

MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

**Unidad 9. Elementos básicos de geometría. Rectas
y ángulos**

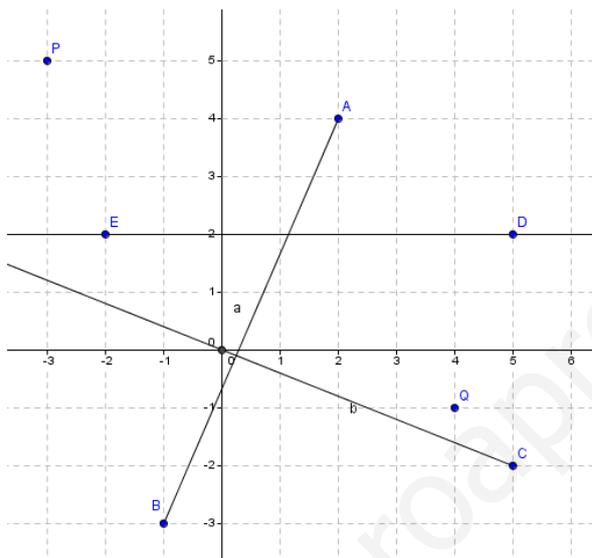
Unidad 9. Elementos básicos de geometría. Rectas y ángulos

PÁGINA 150

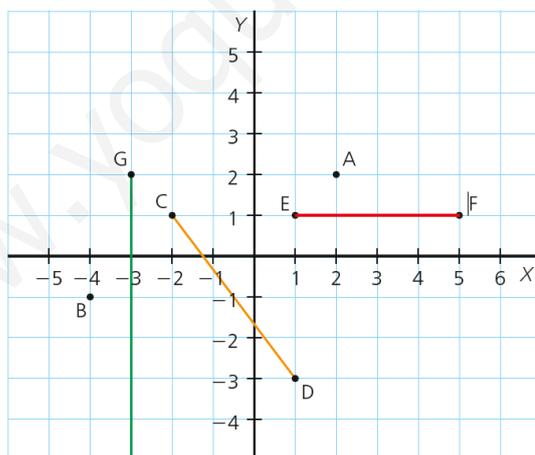
1 PUNTO, SEGMENTO, SEMIRRECTA Y RECTA EN EL PLANO

1. Utiliza unos ejes coordenados para representar los siguientes elementos geométricos:

- Los puntos $P(-3, 5)$ y $Q(4, -1)$.
- El segmento \overline{AB} cuyos extremos son los puntos $A(2, 4)$ y $B(-1, -3)$.
- La semirrecta con origen en el punto $C(5, -2)$ y que pasa por el origen de coordenadas.
- La recta que pasa por los puntos $D(5, 2)$ y $E(-2, 2)$.



2. Indica en este sistema de ejes coordenados los siguientes elementos:



- Los puntos representados y sus coordenadas.
- Los extremos de los dos segmentos.
- El origen de la semirrecta y un punto por el que pase.
 - $A(2, 2)$; $B(-4, -1)$; $C(-2, 1)$; $D(1, -3)$; $E(1, 1)$; $F(5, 1)$; $G(-3, 2)$.
 - $C(-2, 1)$ y $D(1, -3)$; $E(1, 1)$ y $F(5, 1)$.
 - El origen es $G(-3, 2)$ y un punto por el que pasa es $(-3, 0)$.

3*. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Luego, rectifica estas últimas.

- Una semirrecta está contenida en un segmento.
- Por un punto solo puede pasar una recta.
- Un segmento solo tiene dos puntos, que son sus extremos.
- Un segmento divide a una recta en dos semirrectas.
- Por tres puntos siempre pasa más de una recta.

- Falso, es al contrario.
- Falso, pueden pasar ilimitadas rectas.
- Falso, tiene ilimitados puntos entre medias.
- Falso, lo hace un punto.
- Falso, no es cierto en el caso de que los tres puntos estén alineados.

4*. Investiga quién fue Euclides de Alejandría y sobre qué trata su obra más importante: *Los elementos*. Busca, a continuación, las definiciones que en ella dio del punto, la recta y el plano hace más de 2 000 años y compáralas con las que acabas de estudiar. ¿Son parecidas?

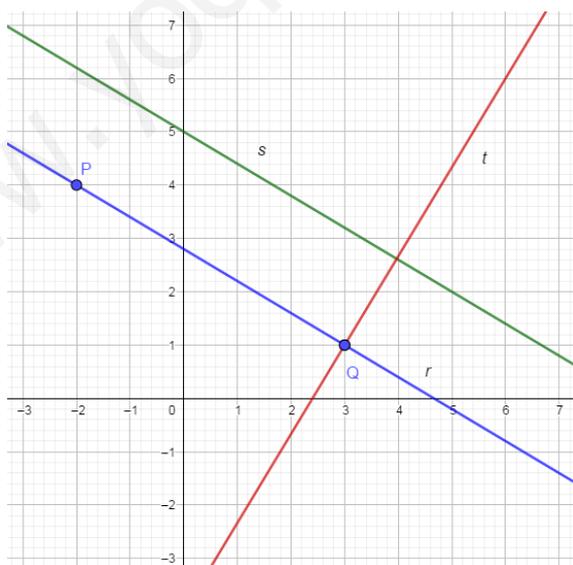
Respuesta abierta.

PÁGINA 151

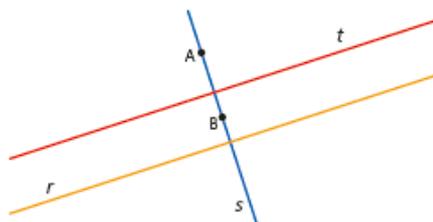
2 POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS

5. Dibuja en tu cuaderno unos ejes coordenados y traza sobre ellos los puntos P $(-2, 4)$ y Q $(3, 1)$. Representa estas rectas:

- Una recta, r , que pase por los dos puntos P y Q.
- Una recta, s , paralela a la anterior.
- Una recta, t , perpendicular a r por el punto Q.



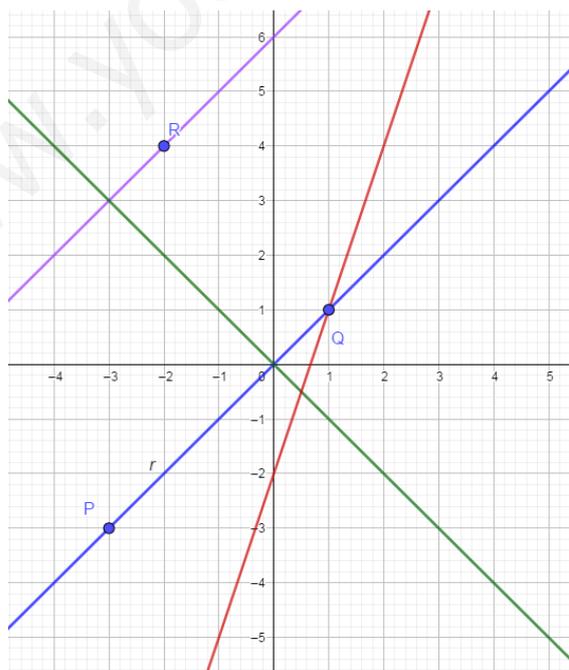
6. Fíjate en la figura e indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Luego, corrige estas últimas.



- El punto A pertenece a la recta t .
- Las rectas r y s son secantes.
- El segmento \overline{AB} está incluido en la recta s .
- Las rectas s y t son perpendiculares.
- Se puede trazar una recta paralela a r por el punto A.
 - Falso, pertenece a la recta s .
 - Verdadero.
 - Verdadero.
 - Verdadero.
 - Verdadero.

