

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A

www.emestrada.org

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{aligned} -\lambda x + y + z &= 1 \\ x + \lambda y + z &= 2 \\ \lambda x + y + z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
b) Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

MATEMÁTICAS II. 2011. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2\lambda^2 + 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0; \lambda = 1$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\lambda = 0$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda = 1$	2	3	S. Incompatible
$\lambda \neq 0$ y 1	3	3	S. Compatible Determinado

b) $\lambda = 0 \Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado.

$$\left. \begin{aligned} y + z &= 1 \\ x + z &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - z \\ y = 1 - z \\ z = z \end{cases}$$

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- a) Calcula el rango de A según los diferentes valores de t .
b) Razona para qué valores de t el sistema homogéneo $A \cdot X = O$ tiene más de una solución.

MATEMÁTICAS II. 2011. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

RESOLUCIÓN

- a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{vmatrix} = -t^2 + 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 ; t = 2$$

	R(A)
$t = 1$	2
$t = 2$	2
$t \neq 1$ y 2	3

- b) El sistema homogéneo tiene más de una solución cuando el rango de A sea 2, es decir, para $t = 1$ y $t = 2$.

Considera el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} 2x - 2y + 4z &= 4 \\ 2x + z &= a \\ -3x - 3y + 3z &= -3 \end{aligned} \right\}$$

a) Discútelo según los valores del parámetro a .

b) Resuélvelo cuando sea posible.

MATEMÁTICAS II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

RESOLUCIÓN

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 24 + 12 + 6 = 0$$

Luego el rango de A es 2.

Calculamos el determinante de la matriz ampliada del sistema.

$$|M| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & a \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix} = 6a - 24 - 12 + 6a = 0 \Rightarrow a = 3$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	$R(A)$	$R(M)$	
$a = 3$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$a \neq 3$	2	3	S. Incompatible

b) $a = 3 \Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado.

$$\left. \begin{aligned} 2x - 2y + 4z &= 4 \\ 2x + z &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x - 2y &= 4 - 4z \\ 2x &= 3 - z \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3-z}{2} \\ y = \frac{-1+3z}{2} \\ z = z \end{cases}$$