MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 7. Proporcionalidad

Unidad 7. Proporcionalidad

PÁGINA 114

1 RAZÓN Y PROPORCIÓN

1. Indica cuáles de las siguientes propiedades son magnitudes:

a. La altura de una persona.

b. El lugar de nacimiento.

c. El tiempo que se tarda en recorrer una distancia.

d. La capacidad de un recipiente.

e. El color de un pantalón.

f. La velocidad a la que circula un coche.

a. Magnitud.

b. No es magnitud.

c. Magnitud.

d. Magnitud

e. No es magnitud.

f. Magnitud

2. Indica cuál es la razón entre las magnitudes que aparecen en las siguientes situaciones y explica el significado de dicha razón:

a. Una caja de naranjas tiene una masa de 6 kg, y una malla de la misma fruta, 1,5 kg.

b. Jaime tiene 16 años, y su padre, 48.

c. Felipe tarda en llegar a su casa desde el instituto 10 min, y Esteban, 25 min.

d. La finca de Pedro tiene 4,8 ha, y la de Juan, 3,2 ha.

e. María tiene una masa de 51 kg, y Elena, 42,4 kg.

f. Nuria mide 1,56 m, e Iván, 1,66 m.

g. La distancia que hay entre cierta localidad y el pueblo de Eugenio es de 150 km, mientras que hasta el pueblo de José hay 250 km.

a. $\text{razón} = \dfrac{6}{1{,}5} = 4$. Significa que la caja de naranjas pesa cuatro veces más que la malla.

b. $\text{razón} = \dfrac{16}{48} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$. Significa que la edad de Jaime es $\dfrac{1}{3}$ de la de su padre.

c. $\text{razón} = \dfrac{20}{10} = 2{,}5$. Significa que Esteban tarda 2,5 veces más que Felipe en llegar a casa.

d. $\text{razón} = \dfrac{4{,}8}{3{,}2} = 1{,}5$. Significa que la finca de Pedro es 1,5 veces mayor que la de Juan.

e. $\text{razón} = \dfrac{51}{42{,}4} = 1{,}2$. Significa que la masa de María es 1,2 veces mayor que la de Elena.

f. $\text{razón} = \dfrac{166}{156} = 1{,}06$. Significa que Nuria mide 1,06 veces más que Iván.

g. razón $= \dfrac{150}{250} = \dfrac{30}{50} = \dfrac{3}{5}$. Significa que la distancia al pueblo de Eugenio es $\dfrac{3}{5}$ la de la del pueblo de José.

3*. La razón entre las longitudes de dos mesas es de 2,3. Si la más pequeña mide 2,5 m, ¿cuánto mide la grande?

$\dfrac{x}{2{,}5} = 2{,}3 \Rightarrow x = 2{,}5 \cdot 2{,}3 \Rightarrow 5{,}75$. La mesa más grande mide 5,75 m.

4*. A una hora determinada, la altura de un árbol y la sombra que proyecta forman una razón de $\dfrac{1}{3}$. Si la altura del árbol es de 2 m, ¿cuánto mide su sombra?

$r = \dfrac{\text{altura del árbol}}{\text{medida de la sombra}} \Rightarrow \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{x} \Rightarrow x = 6$. Mide 6 m.

5. Encuentra un número que permita establecer una proporción junto con los tres números que se dan. Halla también la constante de proporcionalidad de dicha proporción.

a. 3, 4, 6 **b. 10, 16, 30** **c. 10, 12, 45**

a. $\dfrac{3}{4} = \dfrac{6}{x} \Rightarrow 3x = 6 \cdot 4 \Rightarrow x = \dfrac{6 \cdot 4}{3} = 8$, k = 0,75.

b. $\dfrac{10}{16} = \dfrac{30}{x} \Rightarrow x = \dfrac{16 \cdot 30}{10} = 48$, $k = \dfrac{5}{8} = 0{,}625$.

c. $\dfrac{10}{12} = \dfrac{45}{x} \Rightarrow 10x = 12 \cdot 45 \Rightarrow x = \dfrac{12 \cdot 45}{10} = 54$, $k = \dfrac{5}{6} = 0{,}8\overset{\frown}{3}$.

6. Comprueba si forman una proporción las siguientes razones:

a. $\dfrac{12}{9}$ **y** $\dfrac{4}{3}$ **c.** $\dfrac{7}{2}$ **y** $\dfrac{14}{4}$ **e.** $\dfrac{10}{2}$ **y** $\dfrac{15}{3}$

b. $\dfrac{3}{5}$ **y** $\dfrac{9}{15}$ **d.** $\dfrac{4}{9}$ **y** $\dfrac{5}{12}$ **f.** $\dfrac{5}{6}$ **y** $\dfrac{7}{8}$

a. $\dfrac{12}{9}$ y $\dfrac{4}{3}$. Sí, porque 12 · 3 = 4 · 9.

b. $\dfrac{3}{5}$ y $\dfrac{9}{15}$. Sí, porque 3 · 15 = 9 · 5.

c. $\dfrac{7}{2}$ y $\dfrac{14}{4}$. Sí, porque 7 · 4 = 14 · 2 = 28.

d. $\dfrac{4}{9}$ y $\dfrac{5}{12}$. No, porque 4 · 12 ≠ 5 · 12.

e. $\dfrac{10}{2}$ y $\dfrac{15}{3}$. Sí, porque 10 · 3 = 15 · 2 = 30.

f. $\dfrac{5}{6}$ y $\dfrac{7}{8}$. No, porque 5 · 8 ≠ 7 · 6.

PÁGINA 115

7. Copia en tu cuaderno y encuentra el valor de R para que estas razones formen una proporción:

a. $\frac{R}{6}=\frac{4}{8}$ **c.** $\frac{11}{2}=\frac{R}{10}$ **e.** $\frac{21}{7}=\frac{R}{2}$

b. $\frac{R}{9}=\frac{6}{27}$ **d.** $\frac{8}{12}=\frac{R}{9}$ **f.** $\frac{4}{6}=\frac{R}{9}$

a. $R\cdot 8=4\cdot 6\Rightarrow R=\frac{4\cdot 6}{8}=3\Rightarrow R=3$

b. $R\cdot 27=9\cdot 6\Rightarrow R=2$

c. $11\cdot 10=R\cdot 2\Rightarrow R=55$

d. $8\cdot 9=12\cdot R\Rightarrow R=\frac{8\cdot 9}{12}=6\Rightarrow R=6$

e. $21\cdot 2=7\cdot R\Rightarrow R=\frac{21\cdot 2}{7}=6\Rightarrow R=6$

f. $4\cdot 9=R\cdot 6\Rightarrow R=6$

8*. María, Luis y Pedro dedican a la semana las siguientes horas al ocio y al estudio:

	María	Luis	Pedro
Ocio	15 h	25 h	20 h
Estudio	7,5 h	12,5 h	8 h

a. Indica la razón entre las horas dedicadas al ocio y las empleadas en el estudio por cada amigo.

b. ¿Forman algunas de estas razones una proporción?

c. Si es así, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

a. María: $\frac{15}{7,5}=2$; Luis: $\frac{25}{12,5}=2$; Pedro: $\frac{20}{8}=2,5$.

b. Forman proporción $\frac{15}{7,5}$ y $\frac{25}{12,5}$.

c. La constante de proporcionalidad de María y Luis es 2, porque $\frac{15}{7,5}=2$ y $\frac{25}{12,5}=2$, y la de Pedro es 2,5 porque $\frac{20}{8}=2,5$.

9*. En esta tabla se recogen las edades de un grupo de personas:

Julia	Eva	Mario	Juan	Lupe
36	12	18	6	9

Forma proporciones de manera que tengan las siguientes constantes de proporcionalidad:

a. 2 **b. 3** **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{1}{3}$

a. $\frac{36}{18}=\frac{12}{6}=\frac{18}{9}=2$

b. $\frac{36}{12}=\frac{18}{6}=3$

c. $\frac{18}{36}=\frac{6}{12}=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$

d. $\frac{12}{36}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$

10.* **En una empresa se fabrican 30 000 pilas en seis horas.**

a. ¿Cuál es la razón entre el número de pilas fabricadas y el tiempo necesitado para ello?

b. ¿Cuántas pilas se producirán en 4 horas?

c. ¿Cuánto tiempo se necesitará para fabricar 100 000 pilas?

a. razón = $\frac{30\ 000}{6} = 5\ 000$. Es decir, fabrican 5 000 pilas por hora.

b. 5 000 · 4 = 20 000 pilas.

c. 100 000 : 5 000 = 20 horas.