7. Utiliza unos ejes coordenados para representar los siguientes elementos geométricos:

- Los puntos P $(-3, -3)$ y Q $(1, 1)$.
- La recta, r , que pasa por los puntos P y Q.
- La recta paralela a r que pasa por el punto R $(-2, 4)$.
- La recta perpendicular a r por el origen de coordenadas.
- Una recta secante a r que pase por Q.

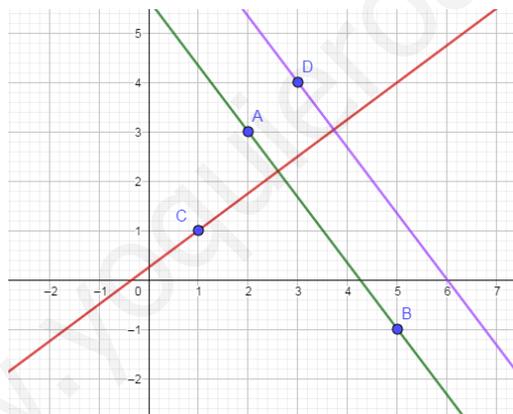


8*. Indica si son verdaderas o falsas estas afirmaciones, razonando tu respuesta. Luego, rectifica las que sean falsas.

- Dos rectas secantes no pueden ser perpendiculares.
- Dos rectas paralelas se cortan en infinitos puntos.
- Con tres puntos se pueden formar dos segmentos.
- Dadas dos rectas paralelas, si otra tercera recta, r , es perpendicular a una de ellas, también lo es a la otra.
- Un punto, P , que pertenece a una recta no puede pertenecer a otra recta coincidente con la primera.
 - Falso, sí pueden ser perpendiculares.
 - Falso, no tienen ningún punto en común.
 - Falso, se pueden formar más segmentos.
 - Verdadero.
 - Falso, también pertenecerá a la recta coincidente.

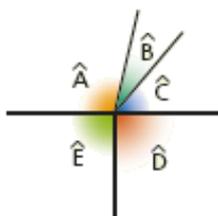
9. En unos ejes coordenados representa estos elementos:

- La recta que pasa por los puntos $A(2, 3)$ y $B(5, -1)$.
- La perpendicular a \overline{AB} por el punto $C(1, 1)$.
- La paralela a \overline{AB} por el punto $D(3, 4)$.



3 ÁNGULOS. TIPOS Y RELACIONES

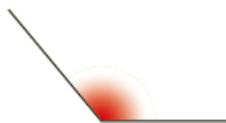
10. Clasifica los ángulos que aparecen en la figura, según la amplitud de su abertura.



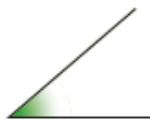
- El ángulo A es obtuso porque mide más de 90° pero menos de 180° .
- Los ángulos B y C son agudos porque miden menos de 90° .
- Los ángulos D y E son rectos.

11. Copia en tu cuaderno los ángulos propuestos. Dibuja, a continuación, un ángulo consecutivo y un ángulo adyacente de cada uno de ellos.

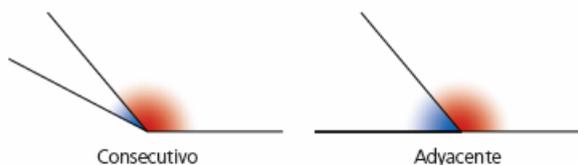
a.



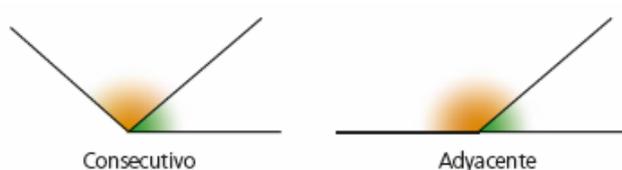
b.



a.



b.



12. Halla el complementario de estos ángulos:

a. 35°

b. 75°

c. 37°

d. 69°

a. 55°

b. 15°

c. 53°

d. 21°

13. Halla el complementario y el suplementario de cada uno de estos ángulos:

a. 50°

c. 135°

e. 6°

g. 89°

b. 55°

d. 80°

f. 15°

h. 66°

a. 40° y 130°

c. No tiene y 45°

e. 84° y 174°

g. 1° y 91°

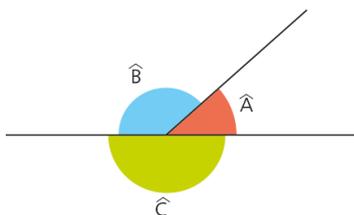
b. 35° y 125°

d. 10° y 100°

f. 75° y 165°

h. 24° y 114°

14. Indica qué tipo de ángulos aparecen en la figura, según la amplitud de su abertura.

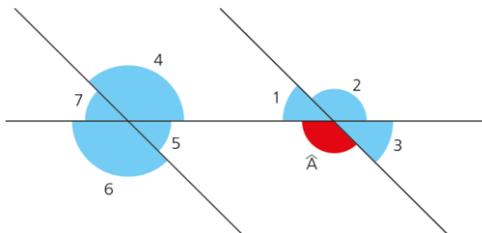


El ángulo A es agudo porque mide menos de 90° , el ángulo B es obtuso porque es mayor a 90° y el ángulo C es llano ya que mide 180° .

15*. ¿Cuántos ángulos consecutivos de 15° se necesitan para completar un ángulo recto?

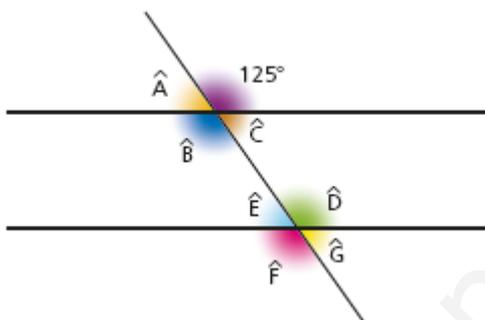
Son necesarios 6 ángulos de 15° .

16*. Copia en tu cuaderno la siguiente figura y señala los ángulos que son iguales al ángulo \hat{A} :



Son iguales al ángulo \hat{A} los ángulos 2, 6 y 4.

17*. Halla el valor de cada uno de los ángulos que aparecen en la siguiente figura y clasifícalos:



$A = C = 55^\circ$, por ser opuestos por el vértice.

$E = A = 55^\circ$, por tener un lado común y otro paralelo.

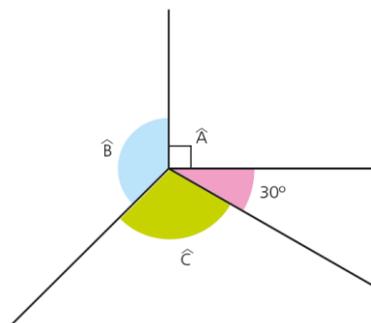
$G = E = 55^\circ$, por ser opuestos por el vértice.

Los ángulos A y B son suplementarios, por lo que $B = 125^\circ$.

$F = B = 125^\circ$, por tener un lado común y otro paralelo.

$D = F = 125^\circ$, por ser opuestos por el vértice.

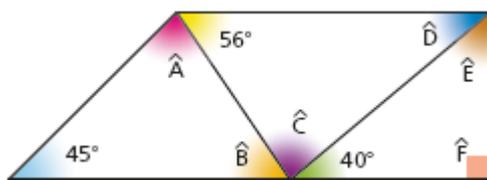
18*. Indica el valor de cada uno de los ángulos de la siguiente figura y clasifícalos según su abertura:



$A = 90^\circ$. Es un ángulo recto.

