}{10} \quad ; \quad F(C) = F(-7, 5) = \frac{139}{10}$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C = (-7, 5)$ y vale $\frac{139}{10}$. El mínimo está en el punto

$A = (-7, -2)$ y vale $-\frac{18}{5}$.

c) No. Ya que el valor máximo es $\frac{139}{10}$ y $\frac{47}{3} > \frac{139}{10}$.