2 MAGNITUDES PROPORCIONALES

11. Indica si las siguientes magnitudes son o no proporcionales y, en caso afirmativo, señala si son directa o inversamente proporcionales:

a. El número de mangueras y el tiempo empleado en llenar una piscina.

b. El tiempo que dura una película y el precio de la entrada al cine para verla.

c. La distancia que recorre una moto y la velocidad a la que circula.

d. El número de vestidos y los metros de tela necesarios para confeccionarlos.

e. La comida almacenada para alimentar a unas vacas y los días que dura ese alimento.

a. Inversamente proporcionales.

b. No son proporcionales.

c. Directamente proporcionales.

d. Directamente proporcionales.

e. Inversamente proporcionales.

12*. Teresa quiere ir de viaje a Londres y a Nueva York. Dispone de 3 569 €. La mitad de ese dinero quiere cambiarlo a libras esterlinas y la otra mitad a dólares americanos. Busca en Internet la equivalencia entre 1 €, 1 £ y 1 $.

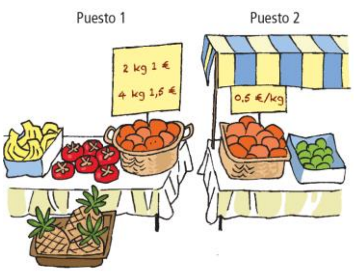
a. ¿Cuántas libras esterlinas llevará a Londres?

b. ¿Con cuántos dólares americanos viajará a Nueva York?

a. Respuesta abierta.

b. Respuesta abierta.

13*. En dos fruterías pueden verse los siguientes carteles:



a. ¿Forman las magnitudes de masa y precio una proporción en el puesto 1? Explica por qué.

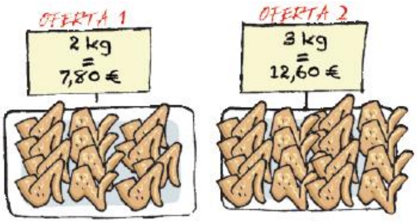
b. ¿Y en el puesto 2? Justifica tu respuesta.

a. No forman proporción porque a mayor masa no aumenta el precio de forma proporcional.

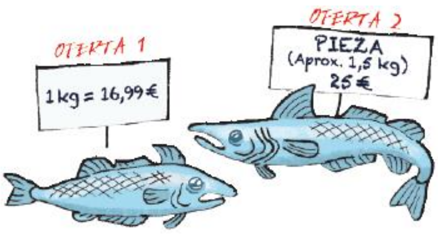
b. Sí forman proporción porque a mayor masa aumenta el precio de forma proporcional.

14*. Patricia ha visto varias ofertas en el mercado. Indica cuál es mejor en cada caso, justificando tu respuesta.

a.



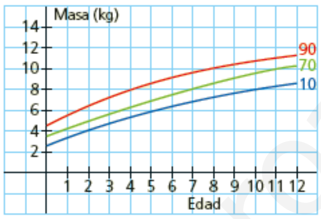
b.



a. La oferta 1 porque 7,80 : 2 = 3,9 y 12,60 : 3 = 4,2. Con la oferta 1 paga menos.

b. La oferta 2 porque 25 : 1,5 = 16,66 y paga menos por el kilo.

15. La siguiente gráfica representa los percentiles de masa de un niño de 0 a 12 meses:**



a. Si te fijas en el percentil 10, ¿cuál sería la masa, en kilogramos, a los cinco meses? ¿Y a los diez meses?

b. Si ahora observas el percentil 90, ¿cuál sería la masa, en kilogramos, a los cuatro meses? ¿Y a los ocho meses?

c. La edad, en meses, de un niño y la masa, en kilogramos, ¿son proporcionales? Explica por qué apoyándote en la gráfica estudiada.

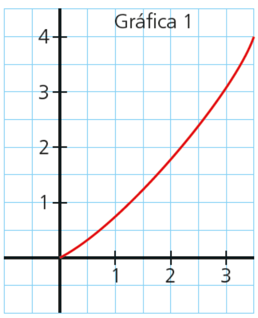
a. A los cinco meses tendría 6 kg y a los 10 meses 8 kg.

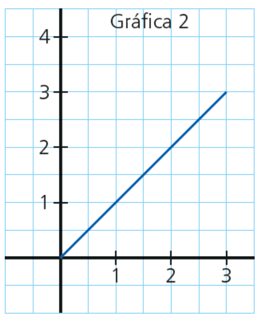
b. A los cuatro meses tendría 8 kg y a los ocho meses 10 kg.

c. No son magnitudes proporcionales, porque al aumentar una magnitud, la otra también aumenta, pero no en la misma proporción.

PÁGINA 116

16. Observa las siguientes gráficas.**





a. Realiza una tabla para cada una de las gráficas asignando a la magnitud A (eje horizontal) los valores 1, 2 y 3 y hallando los respectivos valores de la magnitud B (eje vertical).

b. Indica si existe proporcionalidad, y de qué tipo, en las gráficas.

c. ¿Cómo tienen que ser las gráficas de una magnitud directamente proporcional?

a.

Gráfica 1	Magnitud A	1	2	3
	Magnitud B	0,8	1,8	3,1

Gráfica 2	Magnitud A	1	2	3
	Magnitud B	1	2	3

b. En la gráfica 1 no existe proporcionalidad y en la 2 existe proporcionalidad directa.

c. Una recta creciente.

17. Felipe es taxista y cobra 4 € por comenzar el recorrido y 1,5 € por cada minuto transcurrido.**

a. Calcula cuánto pagaría un pasajero si su carrera durara 5 minutos. ¿Y si durara 10 minutos?

b. Realiza una tabla en la que calcules el precio de la carrera a los 5, 10, 15, 20 y 25 minutos y represéntala gráficamente.

c. ¿Son proporcionales las magnitudes tiempo y precio en este problema?

d. Si el taxista no cobrara nada por el comienzo de la carrera, ¿serían proporcionales las magnitudes tiempo y precio?

e. Realiza para este caso la misma tabla que elaboraste en el apartado a., represéntala gráficamente y explica la diferencia entre ambas.

a. Si durara 5 minutos: $4 + (1{,}5 \cdot 5) = 11{,}5 \Rightarrow 11{,}5$ €.

Si durara 10 minutos: $4 + (1{,}5 \cdot 10) = 19 \Rightarrow 19$ €.

b.

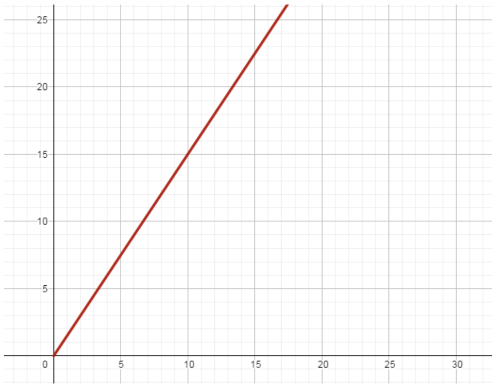
Minutos	5	10	15	20	25
Precio	11,5	19	26,5	34	41,5

c. No son proporcionales, porque al aumentar el doble los minutos, el precio no aumenta el doble.

d. Al no cobrar nada al comienzo sí serán proporcionales.

e.

Minutos	5	10	15	20	25
Precio	7,5	15	22,5	30	37,5



La diferencia es que en este segundo caso los valores sí son proporcionales como se observa tanto en la tabla como en la gráfica.

3 MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES. REGLA DE TRES DIRECTA

18. Copia en tu cuaderno estas tablas, en las que se relacionan dos magnitudes directamente proporcionales, y encuentra el valor de las letras. Indica la constante de proporcionalidad.

a.

1	2	4	6	10	20
A	5	B	C	D	E

b.

3	6	10	20	100	500
A	B	60	C	D	E

c.

1	5	10	15	30	60
A	B	C	D	120	E

d.