B y C son obtusos ya que miden más de 90° .

19*. Halla la medida de los ángulos indicados en la siguiente figura:



El ángulo F mide 90° , ya que es un ángulo recto, y el ángulo E es el tercero de ese triángulo rectángulo, y por tanto mide 50° pues los tres suman 180° . El ángulo D mide 40° , pues es el contiguo del ángulo E , y ambos forman uno recto. El ángulo C es el tercero de un triángulo cuyos otros dos ángulos miden 56° y 40° , por tanto, mide 84° pues los tres suman 180° . El ángulo B mide $180^\circ - (40^\circ + 84^\circ) = 56^\circ$. Por último, el ángulo A es el tercero de un triángulo cuyos otros dos ángulos miden 45° y 56° , por tanto, vale 79° pues los tres suman 180° .

20*. Indica el ángulo que forman las manecillas del reloj, en sentido horario, cuando marcan las siguientes horas:

a. Las dos en punto.

d. Las cinco en punto.

b. Las seis en punto.

e. Las doce en punto.

c. Las ocho en punto.

f. Las once en punto.

a. 60°

d. 150°

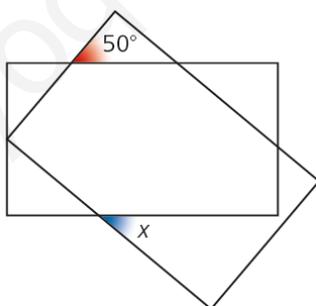
b. 180°

e. 0°

c. 240°

f. 330°

21**. Dos rectángulos descansan uno sobre otro como muestra la figura. ¿Cuánto mide el ángulo x ?



$x = 40^\circ$

4 MEDIDA DE ÁNGULOS Y CONVERSIÓN

22. Indica cuántos minutos sexagesimales tiene cada uno de los siguientes ángulos:

a. Ángulo de 36° .

c. El complementario de 30° .

b. Ángulo de 76° .

d. El suplementario de 80° .

a. $2\ 160'$

c. $3\ 600'$

b. $4\ 560'$

d. $6\ 000'$

23. Da en segundos sexagesimales la medida de cada uno de los siguientes ángulos:

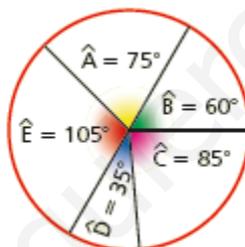
- a. Ángulo de 40° .
- b. Ángulo de 16° .
- c. El complementario de 30° .
- d. El suplementario de 80° .

- a. 144 000''
- b. 57 600''
- c. 216 000''
- d. 360 000''

24. ¿A cuántos grados sexagesimales equivale cada una de las siguientes medidas angulares?

- | | |
|----------------|----------------|
| a. 9 000' | c. 6 000' |
| b. 324 000'' | d. 972 000'' |
| a. 150° | c. 100° |
| b. 90° | d. 270° |

25. Expresa los ángulos propuestos en segundos sexagesimales.



$$A = 75^\circ \cdot 3\,600 = 270\,000''$$

$$B = 60^\circ \cdot 3\,600 = 216\,000''$$

$$C = 85^\circ \cdot 3\,600 = 306\,000''$$

$$D = 35^\circ \cdot 3\,600 = 126\,000''$$

$$E = 105^\circ \cdot 3\,600 = 378\,000''$$

26*. ¿A cuántos minutos sexagesimales equivale cada una de las siguientes medidas angulares?

- | | |
|----------------|---------------|
| a. 2 700'' | c. 1 980'' |
| b. 132° | d. 90° |
| a. 45' | c. 33' |
| b. 7 920' | d. 5 400' |

27*. Halla el valor de las letras para que se cumplan estas igualdades:

a. $25^\circ = A' = B''$

c. $E^\circ = F' = 216\ 000''$

b. $C^\circ = 300' = D''$

d. $G^\circ = 1\ 200' = H''$

a. $A = 1\ 500'$. $B = 90\ 000''$

c. $E = 60^\circ$. $F = 3\ 600'$

b. $C = 5^\circ$. $D = 18\ 000''$

d. $G = 20^\circ$. $H = 72\ 000''$

28*. ¿Cuál de los ángulos es mayor en cada uno de los siguientes pares?

a. $A = 36^\circ$; $B = 2\ 200'$

b. $A = 13^\circ\ 3''$; $B = 46\ 813''$

c. $A = 55^\circ\ 40'$; $B = 200\ 400''$

d. $A = 6^\circ\ 23'\ 19''$; $B = 22\ 680''$

a. $A = 2\ 160'$. Es mayor el ángulo B.

b. $A = 46\ 803''$. Es mayor el ángulo B.

c. $A = 3\ 340'$ y $B = 3\ 340'$. Son iguales.

d. $A = 22\ 999'$. Es mayor el ángulo A.

29*. Expresa en forma compleja los siguientes ángulos:

a. $35,4^\circ$

c. $84,11^\circ$

b. $172,8^\circ$

d. $201,99^\circ$

a. Se separa la parte decimal de la parte entera: $35^\circ + 0,4^\circ$

Se multiplica por 60 la parte decimal para pasar las décimas de grados a minutos: $0,4^\circ \cdot 60 = 24'$

El ángulo expresado en forma compleja es: $35,4^\circ = 35^\circ\ 24'$

b. Se separa la parte decimal de la parte entera: $172^\circ + 0,8^\circ$

Se multiplica por 60 la parte decimal para pasar las décimas de grados a minutos: $0,8^\circ \cdot 60 = 48'$

El ángulo expresado en forma compleja es: $172,8^\circ = 172^\circ\ 48'$

c. Se separa la parte decimal de la parte entera: $84^\circ + 0,11^\circ$

Se multiplica por 60 la parte decimal para pasar las décimas de grados a minutos: $0,11^\circ \cdot 60 = 6,6'$

Se separa la parte decimal de la parte entera: $6' + 0,6'$

Se multiplica por 60 la parte decimal para pasar las décimas de minutos a segundos: $0,6' \cdot 60 = 36''$

El ángulo expresado en forma compleja es: $84,11^\circ = 84^\circ\ 6'\ 36''$

d. Se separa la parte decimal de la parte entera: $201^\circ + 0,99^\circ$

Se multiplica por 60 la parte decimal para pasar las décimas de grados a minutos: $0,99^\circ \cdot 60 = 59,4'$

Se separa la parte decimal de la parte entera: $59' + 0,4'$

Se multiplica por 60 la parte decimal para pasar las décimas de minutos a segundos: $0,4' \cdot 60 = 24''$

El ángulo expresado en forma compleja es: $201,99^\circ = 201^\circ\ 59'\ 24''$

PÁGINA 153**30*. Expresa en forma incompleja estas medidas angulares:**

a. $5^{\circ} 34' 41''$

c. $76^{\circ} 8' 41''$

b. $93^{\circ} 17' 28''$

d. $333^{\circ} 57' 19''$

a. Se divide entre 60 para pasar los segundos a minutos: $41'' : 60 = 0,683'$

Se suman los minutos obtenidos con los del ángulo:

$$34' + 0,683' = 34,683' \Rightarrow 5^{\circ} 34,683'$$

Se divide entre 60 para pasar los minutos a grados: $34,683' : 60 = 0,578 05^{\circ}$ Se suman los grados obtenidos con los del ángulo: $5^{\circ} + 0,57805^{\circ} = 5,578^{\circ}$ b. Se divide entre 60 para pasar los segundos a minutos: $28'' : 60 = 0,466'$

