

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$  es finito, calcula  $b$  y el valor del límite.

**Ejercicio 2.-** Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas mediante

$$f(x) = |x(x - 2)| \quad \text{y} \quad g(x) = x + 4.$$

- a) [1'25 puntos] Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$  sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Sea  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m + 1 & 0 \\ 1 & 1 & m - 1 \end{pmatrix}$ .

- a) [0'75 puntos] Determina los valores de  $m$  para los que los vectores fila de  $M$  son linealmente independientes.
- b) [1 punto] Estudia el rango de  $M$  según los valores de  $m$ .
- c) [0'75 puntos] Para  $m = 1$ , calcula la inversa de  $M$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta que pasa por el punto  $(1, 0, 0)$  y tiene como vector dirección  $(a, 2a, 1)$  y sea  $s$  la recta dada por

$$\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -ax + z = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Calcula los valores de  $a$  para los que  $r$  y  $s$  son paralelas.
- b) [1'5 puntos] Calcula, para  $a = 1$ , la distancia entre  $r$  y  $s$ .

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0, \\ a\sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1. \end{cases}$

- a) [1'5 puntos] Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  es derivable en todo su dominio.
- b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Sea  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $g(x) = \ln(x^2 + 1)$  (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano). Calcula la primitiva de  $g$  cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

**Ejercicio 3.-** Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- a) [1'5 puntos] Comprueba que  $A^2 = 2I$  y calcula  $A^{-1}$ .
- b) [1 punto] Calcula  $A^{2013}$  y su inversa.

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $P(2, 3, 1)$  y  $Q(0, 1, 1)$ .

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación del plano  $\pi$  respecto del cual  $P$  y  $Q$  son simétricos.
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de  $P$  a  $\pi$ .