1	10	20	30	40	50
A	B	C	D	E	30

a. $\frac{1}{A}=\frac{2}{5}=\frac{4}{B}=\frac{6}{C}=\frac{10}{D}=\frac{20}{E}$

$$\frac{1}{A}=\frac{2}{5}\Rightarrow 1\cdot 5=2\cdot A\Rightarrow A=\frac{1\cdot 5}{2}=\frac{5}{2}=2{,}5\Rightarrow A=2{,}5$$

$$\frac{4}{B}=\frac{2}{5}\Rightarrow 4\cdot 5=2\cdot B\Rightarrow B=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}=10\Rightarrow B=10$$

$$\frac{6}{C}=\frac{2}{5}\Rightarrow 6\cdot 5=2\cdot C\Rightarrow C=\frac{6\cdot 5}{2}=\frac{30}{2}=15\Rightarrow C=15$$

$$\frac{10}{D}=\frac{2}{5}\Rightarrow 10\cdot 5=2\cdot D\Rightarrow D=\frac{10\cdot 5}{2}=\frac{50}{2}=25\Rightarrow D=25$$

$$\frac{20}{D}=\frac{2}{5}\Rightarrow 20\cdot 5=2\cdot E\Rightarrow E=\frac{20\cdot 5}{2}=\frac{100}{2}=50\Rightarrow E=50$$

1	2	4	6	10	20
2,5	5	10	15	25	50

k = 0,4

b. $\frac{3}{A}=\frac{6}{B}=\frac{10}{60}=\frac{20}{C}=\frac{100}{D}=\frac{500}{E}$

$\frac{3}{A}=\frac{10}{60}\Rightarrow 3\cdot 60=10\cdot A\Rightarrow A=\frac{3\cdot 60}{10}=18\Rightarrow A=18$

$\frac{6}{B}=\frac{10}{60}\Rightarrow 6\cdot 60=10\cdot B\Rightarrow B=\frac{6\cdot 60}{10}=36\Rightarrow B=36$

$\frac{10}{60}=\frac{20}{C}\Rightarrow 60\cdot 20=10\cdot C\Rightarrow C=\frac{60\cdot 20}{10}=120\Rightarrow C=120$

$\frac{10}{60}=\frac{100}{D}\Rightarrow 60\cdot 100=10\cdot D\Rightarrow D=\frac{60\cdot 100}{10}=600\Rightarrow D=600$

$\frac{10}{60}=\frac{500}{E}\Rightarrow 60\cdot 500=10\cdot E\Rightarrow E=\frac{60\cdot 500}{10}=3\ 000\Rightarrow E=3\ 000$

3	6	10	20	100	500
18	36	60	120	600	3 000

k = 0,167

c. $\frac{1}{A}=\frac{5}{B}=\frac{10}{C}=\frac{15}{D}=\frac{30}{120}=\frac{60}{E}$

$\frac{1}{A}=\frac{30}{120}\Rightarrow 120=30\cdot A\Rightarrow A=\frac{120}{30}=4\Rightarrow A=4$

$\frac{5}{B}=\frac{30}{120}\Rightarrow 120\cdot 5=30\cdot B\Rightarrow B=\frac{120\cdot 5}{30}=20\Rightarrow B=20$

$\frac{10}{C}=\frac{30}{120}\Rightarrow 120\cdot 10=30\cdot C\Rightarrow C=\frac{120\cdot 10}{30}=40\Rightarrow C=40$

$\frac{15}{D}=\frac{30}{120}\Rightarrow 120\cdot 15=30\cdot D\Rightarrow D=\frac{120\cdot 15}{30}=60\Rightarrow D=60$

$\frac{30}{120}=\frac{60}{E}\Rightarrow 120\cdot 60=30\cdot E\Rightarrow E=\frac{120\cdot 60}{30}=240\Rightarrow E=240$

1	5	10	15	30	60
4	20	40	60	120	240

k = 0,25

d. $\frac{1}{A}=\frac{10}{B}=\frac{20}{C}=\frac{30}{D}=\frac{40}{E}=\frac{50}{30}$

$$\frac{1}{A}=\frac{50}{30}\Rightarrow 30=50\cdot A\Rightarrow A=\frac{30}{50}=0{,}6\Rightarrow A=0{,}6$$

$$\frac{10}{B}=\frac{50}{30}\Rightarrow 30\cdot 10=50\cdot B\Rightarrow B=\frac{30\cdot 10}{50}=6\Rightarrow B=6$$

$$\frac{20}{C}=\frac{50}{30}\Rightarrow 20\cdot 30=50\cdot C\Rightarrow C=\frac{20\cdot 30}{50}=12\Rightarrow C=12$$

$$\frac{30}{D}=\frac{50}{30}\Rightarrow 30\cdot 30=50\cdot D\Rightarrow D=\frac{30\cdot 30}{50}=18\Rightarrow D=18$$

$$\frac{40}{E}=\frac{50}{30}\Rightarrow 40\cdot 30=50\cdot E\Rightarrow E=\frac{40\cdot 30}{50}=24\Rightarrow E=24$$

1	10	20	30	40	50
0,6	6	12	18	24	30

k = 1,67

19. Para hacer un bizcocho básico, se utilizan:

Indica cuáles serían las cantidades de cada ingrediente para dos bizcochos. ¿Y para tres?

		Bizcochos		
Ingredientes		1	2	3
Huevos		3	3 · 2 = 6	3 · 3 = 9
Yogures		1	1 · 2 = 2	1 · 3 = 3
Medidas de yogur	De azúcar	1	1 · 2 = 2	1 · 3 = 3
	De harina	2,5	2,5 · 2 = 5	2,5 · 3 = 7,5
Limón (ralladura)		1	1 · 2 = 2	1 · 3 = 3
Sobre de levadura		1	1 · 2 = 2	1 · 3 = 3

20*. Cada día de lunes a viernes, Marta recorre 120 km en coche para ir y volver del trabajo.

a. ¿Cuántos kilómetros habrá realizado en dos semanas?

b. Si en el mes de abril ha hecho 1 800 km, ¿cuántos días ha estado de vacaciones sin contar los cuatro fines de semana?

a. 120 · 5 · 2 = 1 200 km

b. 4 fines de semana = 4 · 2 = 8 días.

30 días de abril – 8 = 22 días que puede ir a trabajar.

1 800 : 120 = 15 días ha ido a trabajar.

22 – 15 = 7 días ha estado de vacaciones.

21*. Un avión de una compañía aérea utiliza aproximadamente 4 L de combustible cada 4 segundos. Además, consume en torno a 1 200 L cada 100 km.

a. ¿Cuánto consumirá en el transcurso de un viaje de 10 h de vuelo?

b. Si de Madrid a Nueva York hay unos 5 700 km, ¿cuántos litros de combustible necesitará?

a. 10 horas = 10 · 3 600 = 36 000 segundos

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Combustible (L)} & & \text{Tiempo (s)} \\ 4 & \rightarrow & 4 \\ x & \rightarrow & 36\ 000 \end{array}\right\} \frac{4}{x} = \frac{4}{36\ 000} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 36\ 000}{4} = 36\ 000$$

Consumiría 36 000 litros = 36 kL.

b.

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Combustible (l)} & & \text{Espacio (km)} \\ 1\ 200 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 5\ 700 \end{array}\right\} \frac{1\ 200}{x} = \frac{100}{5\ 700} \Rightarrow x = \frac{1\ 200 \cdot 5\ 700}{100} = 68\ 400$$

Necesitaría 68 400 litros de combustible = 68,4 kL

22. Elabora una tabla en la que indiques el tiempo que emplea un coche (1, 2, 3, 4, 5 horas) y los kilómetros realizados, sabiendo que recorre 120 km en una hora.