Se suman los minutos obtenidos con los del ángulo:

$$17' + 0,466' = 17,466' \Rightarrow 93^{\circ} 17,466'$$

Se divide entre 60 para pasar los minutos a grados: $17,466' : 60 = 0,291^{\circ}$ Se suman los grados obtenidos con los del ángulo: $93^{\circ} + 0,291^{\circ} = 93,291^{\circ}$ c. Se divide entre 60 para pasar los segundos a minutos: $41'' : 60 = 0,683'$

Se suman los minutos obtenidos con los del ángulo:

$$8' + 0,683' = 8,683' \Rightarrow 76^{\circ} 8,683'$$

Se divide entre 60 para pasar los minutos a grados: $8,683' : 60 = 0,144 7^{\circ}$ Se suman los grados obtenidos con los del ángulo: $76^{\circ} + 0,144 7^{\circ} = 76,144 7^{\circ}$ d. Se divide entre 60 para pasar los minutos a grados: $19' : 60 = 0,316^{\circ}$

Se suman los minutos obtenidos con los del ángulo:

$$57' + 0,316^{\circ} = 57,316' \Rightarrow 333^{\circ} 57,316'$$

Se divide entre 60 para pasar los minutos a grados: $57,316' : 60 = 0,955 2^{\circ}$ Se suman los grados obtenidos con los del ángulo: $333^{\circ} + 0,955 2^{\circ} = 333,955 2^{\circ}$ **31*. Halla el complementario de cada uno de estos ángulos:**

a. $77^{\circ} 54'$

c. $89^{\circ} 22' 52''$

b. $3^{\circ} 55' 41''$

d. $52^{\circ} 47' 02''$

a. $90^{\circ} - 77^{\circ} 54' = 12^{\circ} 6'$

c. $90^{\circ} - 89^{\circ} 22' 52'' = 0^{\circ} 37' 8''$

b. $90^{\circ} - 3^{\circ} 55' 41'' = 86^{\circ} 4' 19''$

d. $90^{\circ} - 52^{\circ} 47' 02'' = 37^{\circ} 12' 58''$

32*. Calcula el suplementario de los siguientes ángulos:

a. $134^{\circ} 39'$

c. $149^{\circ} 30' 26''$

b. $93^{\circ} 50' 21''$

d. $8^{\circ} 48' 12''$

a. $180^{\circ} - 134^{\circ} 39' = 179^{\circ} 60' - 134^{\circ} 39' = 45^{\circ} 21'$

b. $180^{\circ} - 93^{\circ} 50' 21'' = 179^{\circ} 59' 60'' - 93^{\circ} 50' 21'' = 86^{\circ} 9' 39''$

c. $180^{\circ} - 149^{\circ} 30' 26'' = 179^{\circ} 59' 60'' - 149^{\circ} 30' 26'' = 30^{\circ} 29' 34''$

d. $180^{\circ} - 8^{\circ} 48' 12'' = 179^{\circ} 59' 60'' - 8^{\circ} 48' 12'' = 171^{\circ} 11' 48''$

33*. Andrea ha medido con un sextante el ángulo que forma la estrella Polar con el horizonte y ha obtenido como resultado un valor de $44,883^\circ$. ¿Cuál es el ángulo expresado en grados, minutos y segundos?

$$44,883^\circ = 44^\circ + 0,883^\circ$$

$$0,883^\circ \cdot 60 = 52,98' = 52' + 0,98'$$

$$0,98 \cdot 60 = 58,8''$$

La medida es: $44^\circ 52' 59''$

34*. Ordena de forma creciente los siguientes ángulos:

$$A = 36^\circ; B = 2\ 200'; C = 13^\circ 13''; D = 46\ 813''$$

$$B = 2\ 200': 60 = 36,666^\circ$$

$$C = 13^\circ 13''$$

$$13'' : 3\ 600 = 0,003\ 61^\circ$$

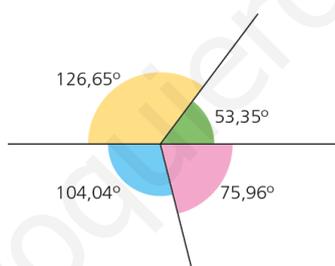
$$13^\circ + 0,003\ 61^\circ = 13,003\ 61^\circ$$

$$D = 46\ 813''$$

$$46\ 813'' : 3\ 600 = 13,003\ 61^\circ$$

$$C = D < A < B$$

35*. Expresa los ángulos indicados en forma compleja.



$$126,65^\circ = 126^\circ + 0,65^\circ \Rightarrow 0,65^\circ \cdot 60 = 39' \Rightarrow 126,65^\circ = 126^\circ 39'$$

$$53,35^\circ = 53^\circ + 0,35^\circ \Rightarrow 0,35^\circ \cdot 60 = 21' \Rightarrow 53,35^\circ = 53^\circ 21'$$

$$75,96^\circ = 75^\circ + 0,96^\circ \Rightarrow 0,96^\circ \cdot 60 = 57,6' \Rightarrow 57' + 0,6' \Rightarrow 0,6' \cdot 60 = 36'' \Rightarrow 75,96^\circ = 75^\circ 57' 36''$$

$$104,04^\circ = 104^\circ + 0,04^\circ \Rightarrow 0,04^\circ \cdot 60 = 2,4' \Rightarrow 2' + 0,4' \Rightarrow 0,4' \cdot 60 = 24'' \Rightarrow 104,04^\circ = 104^\circ 2' 24''$$

36*. Tatiana ha repartido para cenar una pizza barbacoa entre ella y su familia. A Alberto le ha correspondido un trozo con un ángulo de $100^\circ 19' 12''$, Abril se va a comer un trozo con un ángulo de $98,65^\circ$, el de Álex mide $72,57^\circ$, y Tatiana se comerá un trozo pequeño de $13^\circ 12' 18''$ de ángulo.

a. Expresa los cuatro ángulos en forma incompleja.

b. Calcula qué ángulo forman las cuatro porciones juntas.

c. Indica en forma compleja el ángulo de pizza que han dejado de sobra.

a. $100^{\circ} 19' 12'' \Rightarrow 12'' : 60 = 0,2' \Rightarrow 0,2' + 19' = 19,2' : 60 = 0,32^{\circ} \Rightarrow 100^{\circ} + 0,32^{\circ} = 100,32^{\circ}$
 $98,65^{\circ}$ y $72,57^{\circ}$ ya están expresados en forma incompleja.

