UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2010-2011

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

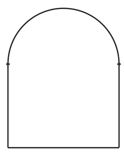
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Una ventana *normanda* consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo.



De entre todas las ventanas *normandas* de perímetro 10 m, halla las dimensiones del marco de la de área máxima.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula el valor de $b > 0$, sabiendo que el área de la región comprendida entre la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = bx$ es de $\frac{4}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & -1 & \lambda \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] ¿Hay algún valor de λ para el que A no tiene inversa?

(b) [1'5 puntos] Para $\lambda = 1$, resuelve la ecuación matricial $A^{-1}XA = B$.

Ejercicio 4.- Dados los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,0,1)$ y $P(1,-1,1)$, y la recta r definida por $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

(a) [2 puntos] Halla los puntos de la recta r cuya distancia al punto P es de 3 unidades.

(b) [0'5 puntos] Calcula el área del triángulo ABP.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2010-2011	**MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f\colon \left[\frac{1}{e}, 4\right] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - \ln(x) + a & \text{si } \frac{1}{e} \le x \le 2 \\ bx + 1 - \ln(2) & \text{si } 2 < x \le 4 \end{cases}$$

donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [**1'25 puntos**] Calcula los valores de a y b para que f sea derivable en el intervalo $\left(\frac{1}{e}, 4\right)$.

(b) [**1'25 puntos**] Para $a = 0$ y $b = \dfrac{1}{2}$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Sea $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x(1 - \ln(x))$, donde ln denota la función logaritmo neperiano. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $P(1, 1)$.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

(a) [**1'75 puntos**] Calcula el rango de A según los diferentes valores de t.

(b) [**0'75 puntos**] Razona para qué valores de t el sistema homogéneo $AX = \mathbf{0}$ tiene más de una solución.

Ejercicio 4.- Dados el punto $P(1, 1, -1)$ y la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x + z = 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene a r y pasa por P.

(b) [**1'5 puntos**] Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $y + z = 0$, que es perpendicular a r y pasa por P.