Tiempo horas	1	2	3	4	5
Kilómetros	120	240	360	480	600

23. En su taller de costura, Juliana tiene tela para hacer 12 vestidos de novia. Cada vestido necesita 4,5 m de tela.

a. ¿Cuántos metros de tela hay en el taller?

b. ¿Cuántos metros precisará Juliana para confeccionar ocho vestidos?

c. Si para realizar diez vestidos cortos tiene 22 m, ¿cuántos metros se necesitan para un vestido corto?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Tela (m)} & & \text{N.º de vestidos} \\ 4{,}5 & \rightarrow & 1 \\ x & \rightarrow & 12 \end{array}\right\} \frac{4{,}5}{x}=\frac{1}{12} \Rightarrow x=\frac{12\cdot 4{,}5}{1}=54$$

Hay 54 metros de tela.

$$\text{b.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Tela (m)} & & \text{N.º de vestidos} \\ 4{,}5 & \rightarrow & 1 \\ x & \rightarrow & 8 \end{array}\right\} \frac{4{,}5}{x}=\frac{1}{8} \Rightarrow x=\frac{8\cdot 4{,}5}{1}=36$$

Precisará 36 metros de tela.

$$\text{c.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Tela (m)} & & \text{N.º de vestidos} \\ 22 & \rightarrow & 10 \\ x & \rightarrow & 1 \end{array}\right\} \frac{22}{x}=\frac{10}{1} \Rightarrow x=\frac{1\cdot 22}{10}=2{,}2$$

Se necesitan 2,2 metros de tela.

24. Un grupo de nueve amigos ha ido al cine y ha pagado 78,30 €.

a. ¿Cuánto cuesta una entrada?

b. Si hubieran sido 12 amigos, ¿cuánto les habría costado?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Precio (€)} & & \text{N.º de amigos} \\ 78{,}30 & \rightarrow & 9 \\ x & \rightarrow & 1 \end{array}\right\} \frac{78{,}30}{x}=\frac{9}{1} \Rightarrow x=\frac{1\cdot 78{,}30}{9}=8{,}7$$

Cada entrada cuesta 8,7 €.

$$\text{b.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Precio (€)} & & \text{N.º de amigos} \\ 78{,}30 & \rightarrow & 9 \\ x & \rightarrow & 12 \end{array}\right\} \frac{78{,}30}{x}=\frac{9}{12} \Rightarrow x=\frac{12\cdot 78{,}30}{9}=104{,}4$$

Les habría costado 104,4 €.

25. A Julio le ha dado su abuela 22 €. Con ese dinero se ha comprado ocho números de su revista favorita y no le ha sobrado nada.

a. ¿Qué precio tiene una revista?

b. ¿Cuánto dinero le tendría que haber dado su abuela a Julio para comprar diez números de la revista?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Precio (€)} & & \text{N.º de revistas} \\ 22 & \rightarrow & 8 \\ x & \rightarrow & 1 \end{array}\right\} \frac{22}{x}=\frac{8}{1} \Rightarrow x=\frac{22\cdot 1}{8}=2{,}75$$

Cada revista cuesta 2,75 €.

$$\text{b.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Precio (€)} & & \text{N.º de revistas} \\ 22 & \rightarrow & 8 \\ x & \rightarrow & 10 \end{array}\right\} \frac{22}{x}=\frac{8}{10} \Rightarrow x=\frac{22\cdot 10}{8}=27{,}5$$

Le tendría que haber dado 27,5 €.

PÁGINA 117

26. Un tren de alta velocidad viaja a velocidad constante y recorre 420 km en dos horas.

a. ¿Cuántas horas tardará en recorrer 630 km?

b. ¿A qué velocidad (en kilómetros por hora) tendrá que circular para recorrer 90 km en media hora?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Tiempo (h)} & & \text{Espacio (km)} \\ 2 & \rightarrow & 420 \\ x & \rightarrow & 630 \end{array}\right\} \frac{2}{x}=\frac{420}{630} \Rightarrow x=\frac{2\cdot 630}{420}=3$$

Tardará 3 horas.

b. 90 · 2 = 180. Tendrá que circular a una velocidad de 180 km/h.

27. Para indicar las dimensiones de una pantalla de televisión, de una tableta o de un móvil, se utilizan las pulgadas (''). Si se quiere saber cuántas pulgadas tiene una pantalla, hay que calcular la medida en centímetros de la diagonal del rectángulo que forma. Teniendo en cuenta que 1'' = 2,54 cm, indica qué pulgadas tienen los siguientes aparatos eléctricos:

a. Un televisor que tiene una diagonal de 81,28 cm.

b. Un teléfono móvil cuya diagonal mide 8,89 cm.

c. Una pantalla de ordenador cuya diagonal mide 58 cm.

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Pulgadas} & & \text{Centímetros} \\ 1 & \rightarrow & 2{,}54 \\ x & \rightarrow & 81{,}28 \end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{2{,}54}{81{,}28} \Rightarrow x=\frac{1\cdot 81{,}28}{2{,}54}=32$$

El televisor tiene 32”.

$$\text{b.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Pulgadas} & & \text{Centímetros} \\ 1 & \rightarrow & 2{,}54 \\ x & \rightarrow & 8{,}89 \end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{2{,}54}{8{,}89} \Rightarrow x=\frac{1\cdot 8{,}89}{2{,}54}=3{,}5$$

El móvil tiene 3,5”.

$$\text{c.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Pulgadas} & & \text{Centímetros} \\ 1 & \rightarrow & 2{,}54 \\ x & \rightarrow & 58 \end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{2{,}54}{58} \Rightarrow x=\frac{1\cdot 58}{2{,}54}=22{,}8$$

La pantalla de ordenador tiene 22,8’’.

4 MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES. REGLA DE TRES INVERSA

28. Copia en tu cuaderno estas tablas, en las que se relacionan dos magnitudes inversamente proporcionales, y encuentra el valor de las letras. Indica la constante de proporcionalidad.

a.

1	2	4	10	20	25
A	5	B	C	D	E

b.

1	2	3	4	5	6
A	B	C	D	E	10

c.

1	5	10	15	30	60
A	B	C	D	E	5

d.

1	10	20	30	40	50
A	B	12	C	D	E

a. $1 \cdot A = 2 \cdot 5 = 4 \cdot B = 10 \cdot C = 20 \cdot D = 25 \cdot E$

$1 \cdot A = 2 \cdot 5 \Rightarrow A = 10$

$4 \cdot B = 2 \cdot 5 \Rightarrow B = 2{,}5$

$10 \cdot C = 2 \cdot 5 \Rightarrow C = 1$

$20 \cdot D = 2 \cdot 5 \Rightarrow D = 0{,}5$

$25 \cdot E = 2 \cdot 5 \Rightarrow E = 0{,}4$

1	2	4	10	20	25
10	5	2,5	1	0,5	0,4

k = 10

b. $1 \cdot A = 2 \cdot B = 3 \cdot C = 4 \cdot D = 5 \cdot E = 6 \cdot 10$

$1 \cdot A = 6 \cdot 10 \Rightarrow A = 60$

$2 \cdot B = 6 \cdot 10 \Rightarrow B = 30$

$3 \cdot C = 6 \cdot 10 \Rightarrow C = 20$

$4 \cdot D = 6 \cdot 10 \Rightarrow D = 15$

$5 \cdot E = 6 \cdot 10 \Rightarrow E = 12$

1	2	3	4	5	6
60	30	20	15	12	10

k = 60

c. $1 \cdot A = 5 \cdot B = 10 \cdot C = 15 \cdot D = 30 \cdot E = 60 \cdot 5$

$1 \cdot A = 60 \cdot 5 \Rightarrow A = 300$

$5 \cdot B = 60 \cdot 5 \Rightarrow B = 60$

$10 \cdot C = 60 \cdot 5 \Rightarrow C = 30$

$15 \cdot D = 60 \cdot 5 \Rightarrow D = 20$

$30 \cdot E = 60 \cdot 5 \Rightarrow E = 10$

1	5	10	15	30	60
300	60	30	20	10	5

k = 300

d. $1 \cdot A = 10 \cdot B = 20 \cdot 12 = 30 \cdot C = 40 \cdot D = 50 \cdot E$

$1 \cdot A = 20 \cdot 12 \Rightarrow A = 240$

$10 \cdot B = 20 \cdot 12 \Rightarrow B = 24$

$30 \cdot C = 20 \cdot 12 \Rightarrow C = 8$

$40 \cdot D = 20 \cdot 12 \Rightarrow D = 6$

$50 \cdot E = 20 \cdot 13 \Rightarrow E = 4{,}8$

1	10	20	30	40	50
240	24	12	8	6	4,8

k = 240

29*. Ana ha ido a su pueblo por la autovía y ha tardado 2 h circulando a una velocidad media de 110 km/h.

a. Al día siguiente la visita su amigo Iván. ¿Cuánto tardará en hacer esa misma ruta si circula a una media de 85 km/h?

b. ¿A qué velocidad tendría que conducir Ana para llegar en 2,5 h?

a.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Tiempo (h)} & & \text{Velocidad (km/h)} \\ 2 & \rightarrow & 110 \\ x & \rightarrow & 85 \end{array}\right\} \frac{x}{2} = \frac{110}{85} \Rightarrow x = \frac{110 \cdot 2}{85} = \frac{220}{85} = 2{,}59$$

Iván tardará 2 horas y 35 minutos.

b.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Tiempo (h)} & & \text{Velocidad (km/h)} \\ 2 & \rightarrow & 110 \\ 2{,}5 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{2{,}5}{2} = \frac{110}{x} \Rightarrow x = \frac{110 \cdot 2}{2{,}5} = \frac{220}{2{,}5} = 88$$

Eva tendría que conducir a 88 km/h.