$13^{\circ} 12' 18'' \Rightarrow 18'' : 60 = 0,3' \Rightarrow 0,3' + 12' = 12,3' : 60 = 0,205^{\circ} \Rightarrow 13^{\circ} + 0,205^{\circ} = 13,205^{\circ}$

b. Se suman los cuatro ángulos expresados de la misma forma, en este caso en forma incompleja:

$$100,32^{\circ} + 98,65^{\circ} + 72,57^{\circ} + 13,205^{\circ} = 284,745^{\circ}$$

c. Pasamos el ángulo de lo que se han comido a forma compleja:

$$284,745^{\circ} \Rightarrow 0,745^{\circ} \cdot 60 = 44,7' \Rightarrow 0,7' \cdot 60 = 42'' \Rightarrow 284,745^{\circ} = 284^{\circ} 44' 42''$$

$$360^{\circ} - 284^{\circ} 44' 42'' = 75^{\circ} 15' 18''$$

5 OPERACIONES CON ÁNGULOS

37*. Realiza las siguientes sumas de ángulos, expresándolas en forma compleja:

a. **A = $96^{\circ} 24' 22''$; B = $63^{\circ} 21' 30''$**

b. **A = $55^{\circ} 28' 39''$; B = $198^{\circ} 32' 36''$**

c. **A = $72^{\circ} 13' 50''$; B = $35^{\circ} 18' 17''$**

d. **A = $84^{\circ} 37' 25''$; B = $14 800''$**

a. $159^{\circ} 45' 52''$

b. $254^{\circ} 1' 15''$

c. $107^{\circ} 32' 7''$

d. $88^{\circ} 44' 5''$

38*. Calcula las siguientes restas de ángulos, expresándolas en forma compleja:

a. **A = $156^{\circ} 48' 53''$; B = $86^{\circ} 25' 17''$**

b. **A = $195^{\circ} 16' 42''$; B = $99^{\circ} 37' 43''$**

c. **A = $202^{\circ} 36' 10''$; B = $105^{\circ} 15' 24''$**

d. **A = $74^{\circ} 26' 3''$; B = $135 792''$**

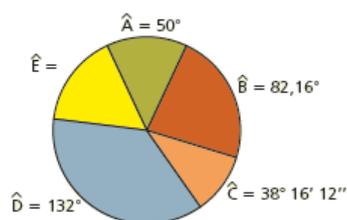
a. $70^{\circ} 23' 36''$

b. $95^{\circ} 38' 59''$

c. $97^{\circ} 20' 46''$

d. $36^{\circ} 42' 51''$

39*. Una ruleta tiene coloreados los siguientes sectores:



Halla la medida angular del sector amarillo.

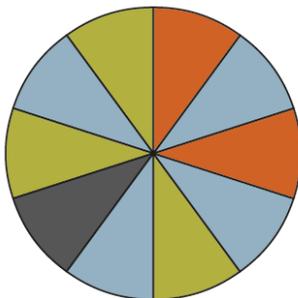
Se convierte el ángulo B a forma compleja:

$$B = 82^\circ + 0,16^\circ; 0,16^\circ \cdot 60 = 9,6'; 82^\circ 9,6'; 0,6 \cdot 60 = 36''; 82^\circ 9' 36''$$

La suma de todos los ángulos mide 360° :

$$A + B + C + D + E = 360^\circ \Rightarrow E = 360^\circ - A + B + C + D = 57^\circ 34' 12''$$

40*. Determina la medida angular de cada color si todos los sectores tienen la misma abertura.



Si hay 10 sectores cada sector mide 36° :

$$\text{Verde: } 3 \cdot 36^\circ = 108^\circ$$

$$\text{Azul: } 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$$

$$\text{Rojo: } 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$$

$$\text{Negro: } 36^\circ$$

41*. Realiza las siguientes multiplicaciones de un ángulo por un número y exprésalas en forma compleja:

a. $96^\circ 19' 12'' \cdot 3$

b. $68^\circ 34' 1'' \cdot 5$

c. $37^\circ 48' 29'' \cdot 6$

d. $11^\circ 33' 20'' \cdot 8$

e. $129^\circ 35' 29'' \cdot 2$

f. $20' 300'' \cdot 4$

$$\begin{array}{r} 96^\circ 19' 12'' \\ \times \quad 3 \\ \hline 288^\circ 57' 36'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68^\circ 34' 1'' \\ \times \quad 5 \\ \hline 340^\circ 170' 5'' \end{array}$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$170' = 60' + 60' + 50' = 1^\circ + 1^\circ 50'$$

$$340^\circ + 1^\circ + 1^\circ 50' 5'' = 342^\circ 50' 5''$$

$$\begin{array}{r} 37^\circ \quad 48' \quad 29'' \\ \times \quad \quad \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

c. $\frac{\times \quad \quad \quad 6}{222^\circ \quad 288' \quad 174''}$

Los segundos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$174'' = 60'' + 60'' + 54'' = 1' + 1' 54''$$

$$222^\circ \quad 288' + 1' + 1' 54'' = 222^\circ \quad 290' \quad 54''$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$290' = 60' + 60' + 60' + 60' + 50' = 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ 50'$$

$$222^\circ \quad 290' \quad 54'' = 222^\circ + 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ 50' \quad 54'' = 226^\circ \quad 50' \quad 54''$$

$$\begin{array}{r} 11^\circ \quad 33' \quad 20'' \\ \times \quad \quad \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

d. $\frac{\times \quad \quad \quad 8}{88^\circ \quad 264' \quad 160''}$

Los segundos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$160'' = 60'' + 60'' + 40'' = 1' + 1' 40''$$

$$88^\circ \quad 264' + 1' + 1' 40'' = 88^\circ \quad 266' \quad 40''$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$266' = 60' + 60' + 60' + 60' + 26' = 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ 26'$$

$$88^\circ \quad 266' \quad 40'' = 88^\circ + 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ + 1^\circ 26' \quad 40'' = 92^\circ \quad 26' \quad 40''$$

$$\begin{array}{r} 129^\circ \quad 35' \quad 29'' \\ \times \quad \quad \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

e. $\frac{\times \quad \quad \quad 2}{258^\circ \quad 70' \quad 58''}$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$70' = 60' + 10' = 1^\circ 10'$$

$$258^\circ + 1^\circ 10' 58'' = 259^\circ 10' 58''$$

$$\begin{array}{r} 20' \quad 300'' \\ \times \quad \quad \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

f. $\frac{\times \quad \quad \quad 3}{60' \quad 900''}$

Los segundos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$900'' = 60 \cdot 15 = 15'$$

Los 15' se suman a los minutos anteriores:

$$60' + 15' = 75'$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$75' = 60' + 15' = 1^\circ 15'$$

PÁGINA 154

42*. Calcula las siguientes divisiones de un ángulo entre un número y exprésalas en forma compleja:

a. $60^\circ 28' 12'' : 4$

d. $246^\circ 21' 51'' : 3$

b. $140^\circ 37' 46'' : 2$

e. $33^\circ 45' 6'' : 11$

c. $122^\circ 13' 30'' : 5$

f. $36' 50'' : 4$

$$\begin{array}{r}
 18^{\circ} 27' 37'' \\
 + 34^{\circ} 22' 42'' \\
 \hline
 c. \quad 52^{\circ} 49' 79''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 52^{\circ} 49' 79'' \\
 \times \quad 3 \\
 \hline
 156^{\circ} 147' 237''
 \end{array}$$

Los segundos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$237'' = 60'' + 60'' + 60'' 57' = 1' + 1' + 1' 57''$$

$$156^{\circ} 147' + 1' + 1' + 1' 57'' = 156^{\circ} 150' 57''$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$150' = 60' + 60' + 30' = 1^{\circ} + 1^{\circ} 30'$$

$$156^{\circ} 150' 57'' = 156^{\circ} + 1^{\circ} + 1^{\circ} 30' 57'' = 158^{\circ} 30' 57''$$

$$\begin{array}{r}
 34^{\circ} 22' 42'' \\
 - 18^{\circ} 27' 37'' \\
 \hline
 d. \quad \quad \quad
 \end{array}$$

Los minutos no se pueden restar por ser mayor el sustraendo que el minuendo; se transforma, entonces, un grado en 60', que se añaden a los 22' que ya había: $34^{\circ} = 33^{\circ} + 1^{\circ} = 33^{\circ} 60'$

$$\begin{array}{r}
 33^{\circ} 82' 42'' \\
 - 18^{\circ} 27' 37'' \\
 \hline
 15^{\circ} 55' 5''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 15^{\circ} 55' 5'' \quad | 5 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 0^{\circ} 0' 0'' \quad 3^{\circ} 11' 1''
 \end{array}$$

45*. Dados los ángulos $A = 27^{\circ} 29' 3''$ y $B = 15^{\circ} 27' 6''$, halla el complementario de cada uno de estos ángulos:

a. $A + B$

c. $3 \cdot A - B$

b. $A - B$

d. $B : 2$

$$\begin{array}{r}
 27^{\circ} 29' 3'' \\
 + 15^{\circ} 27' 6'' \\
 \hline
 a. \quad 42^{\circ} 56' 9''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 89^{\circ} 59' 60'' \\
 - 42^{\circ} 56' 9'' \\
 \hline
 47^{\circ} 3' 51''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 27^{\circ} 29' 3'' \\
 - 15^{\circ} 27' 6'' \\
 \hline
 b. \quad \quad \quad
 \end{array}$$

Los segundos no se pueden restar por ser mayor el sustraendo que el minuendo; se transforma, entonces, un minuto en 60'', que se añaden a los 3'' que ya había: $29' = 28' + 1' = 28' 60''$

$$\begin{array}{r}
 27^{\circ} 29' 63'' \\
 - 15^{\circ} 27' 6'' \\
 \hline
 12^{\circ} 1' 57''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 89^{\circ} 59' 60'' \\
 - 12^{\circ} 1' 57'' \\
 \hline
 77^{\circ} 58' 3''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 27^{\circ} 29' 3'' \\
 \times \quad 3 \\
 \hline
 c. \quad 82^{\circ} 27' 9''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 82^{\circ} 27' 9'' \\
 - 15^{\circ} 27' 6'' \\
 \hline
 67^{\circ} 0' 3''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 89^{\circ} 59' 60'' \\
 - 67^{\circ} 0' 3'' \\
 \hline
 22^{\circ} 59' 57''
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15^{\circ} 27' 6'' \quad | 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 1^{\circ} + 60' \quad 7^{\circ} 43' 33'' \\
 \hline
 87' \\
 1' + 60'' \\
 \hline
 66'' \\
 0''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 89^{\circ} 59' 60'' \\
 - 7^{\circ} 43' 33'' \\
 \hline
 82^{\circ} 16' 27''
 \end{array}$$

46*. Dados los ángulos $A = 118^\circ 27' 37''$ y $B = 55^\circ 31' 15''$, calcula el suplementario de cada uno de estos ángulos:

a. $A + B$

$$\begin{array}{r} 118^\circ 27' 37'' \\ + 55^\circ 31' 15'' \\ \hline 173^\circ 58' 52'' \end{array}$$

b. $A - B$

$$\begin{array}{r} 118^\circ 27' 37'' \\ - 55^\circ 31' 15'' \\ \hline \end{array}$$

c. $A - 2 \cdot B$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 173^\circ 58' 52'' \\ \hline 6^\circ 1' 8'' \end{array}$$

d. $B : 3$

Los minutos no se pueden restar por ser mayor el sustraendo que el minuendo; se transforma, entonces, un grado en $60'$, que se añaden a los $27'$ que ya había: $118^\circ = 117^\circ + 1^\circ = 117^\circ 60'$

$$\begin{array}{r} 117^\circ 87' 37'' \\ - 55^\circ 31' 15'' \\ \hline 62^\circ 56' 22'' \end{array}$$

c. $\begin{array}{r} 55^\circ 31' 15'' \\ \times \quad 2 \\ \hline 110^\circ 62' 30'' \end{array}$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 62^\circ 56' 22'' \\ \hline 117^\circ 3' 38'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 118^\circ 27' 37'' \\ - 110^\circ 62' 30'' \\ \hline \end{array}$$

Los minutos no se pueden restar por ser mayor el sustraendo que el minuendo; se transforma, entonces, un grado en $60'$, que se añaden a los $27'$ que ya había: $118^\circ = 117^\circ + 1^\circ = 117^\circ 60'$

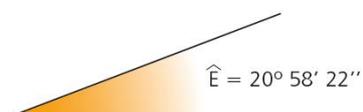
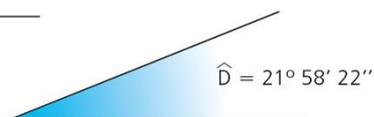
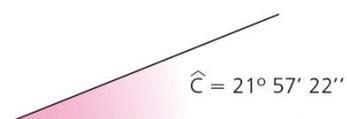
$$\begin{array}{r} 117^\circ 87' 37'' \\ - 110^\circ 62' 30'' \\ \hline 7^\circ 25' 7'' \end{array}$$

d. $\begin{array}{r} 55^\circ 31' 15'' \quad | \quad 3 \\ 1^\circ + 60' \quad 18^\circ 30' 25'' \\ \hline 91' \\ 1' + 60'' \\ \hline 75'' \\ 0'' \end{array}$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 7^\circ 25' 7'' \\ \hline 172^\circ 34' 53'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 18^\circ 30' 25'' \\ \hline 161^\circ 29' 35'' \end{array}$$

47*. ¿Cuál es el sector que es necesario unir a los ángulos $A = 187^\circ 19' 23''$ y $B = 151^\circ 42' 15''$ para que se forme un ángulo completo de 360° ?



$$\begin{array}{r} 187^{\circ} 19' 23'' \\ + 151^{\circ} 42' 15'' \\ \hline 338^{\circ} 61' 38'' \end{array}$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$61' = 60' + 1' = 1^{\circ} 1'$$

$$338^{\circ} 61' 38'' = 338^{\circ} + 1^{\circ} 1' 38'' = 339^{\circ} 1' 38''$$

Para calcular el sector necesario para completar los 360° le restamos el ángulo que forman A y B juntos:

$$\begin{array}{r} 359^{\circ} 59' 60'' \\ - 339^{\circ} 1' 38'' \\ \hline 20^{\circ} 58' 22'' \end{array}$$

48. Dados los ángulos A = $48^{\circ} 18' 16''$ y B = $30^{\circ} 21' 12''$, realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma compleja:

a. $\frac{A}{2} + \frac{B}{3}$

$$\begin{array}{r} 48^{\circ} 18' 16'' \\ 0^{\circ} 18' 0'' \\ 0' 16'' \\ 0'' \\ \hline 24^{\circ} 9' 8'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48^{\circ} 18' 16'' \\ \times 3 \\ \hline 144^{\circ} 54' 48'' \end{array}$$

b. $3A + 2B$

$$\begin{array}{r} 30^{\circ} 21' 12'' \\ 0^{\circ} 21' 0'' \\ 0' 12'' \\ 0'' \\ \hline 10^{\circ} 7' 4'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30^{\circ} 21' 12'' \\ \times 2 \\ \hline 60^{\circ} 42' 24'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24^{\circ} 9' 8'' \\ + 10^{\circ} 7' 4'' \\ \hline 34^{\circ} 16' 12'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144^{\circ} 54' 48'' \\ + 60^{\circ} 42' 24'' \\ \hline 204^{\circ} 96' 72'' \end{array}$$

Los segundos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$72'' = 60'' + 12'' = 1' 12''$$