30. Escribe una tabla en la que registres el tiempo que tarda un coche en hacer un recorrido (de 1 a 4 horas) y la velocidad a la que circula, sabiendo que tarda una hora en hacer 120 km y calcula la constante de proporcionalidad.

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Tiempo (h)} & & \text{Velocidad (km)} \\ 1 & \rightarrow & 120 \\ 2 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{2}{1} = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{120}{2} = 60$$

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Tiempo (h)} & & \text{Velocidad (km)} \\ 1 & \rightarrow & 120 \\ 3 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{3}{1} = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{120}{3} = 40$$

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Tiempo (h)} & & \text{Velocidad (km)} \\ 1 & \rightarrow & 120 \\ 4 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{4}{1} = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{120}{4} = 30$$

Tiempo (h)	1	2	3	4
Velocidad (km/h)	120	60	40	30

k = 120

31*. Ismael quiere repartir su herencia entre sus cinco nietos.

a. Si incluyese también en el reparto a sus dos primos, ¿cada heredero recibiría más dinero o menos?

b. ¿Se trata de una proporción directa o inversa?

c. Si el dinero aumentara, ¿se incrementaría también la herencia que le correspondería a cada heredero?

d. En este último caso, ¿estaríamos ante una proporción directa o inversa?

a. Recibiría menos dinero porque habría que repartir entre más personas.

b. Proporción inversa porque a más herederos, menos dinero le corresponde a cada uno.

c. Sí.

d. Proporción directa porque a más dinero total, más dinero para cada heredero.

32*. La piscina de Estela tarda en llenarse cinco días con dos grifos.

a. ¿Cuánto tardará si utiliza cuatro grifos?

b. Si Estela quiere llenarla en un día, ¿cuántos grifos necesitará?

c. Con un grifo solo, ¿cuántos días tardará en llenarse la piscina?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Días} & & \text{N.º de grifos} \\ 5 & \rightarrow & 2 \\ x & \rightarrow & 4 \end{array}\right\} \frac{x}{5} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 2}{4} = \frac{10}{4} = 2{,}5$$

Tardará 2,5 días.

$$\text{b.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Días} & & \text{N.º de grifos} \\ 5 & \rightarrow & 2 \\ 1 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{5}{1} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 2}{1} = 10$$

Necesitará 10 grifos.

$$\text{c.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Días} & & \text{N.º de grifos} \\ 5 & \rightarrow & 2 \\ x & \rightarrow & 1 \end{array}\right\} \frac{x}{5} = \frac{2}{1} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 2}{1} = 10$$

Tardará 10 días.

33*. Una empresa embotelladora envasa agua mineral en botellas de 750 mL.

a. Ha empleado 2 300 botellas para envasar toda el agua que tenía; ¿cuántas botellas habría necesitado si tuvieran 1 L de capacidad?

b. ¿De cuántos litros de agua disponía la empresa?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{N.º de botellas} & & \text{Capacidad (mL)} \\ 2\,300 & \rightarrow & 750 \\ x & \rightarrow & 1\,000 \end{array}\right\} \frac{1\,000}{750} = \frac{2\,300}{x} \Rightarrow x = \frac{2\,300 \cdot 750}{1\,000} = \frac{1\,725\,000}{1\,000} = 1\,725$$

Necesitaría 1 725 botellas.

b. Dispone de 1 725 L de agua.

34*. Ariadna ha alquilado un piso junto con dos amigas, de modo que cada una tiene que pagar 225 € al mes.

a. Si vinieran dos amigas más, ¿qué mensualidad debería pagar cada una?

b. Si al final se quedan solo dos amigas en el piso, ¿cuál será el importe para cada una?

c. ¿A cuánto asciende el alquiler del piso al mes?

a.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{N.º de personas} & & \text{Precio (€)} \\ 3 & \rightarrow & 225 \\ 5 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{5}{3} = \frac{225}{x} \Rightarrow x = \frac{225 \cdot 3}{5} = \frac{675}{5} = 135$$

Cada una pagaría 135 €.

b.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{N.º de personas} & & \text{Precio (€)} \\ 3 & \rightarrow & 225 \\ 2 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{2}{3} = \frac{225}{x} \Rightarrow x = \frac{225 \cdot 3}{2} = \frac{675}{3} = 337{,}5$$

Cada una pagaría 337,5 €.

c. Asciende a 675 € al mes.

35*. Álex, Beni y Carlos tardan cinco días en realizar un trabajo de ciencias.

a. ¿Cuántos días habrían tardado si hubieran participado cinco alumnos en total?

b. Si fuera necesario entregar el trabajo en el plazo de un día, ¿entre cuántos compañeros tendrían que hacerlo?

a.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{N.º de días} & & \text{N.º de alumnos} \\ 5 & \rightarrow & 3 \\ x & \rightarrow & 5 \end{array}\right\} \frac{5}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 3}{5} = 3$$

Tardarían 3 días.

b.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{N.º de días} & & \text{N.º de alumnos} \\ 5 & \rightarrow & 3 \\ 1 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{1}{5} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 3}{1} = 15$$

Tendrían que hacerlo entre 15 compañeros.

36*. Los alumnos de 1.º de ESO de un instituto van de excursión al planetario. Para ello, el responsable de las actividades extraescolares ha contratado dos autobuses con un coste total de 264 €.

a. ¿Cuánto tendría que pagar cada alumno si se apuntase a la excursión un total de 100 alumnos? ¿Y si fueran 85 alumnos?

b. ¿De qué tipo de proporción se trata?

c. ¿Cuál sería la constante de proporcionalidad?

a. Si fuesen 100 alumnos tendrían que pagar 2,64 € (264 : 100) cada uno. Si fueran 85 alumnos pagarían 3,11 € (264 : 85).

b. Se trata de una proporción inversa.

c. k = 2,64

PÁGINA 118

37*. Un avión que lleva una velocidad de crucero de 800 km/h tarda 5 horas en llegar a su destino.

a. ¿Cuánto tiempo tardaría si volara a 1 000 km/h?

b. ¿Y si lo hiciera a 500 km/h?

c. ¿A qué velocidad se habría desplazado si hubiera tardado seis horas?

a.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Velocidad (km/h)} & & \text{Tiempo (h)} \\ 800 & \rightarrow & 5 \\ 1\,000 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{800}{1\,000} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{800 \cdot 5}{1\,000} = 4$$

Tardaría 4 horas.

b.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Velocidad (km/h)} & & \text{Tiempo (h)} \\ 800 & \rightarrow & 5 \\ 500 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{800}{500} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{800 \cdot 5}{500} = 8$$

Tardaría 8 horas.

c.
$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Velocidad (km/h)} & & \text{Tiempo (h)} \\ 800 & \rightarrow & 5 \\ x & \rightarrow & 6 \end{array}\right\} \frac{800}{x} = \frac{6}{5} \Rightarrow x = \frac{800 \cdot 5}{6} = 666{,}67$$

Se habría desplazado a 666,67 km/h.