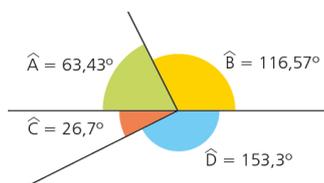
$$204^{\circ} 96' + 1' 12'' = 204^{\circ} 97' 12''$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$97' = 60' + 37' = 1^{\circ} 37'$$

$$204^{\circ} 97' 12'' = 204^{\circ} + 1^{\circ} 37' 12'' = 205^{\circ} 37' 12''$$

49°. Dados los siguientes ángulos, expresa en forma compleja:



a. $A + C$

c. $4 \cdot A$

b. $D - B$

d. $3 \cdot (D - A)$

$$a. 63,43^\circ + 26,7^\circ = 90,13^\circ$$

Pasamos el resultado a forma compleja:

$$90,13^\circ = 90^\circ + 0,13^\circ \Rightarrow 0,13^\circ \cdot 60 = 7,8' \Rightarrow 7' + 0,8' \Rightarrow 0,8' \cdot 60 = 48'' \Rightarrow 90,13^\circ = 90^\circ 7' 48''$$

$$b. 153,3^\circ - 116,57^\circ = 36,73^\circ$$

Pasamos el resultado a forma compleja:

$$36,73^\circ = 36^\circ + 0,73^\circ \Rightarrow 0,73^\circ \cdot 60 = 43,8' \Rightarrow 43' + 0,8' \Rightarrow 0,8' \cdot 60 = 48'' \Rightarrow 36,73^\circ = 36^\circ 43' 48''$$

$$c. 4 \cdot 63,43^\circ = 253,72^\circ$$

Pasamos el resultado a forma compleja:

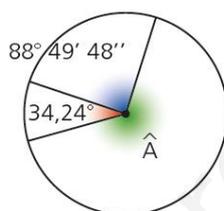
$$253,72^\circ = 253^\circ + 0,72^\circ \Rightarrow 0,72^\circ \cdot 60 = 43,2' \Rightarrow 43' + 0,2' \Rightarrow 0,2' \cdot 60 = 12'' \Rightarrow 253,72^\circ = 253^\circ 43' 12''$$

$$d. 153,3^\circ - 63,43^\circ = 89,87^\circ$$

Pasamos el resultado a forma compleja:

$$89,87^\circ = 89^\circ + 0,87^\circ \Rightarrow 0,87^\circ \cdot 60 = 52,2' \Rightarrow 52' + 0,2' \Rightarrow 0,2' \cdot 60 = 12'' \Rightarrow 89,87^\circ = 89^\circ 52' 12''$$

50*. Calcula el valor del ángulo desconocido y exprésalo en forma compleja.



Primero pasamos el ángulo expresado en forma incompleja a forma compleja y operamos:

$$34,24^\circ = 34^\circ + 0,24^\circ \Rightarrow 0,24^\circ \cdot 60 = 14,4' \Rightarrow 14' + 0,4' \Rightarrow 0,4' \cdot 60 = 24'' \Rightarrow 34,24^\circ = 34^\circ 14' 24''$$

$$\begin{array}{r} 88^\circ 49' 48'' \\ + 34^\circ 14' 24'' \\ \hline 122^\circ 63' 72'' \end{array}$$

Los segundos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$72'' = 60'' + 12'' = 1' 12''$$

$$122^\circ 63' + 1' 12'' = 122^\circ 64' 12''$$

Los minutos obtenidos exceden de 60 y se transforman en unidades superiores:

$$64' = 60' + 4' = 1^\circ 4'$$

$$122^\circ 64' 12'' = 122^\circ + 1^\circ 4' 12'' = 123^\circ 4' 12''$$

51*. Si $A = 42^\circ 38' 48''$ y $B = 112^\circ 51' 51''$, realiza las siguientes operaciones:

a. $A + B$

b. $B - A$

c. $3 \cdot B$

d. $A : 4$

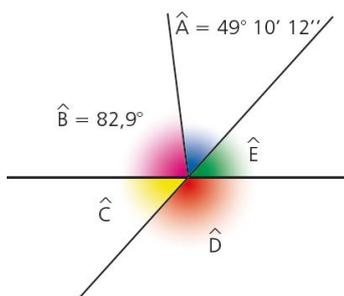
a. $A + B = 155^\circ 30' 39''$

b. $B - A = 70^\circ 13' 3''$

c. $3 \cdot B = 338^\circ 35' 33''$

d. $A : 4 = 10^\circ 39' 42''$

52*. Determina el valor de cada ángulo de la figura.

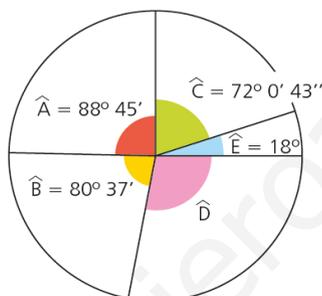


$$C = 180^\circ - A + B = 180^\circ - 49^\circ 10' 12'' + 82^\circ 54' 0'' = 47^\circ 55' 48''$$

E es igual que C, por ser opuestos por el vértice.

$$D = 180^\circ - C = 180^\circ - 47^\circ 55' 48'' = 132^\circ 4' 12''$$

53*. El porcentaje de votos obtenidos por los partidos en unas elecciones se expresa en la siguiente gráfica:



- ¿Qué ángulo le corresponde al partido D?
- ¿Qué porcentaje de votos le corresponden a cada partido?
- Si han votado 600 000 personas, ¿cuántas personas han otorgado su confianza a cada partido?

a. $D = 360^\circ - (A + B + C + E) = 100^\circ 37' 17''$

b. Proporcional a que 360° le corresponde el 100 % de los votos. Es decir:

A = 24,65 % B = 22,39 % C = 20 % D = 27,95 % E = 5 %

c. A = 147 900 B = 134 340 C = 120 000 D = 167 700 E = 30 000

54*. Natalia, Lorenza y Manuela se van a repartir una tortilla de patatas. Natalia se ha comido un trozo de tortilla que ocupa un ángulo de $83^\circ 47'$. Si Lorenza se va a comer el doble que Natalia, ¿cuál será la amplitud del trozo que le quedará a Manuela?

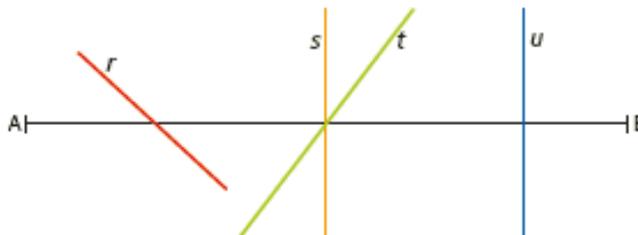
$$360 - (3 \cdot 83^\circ 47') = 108^\circ 39'$$

55*. Con motivo de la fiesta de cumpleaños de Rodrigo, su padre le ha hecho una empanada de verduras que compartirá con sus cinco amigos. Si Rodrigo se coge una porción de $65^\circ 47' 5''$ y el resto de la empanada se la reparten los cinco amigos a partes iguales, ¿cuál será la amplitud del trozo que le corresponda a cada amigo?

$$360 - (65^\circ 47' 5'') = 294^\circ 12' 55'' \Rightarrow 294^\circ 12' 55'' : 5 = 58^\circ 50' 35''$$

6 CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS: MEDIATRIZ Y BISECTRIZ

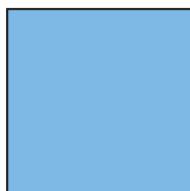
56*. Fíjate en la siguiente figura:



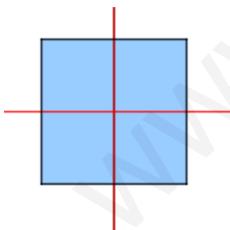
- Entre las rectas que cortan al segmento \overline{AB} , ¿hay alguna que sea la mediatriz? ¿Cuál?
 - ¿Puede un segmento tener más de una mediatriz?
 - Elige un punto de la mediatriz y mide la distancia que hay a cada uno de los extremos del segmento \overline{AB} . ¿Cómo son esas distancias?
 - Elige otro punto de la mediatriz y repite la operación. ¿Sucede lo mismo?
- Sí, la recta s.
 - No, solo puede tener una mediatriz.
 - Las distancias son iguales.
 - La distancia es diferente a la distancia medida en el apartado anterior, pero es la misma distancia medida a ambos extremos.

57*. Mide y copia estas figuras en tu cuaderno. Halla los puntos medios de los lados, trazando sus mediatrices.

a.



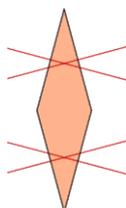
a.



b.



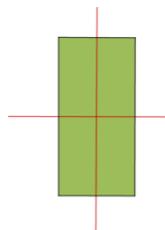
b.



c.



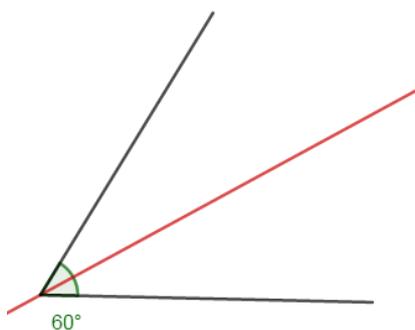
c.



58*. Dibuja en tu cuaderno un ángulo de 60° y traza su bisectriz.

Elige un punto de la bisectriz trazada y mide la distancia que hay a cada uno de los lados del ángulo correspondiente.

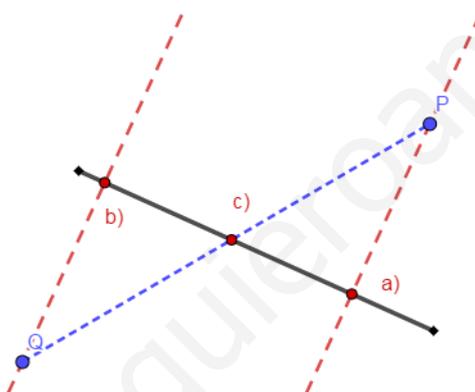
- ¿Cómo son esas distancias?
- Elige otro punto de la bisectriz y repite la operación. ¿Sucede lo mismo?



- Las distancias son iguales.
- La distancia es diferente a la anterior pero iguales entre sí.

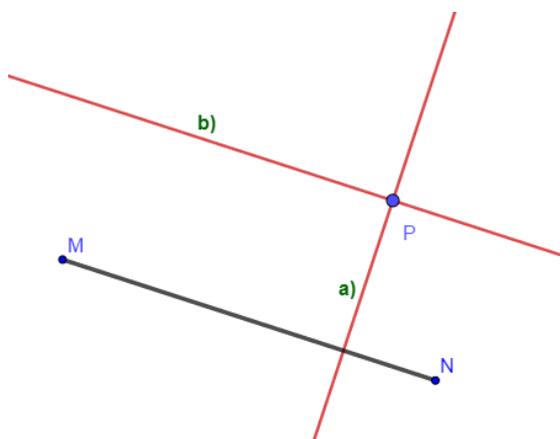
59*. Traza en tu cuaderno un segmento de 5 cm de longitud y sitúa, fuera de dicho segmento, dos puntos, P y Q, cada uno a un lado del segmento que has dibujado. Identifica:

- El punto de la recta que esté más cerca del punto P.
- El punto de la recta más cercano al punto Q.
- El punto de la recta que equidiste de los puntos P y Q.



60*. Dibuja en tu cuaderno un punto, P, y traza un segmento, \overline{MN} , de 6 cm exterior a dicho punto. Traza:

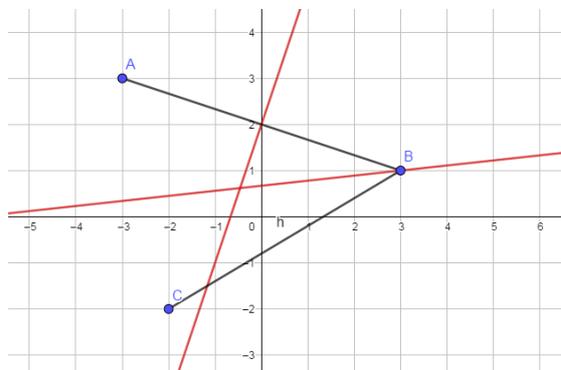
- La perpendicular al segmento \overline{MN} desde el punto P.
- La paralela al segmento \overline{MN} desde el punto P.



61*. Dibuja en tu cuaderno el siguiente sistema de coordenadas con los elementos representados en él y traza:

a. La mediatriz del segmento \overline{AB} .

b. La bisectriz del ángulo formado por los puntos ABC, con vértice en B.

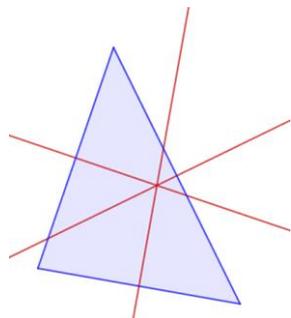


62*. Dibuja un triángulo en tu cuaderno y traza sobre él las rectas siguientes:

a. La mediatriz de cada uno de los lados. ¿Se cortan las tres mediatrices en un único punto? En caso afirmativo, investiga cómo se denomina dicho punto.

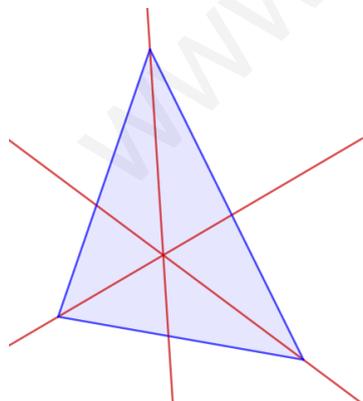
b. La bisectriz de cada uno de los ángulos. ¿Se cortan las tres bisectrices en un único punto? En caso afirmativo, investiga cómo se denomina dicho punto.

a.



El punto que se obtiene se denomina circuncentro.

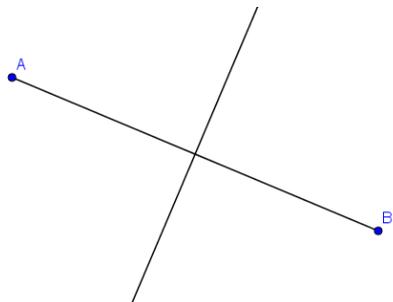
b.



El punto que se obtiene se denomina incentro.

63.** Dos niños situados en dos puntos cualesquiera, A y B, están jugando a coger lo antes posible un objeto que está situado entre ellos suspendido de una cuerda. Representa con un esquema esta situación y determina en qué posición de la cuerda debe colgarse el objeto para que el juego sea justo para ambos participantes.

El objeto debe situarse en el punto donde se cortan la cuerda y la mediatriz del segmento que determina la posición de los puntos A y B.



64.** Una carretera discurre entre medias de dos pueblos, A y B. Se va a construir un área de descanso en la carretera; ¿en qué punto de la carretera se debe situar el área de descanso para que se encuentre a la misma distancia de los pueblos A y B? Realiza en tu cuaderno un dibujo que represente la situación y resuelve gráficamente el problema planteado.