38. Una protectora de animales tiene a su cuidado 69 ejemplares entre perros y gatos. Un importante empresario dona comida para alimentar a estos animales durante 52 días.**

a. Si a la protectora llegan nueve ejemplares más, ¿para cuántos días tendrían con el alimento donado?

b. Si a los diez días son adoptados 15 animales en el marco de una gala benéfica, ¿cuántos días les durará la comida a los animales restantes?

a. Como son 9 animales más, serían 9 + 69 = 78 animales.

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Animales} & & \text{Días} \\ 69 & \rightarrow & 52 \\ 78 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{78}{69} = \frac{52}{x} \Rightarrow x = \frac{69 \cdot 52}{78} = 46$$

Tendrían para 46 días.

b. Como son 15 animales menos, serían 78 – 15 = 63 animales.

Como ya han pasado 10 días, les quedaban 42 días de comida.

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Animales} & & \text{Días} \\ 78 & \rightarrow & 42 \\ 63 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{63}{78} = \frac{42}{x} \Rightarrow x = \frac{78 \cdot 42}{63} = 52$$

Tendrían para 52 días.

5 PORCENTAJES

39. Copia en tu cuaderno y sustituye las letras por un valor, de modo que las distintas formas de expresar un porcentaje sean correctas:

Porcentaje	Fracción irreducible	Decimal
75 %	A	B
C	D	0,8
E	$\frac{22}{100}=\frac{11}{50}$	F

Porcentaje	Fracción irreducible	Decimal
75 %	$\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$	0,75
80 %	$\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$	0,8
22 %	$\frac{22}{100}=\frac{11}{50}$	0,22

40. Calcula los siguientes porcentajes:

a. 25 % de 800

b. 50 % de 600

c. 75 % de 3 000

d. 20 % de 1 000

Explica qué observas en dichos porcentajes y cómo se pueden realizar de forma rápida.

a. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 25 & \to & 100 \\ x & \to & 800 \end{array}\right\} \frac{25}{x}=\frac{100}{800} \Rightarrow x=\frac{25\cdot 800}{100}=\frac{20\,000}{100}=200$$

b. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 50 & \to & 100 \\ x & \to & 600 \end{array}\right\} \frac{50}{x}=\frac{100}{600} \Rightarrow x=\frac{50\cdot 600}{100}=\frac{30\,000}{100}=300$$

c. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 75 & \to & 100 \\ x & \to & 3\,000 \end{array}\right\} \frac{75}{x}=\frac{100}{3\,000} \Rightarrow x=\frac{75\cdot 3\,000}{100}=\frac{225\,000}{100}=2\,250$$

d. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 20 & \to & 100 \\ x & \to & 1\,000 \end{array}\right\} \frac{20}{x}=\frac{100}{1\,000} \Rightarrow x=\frac{20\cdot 1\,000}{100}=\frac{20\,000}{100}=200$$

Se puede calcular rápidamente quitando dos ceros de las cantidades y multiplicando el número resultante por el dado en los porcentajes.

Además, el 25 % es un cuarto, el 50 % es la mitad, el 75 % son tres cuartos y el 20 % es un quinto.

41. Efectúa los siguientes porcentajes:

a. 125 % de 3 715

b. 47 % de 1 410

c. 12 % de 990

d. 35 % de 700

e. 24 % de 864

f. 75 % de 825

a. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 125 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 3\,715 \end{array}\right\} \dfrac{125}{x} = \dfrac{100}{3\,715} \Rightarrow x = \dfrac{125 \cdot 3\,715}{100} = \dfrac{464\,375}{100} = 4\,643{,}75$

b. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 47 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 1\,410 \end{array}\right\} \dfrac{47}{x} = \dfrac{100}{1\,410} \Rightarrow x = \dfrac{47 \cdot 1\,410}{100} = \dfrac{66\,270}{100} = 662{,}7$

c. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 12 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 990 \end{array}\right\} \dfrac{12}{x} = \dfrac{100}{990} \Rightarrow x = \dfrac{12 \cdot 990}{100} = \dfrac{11\,880}{100} = 118{,}8$

d. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 35 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 700 \end{array}\right\} \dfrac{35}{x} = \dfrac{100}{700} \Rightarrow x = \dfrac{35 \cdot 700}{100} = \dfrac{24\,500}{100} = 245$

e. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 24 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 864 \end{array}\right\} \dfrac{24}{x} = \dfrac{100}{864} \Rightarrow x = \dfrac{24 \cdot 864}{100} = \dfrac{20\,736}{100} = 207{,}36$

f. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 75 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 825 \end{array}\right\} \dfrac{75}{x} = \dfrac{100}{825} \Rightarrow x = \dfrac{75 \cdot 825}{100} = \dfrac{61\,875}{100} = 618{,}75$

42. Calcula el porcentaje que representan las siguientes cantidades:

a. 12 de 72

b. 78 de 189

c. 15 de 105

d. 68 de 146

a. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 12 & \rightarrow & 72 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \dfrac{12}{72} \cdot 100 = 16{,}67\ \%$

b. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 78 & \rightarrow & 189 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \dfrac{78}{189} \cdot 100 = 41{,}27\ \%$

c. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 15 & \rightarrow & 105 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \dfrac{15}{105} \cdot 100 = 14{,}29\ \%$

d. $\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 68 & \rightarrow & 146 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \dfrac{68}{146} \cdot 100 = 46{,}58\ \%$

43*. En una clase de 32 alumnos hay 18 chicas y 14 chicos. ¿Qué porcentaje del total representan las chicas? ¿Y los chicos?

$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 18 & \rightarrow & 32 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \dfrac{18}{32} \cdot 100 = 56{,}25$

Las chicas representan el 56,25 %.

Mientras que los chicos representan el 43,75 % (100 – 56,25 = 43,75).

44*. En una ciudad hay 8 085 habitantes que están en paro. Si suponen el 35 % de la población de esta localidad, ¿cuántos habitantes hay en total?

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 35 & \rightarrow & 100 \\ 8\,085 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{35}{8\,085} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 8\,085}{35} = \frac{808\,500}{35} = 23\,100$$

Hay 23 100 habitantes.

45*. Elba ha realizado un examen tipo test y ha respondido correctamente a siete de las 12 preguntas que había en total. Julio ha realizado otro examen en el que ha fallado cinco preguntas de las 17 que lo componían.

a. ¿Qué porcentaje de aciertos ha tenido cada uno?

b. ¿Cuál de los dos estudiantes ha obtenido mejor nota?

a. Elba:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 7 & \rightarrow & 12 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \frac{7}{12} \cdot 100 = 58{,}33\ \%$$

Julio:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 12 & \rightarrow & 17 \\ x & \rightarrow & 100 \end{array}\right\} \frac{12}{17} \cdot 100 = 70{,}59\ \%$$

Elba ha tenido el 58,33 % de aciertos y Julio el 70,59 %.

b. Julio ha obtenido mejor nota porque tiene mayor porcentaje de aciertos.

46*. Berta quiere comprarse un ordenador y está dudando entre dos ofertas:

¿Cuál de las dos ofertas es más barata?

Oferta 1:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 9 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 657 \end{array}\right\} \frac{9}{x} = \frac{100}{657} \Rightarrow x = \frac{9 \cdot 657}{100} = \frac{5\,913}{100} = 59{,}13$$

657 – 59,13 = 597,87

Con la primera oferta le costaría 597,87 €.

Oferta 2:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 21 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 543 \end{array}\right\} \frac{21}{x} = \frac{100}{543} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 543}{100} = \frac{11\,403}{100} = 114,03$$

543 + 114,03 = 657,03. El precio con el IVA sería: 657,03 €.

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 11 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 657,03 \end{array}\right\} \frac{11}{x} = \frac{100}{657,03} \Rightarrow x = \frac{11 \cdot 657,03}{100} = \frac{7\,227,33}{100} = 72,273\,3$$

657,03 – 72,27 = 584,75

Con la segunda oferta le costaría 584,75 €

Por tanto, la segunda oferta es la más barata.

47. El lince ibérico *(Lynx pardinus)* está catalogado por la Unión Internacional para la Conservación de la Naturaleza (UICN) como el felino más amenazado del mundo. En la siguiente tabla se recogen los censos realizados en los últimos años:**

Año	2003	2008	2013	2018
Ejemplares	100	213	331	645

a. ¿En qué porcentaje ha aumentado la población de linces desde 2003 hasta 2008?

b. Calcula el porcentaje de aumento de dicha población en cada uno de los tramos.

c. Si de 2013 a 2014 disminuyó un 1,21 % la población y de 2014 a 2015 aumentó un 10,4 %, ¿qué número de ejemplares había en 2014 y en 2015?

d. Si desde 2014 ha ido en aumento la población de estos felinos a un ritmo de aproximadamente un 20 % al año, ¿cuántos linces habrá para 2019 y para 2020?

e. Se espera que para 2025 el lince ibérico haya dejado de estar en peligro de extinción y exista un número aproximado de ejemplares de 2 500; ¿qué aumento deberá haber experimentado para ello su población desde el año 2020?

a. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 100 & \rightarrow & 100 \\ 213 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{100}{213} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{213 \cdot 100}{100} = 213$$

La población de Linces aumentó un 113 % desde 2003 hasta 2008.

b. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 213 & \rightarrow & 100 \\ 331 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{213}{331} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{331 \cdot 100}{213} = \frac{33\,100}{213} = 155,4$$

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 331 & \rightarrow & 100 \\ 645 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{331}{645} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{645 \cdot 100}{331} = \frac{64\,500}{331} = 194,86$$

La población de Linces aumentó un 55,4 % desde 2008 hasta 2013 y un 94,86 % desde 2013 hasta 2018.

c. $1{,}21\,\%\text{ de }331 = \dfrac{1{,}21\,\%}{100}\cdot 331 = 4$

La población de Linces disminuyó en 4 ejemplares de 2013 a 2014, por lo que en 2014 había 331 – 4 = 327 linces.

$$10{,}4\%\text{ de }327 = \frac{10{,}4\%}{100}\cdot 327 = 34$$

La población de Linces aumentó en 34 ejemplares de 2014 a 2015, por lo que en 2015 había 327 + 34 = 361 linces.

d. De 2018 a 2019

$$20\%\text{ de }645 = \frac{20\%}{100}\cdot 645 = 129$$

Aumentan aproximadamente en 129 ejemplares, con lo que en 2019 habrá 645 + 129 = 774 linces.

- De 2019 a 2020:

$$20\%\text{ de }774 = \frac{20\%}{100}\cdot 774 = 154{,}8$$

Aumentan aproximadamente en 155 ejemplares, con lo que en 2020 habrá 774 + 155 = 929 linces.

$$\text{e.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 929 & \to & 100 \\ 2\,500 & \to & x \end{array}\right\} \frac{929}{2\,500} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{2\,500\cdot 100}{929} = \frac{250\,000}{929} = 269{,}11$$

Habría un aumento del 169,11 %.

48*. El precio de un televisor, sin IVA, es de 847,99 €.

a. ¿Cuál es el precio final tras aplicarle el 21 % de IVA?

b. Si se le hace una rebaja del 20 %, ¿cuánto costaría finalmente?

$$\text{a.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 21 & \to & 100 \\ x & \to & 847{,}99 \end{array}\right\} \frac{21}{x} = \frac{100}{847{,}99} \Rightarrow x = \frac{21\cdot 847{,}99}{100} = \frac{17\,807{,}79}{100} = 178{,}077\,9$$

847,99 + 178,077 9 = 1 026,067 9. El precio final es de 1 026,07 €.

$$\text{b.}\quad \left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 20 & \to & 100 \\ x & \to & 1\,026{,}067\,9 \end{array}\right\} \frac{20}{x} = \frac{100}{1\,026{,}067\,9} \Rightarrow x = \frac{20\cdot 1\,026{,}067\,9}{100} = \frac{20\,521{,}358}{100} = 205{,}213\,58$$

1 026,067 9 – 205,213 58 = 820,854 32. El precio final es de 820,85 €.

49*. Felipe ha ido a comprar a las rebajas y se ha encontrado con unos patines etiquetados de la siguiente forma:

¿Es correcta la etiqueta de este artículo?

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 30 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 48 \end{array}\right\} \frac{30}{x} = \frac{100}{48} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 48}{100} = \frac{1\,440}{100} = 14,4$$

48 – 14,4 = 33,6

Con el descuento debería quedarse en 33,6 €, por lo que la etiqueta no es correcta.

50*. Aurora le ha prestado a su hermano el 10 % de sus ahorros y a su hermana el 15 %. Si esta última ha recibido 3 000 €:

a. ¿A cuánto ascendían los ahorros de Aurora?

b. ¿Cuánto recibió su hermano?

a. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 15 & \rightarrow & 100 \\ 3\,000 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{15}{3\,000} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{3\,000 \cdot 100}{15} = \frac{300\,000}{15} = 20\,000$$

Los ahorros ascendían a 20 000 €.

b. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Parte} & & \text{Total} \\ 10 & \rightarrow & 100 \\ x & \rightarrow & 20\,000 \end{array}\right\} \frac{10}{x} = \frac{100}{20\,000} \Rightarrow x = \frac{20\,000 \cdot 10}{100} = \frac{200\,000}{100} = 2\,000$$

Su hermano recibió 2 000 €.

6 ESCALAS

51. En un dibujo a escala 1:25, la altura de un edificio es de 80 cm.

a. ¿Cuál es su altura real en metros?

b. Si la escala fuera de 1:20, ¿qué altura tendría el edificio entonces?

c. Si en otro dibujo el edificio tuviera 50 cm, ¿a qué escala estaría realizado?

a. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)} \\ 1 & \rightarrow & 25 \\ 80 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{1}{80} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 80}{1} = 2\,000$$

Su altura real es de 20 m.

b. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)} \\ 1 & \rightarrow & 20 \\ x & \rightarrow & 2\,000 \end{array}\right\} \frac{1}{x} = \frac{20}{2\,000} \Rightarrow x = \frac{2\,000 \cdot 1}{20} = 100$$

Su altura sería de 100 cm.

c. $$\left.\begin{array}{ccc} \text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)} \\ 1 & \rightarrow & x \\ 50 & \rightarrow & 2\,000 \end{array}\right\} \frac{1}{50} = \frac{x}{2\,000} \Rightarrow x = \frac{2\,000 \cdot 1}{50} = 40$$

La escala sería de 1:40.

52*. Las dimensiones de un terreno en construcción rectangular son de 600 m × 900 m. Se quiere dibujar el terreno en un plano de modo que el lado más largo mida 3 cm.

a. ¿Qué escala se tendrá que utilizar?

b. ¿Cuánto medirá el ancho del terreno en el plano?

a.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	→	x
3	→	90 000

$$\frac{1}{3}=\frac{x}{90\,000}\Rightarrow x=\frac{90\,000\cdot 1}{3}=30\,000$$

Se tendrá que utilizar una escala de 1:30 000.

b.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	→	30 000
x	→	60 000

$$\frac{1}{x}=\frac{30\,000}{60\,000}\Rightarrow x=\frac{60\,000\cdot 1}{30\,000}=2$$

Mediría 2 cm.

53*. Juan quiere construir dos maquetas, una de un velero de regata y otra de un catamarán de vela, a una escala de 1:60. Ten en cuenta que, en náutica, la eslora equivale a la longitud del barco y la manga a su anchura.

a. El velero tiene una eslora de 13,5 m y una manga de 4,2 m. ¿Qué dimensiones tendrá en la maqueta realizada?

b. La maqueta del catamarán tiene unas medidas de 32 cm de largo y 13,5 cm de ancho. ¿Qué dimensiones tiene en la realidad?

a. Eslora 13,5 m = 1 350 cm

Manga 4,2 m = 420 cm

Maqueta (cm)		Realidad (cm)
1	→	60
x	→	1 350

$$\frac{1}{x}=\frac{60}{1\,350}\Rightarrow x=\frac{1\,350\cdot 1}{60}=22{,}5$$

Maqueta (cm)		Realidad (cm)
1	→	60
x	→	420

$$\frac{1}{x}=\frac{60}{420}\Rightarrow x=\frac{420\cdot 1}{60}=7$$

En la maqueta el velero mide 22,5 cm de largo y 7 cm de ancho.

b.

Maqueta (cm)		Realidad (cm)
1	→	60
32	→	x

$$\frac{1}{32}=\frac{60}{x}\Rightarrow x=\frac{32\cdot 60}{1}=1\,920$$

Maqueta (cm)		Realidad (cm)
1	→	60
13,5	→	x

$$\frac{1}{13{,}5}=\frac{60}{x}\Rightarrow x=\frac{13{,}5\cdot 60}{1}=810$$

Eslora (largo) 1 920 cm = 19,2 m

Manga (ancho) 810 cm = 8,1 m

El catamarán mide 19,2 m de eslora y 8,1 m de manga.

54*. El plano de una vivienda está a escala 1:110. El vendedor de la inmobiliaria afirma que el salón, de forma rectangular, tiene una superficie de 40 m². Las dimensiones del salón en el plano son de 6,2 cm de largo por 5,1 cm de ancho. ¿Es correcta la afirmación del vendedor?

No es correcta.

Para el ancho:

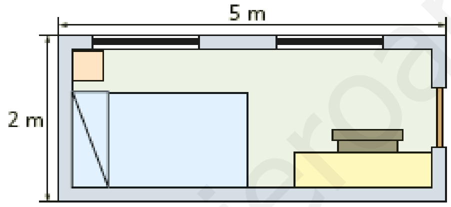
$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 110\\ 5{,}1 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{5{,}1}=\frac{110}{x}\Rightarrow x=\frac{110\cdot 5{,}1}{1}=561\text{ cm}=5{,}61\text{ m}$$

Para el largo:

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 110\\ 6{,}2 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{6{,}2}=\frac{110}{x}\Rightarrow x=\frac{110\cdot 6{,}2}{1}=682\text{ cm}=6{,}82\text{ m}$$

En la realidad el ancho son 5,61 m y el largo 6,82 m, por tanto, las dimensiones serían: 6,82 · 5,61 = 38,26 m².

55*. Realiza en tu cuaderno el dibujo de la siguiente habitación, utilizando las escalas propuestas:



a. 1:200 **b. 1:40** **c. 1:100** **d. 1:50**

a.
$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 200\\ x & \rightarrow & 500\end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{200}{500}\Rightarrow x=\frac{500\cdot 1}{200}=2{,}5$$

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 200\\ x & \rightarrow & 200\end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{200}{200}\Rightarrow x=\frac{200\cdot 1}{200}=1$$

El largo 2,5 cm y el ancho 1 cm.

b.
$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 40\\ x & \rightarrow & 500\end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{40}{500}\Rightarrow x=\frac{500\cdot 1}{40}=12{,}5$$

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 40\\ x & \rightarrow & 200\end{array}\right\} \frac{1}{x}=\frac{40}{200}\Rightarrow x=\frac{200\cdot 1}{40}=5$$

El largo 12,5 cm y el ancho 5 cm.

c.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	100
x	$\rightarrow$	500

$$\frac{1}{x}=\frac{100}{500}\Rightarrow x=\frac{500\cdot 1}{100}=5$$

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	100
x	$\rightarrow$	200

$$\frac{1}{x}=\frac{100}{200}\Rightarrow x=\frac{200\cdot 1}{100}=2$$

El largo 5 cm y el ancho 2 cm.

d.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	50
x	$\rightarrow$	500

$$\frac{1}{x}=\frac{50}{500}\Rightarrow x=\frac{500\cdot 1}{50}=10$$

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	50
x	$\rightarrow$	200

$$\frac{1}{x}=\frac{50}{200}\Rightarrow x=\frac{200\cdot 1}{50}=4$$

El largo 10 cm y el ancho 4 cm.

56*. Dos poblaciones se encuentran a 75 km de distancia.

a. Si en un mapa están separadas por 12 cm, ¿cuál es su escala?

b. En otro mapa están representadas a escala 1:200 000. ¿Qué distancia las separa en él?

a.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	x
12	$\rightarrow$	7 500 000

$$\frac{1}{12}=\frac{x}{7\,500\,000}\Rightarrow x=\frac{7\,500\,000\cdot 1}{12}=625\,000$$

Está realizado a escala 1:625 000.

b.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	200 000
x	$\rightarrow$	7 500 000

$$\frac{1}{x}=\frac{200\,000}{7\,500\,000}\Rightarrow x=\frac{7\,500\,000\cdot 1}{200\,000}=37{,}5$$

En el mapa están a 37,5 cm de distancia.

57*. Una calle de cierta ciudad mide 30 cm en un mapa.

a. ¿Cuál es la longitud de la calle en la realidad si el mapa está realizado a escala 1:4 000?

b. ¿Cuánto mediría en un mapa que estuviera realizado a escala 1:8 000? ¿Y en uno cuya escala fuera de 1:2 000?

c. Otra calle de la misma localidad mide 20 cm en un mapa realizado a escala 1:7 000. ¿Será su longitud en la realidad mayor o menor que la de la calle de los apartados anteriores?

a.

Dibujo (cm)		Realidad (cm)
1	$\rightarrow$	4 000
30	$\rightarrow$	x

$$\frac{1}{30}=\frac{4\,000}{x}\Rightarrow x=\frac{4\,000\cdot 30}{1}=120\,000\text{ cm}=1\,200\text{ m}$$

Medirá 1 200 m.

b.
$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 8\,000\\ 30 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{30}=\frac{8\,000}{x} \Rightarrow x=\frac{8\,000\cdot 30}{1}=240\,000 \text{ cm}=2\,400 \text{ m}$$

Medirá 2 400 m.

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 2\,000\\ 30 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{30}=\frac{2\,000}{x} \rightarrow x=\frac{2\,000\cdot 30}{1}=60\,000 \text{ cm}=600 \text{ m}$$

Medirá 600 m

d.
$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Dibujo (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 7\,000\\ 20 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{20}=\frac{7\,000}{x} \Rightarrow x=\frac{7\,000\cdot 20}{1}=140\,000 \text{ cm}=1\,400 \text{ m}$$

Medirá 1 400 m, por tanto, medirá más que el caso de los apartados a y la segunda parte del apartado b, y menos que en la primera parte del apartado b.

58*. Silvia tiene un mapamundi a escala 1:139 000 000. Ha medido con una regla la distancia entre varias ciudades. Fíjate en la tabla que ha realizado e indica cuáles son las distancias reales entre dichas ciudades.

Madrid – París	0,75 cm
Tokio – Melbourne	5,9 cm

Helsinki – Ankara	1,7 cm
Lisboa – Brasilia	5,2 cm

Madrid – París

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Mapa (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 139\,000\,000\\ 0,75 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{0,75}=\frac{139\,000\,000}{x} \Rightarrow x=\frac{0,75\cdot 139\,000\,000}{1}=104\,250\,000$$

De Madrid a París hay 1 042,5 km.

Tokio – Melbourne

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Mapa (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 139\,000\,000\\ 5,9 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{5,9}=\frac{139\,000\,000}{x} \Rightarrow x=\frac{5,9\cdot 139\,000\,000}{1}=820\,100\,000$$

De Tokio a Melbourne hay 8 201 km.

Helsinki – Ankara

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Mapa (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 139\,000\,000\\ 1,7 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{1,7}=\frac{139\,000\,000}{x} \Rightarrow x=\frac{1,7\cdot 139\,000\,000}{1}=236\,300\,000$$

De Helsinki a Ankara hay 2 363 km.

Lisboa – Brasilia

$$\left.\begin{array}{ccc}\text{Mapa (cm)} & & \text{Realidad (cm)}\\ 1 & \rightarrow & 139\,000\,000\\ 5,2 & \rightarrow & x\end{array}\right\} \frac{1}{5,2}=\frac{139\,000\,000}{x} \Rightarrow x=\frac{5,2\cdot 139\,000\,000}{1}=722\,800\,000$$

De Lisboa a Brasilia hay 7 228 km.

59*. En su viaje a México, Juan Carlos hizo una foto del templo Kukulkan de Chichén Itzá. Esta edificación tiene unos 30 m de altura. Si en la foto mide 6 cm, ¿a qué escala está tomada la fotografía?

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Foto (cm)} & & \text{Realidad (cm)} \\ 6 & \rightarrow & 3\ 000 \\ 1 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \frac{6}{1} = \frac{3\ 000}{x} \Rightarrow x = \frac{3\ 000 \cdot 1}{6} = 500$$

Escala 1:500.